PROYECTO SABER HACER

9

Física cuántica

SANTILLANA

Física cuántica

9

PARA COMENZAR

- **¿Por qué el espectro observado del boro es diferente del espectro del aluminio, si en ambos casos hay tres electrones en el último nivel electrónico ocupado?**

  Porque los niveles de energía tienen diferente energía. Esto se debe, por ejemplo, a que la carga del núcleo no es la misma en ambos casos. Y el número de electrones total también es diferente. Así, cuando los electrones cambian de un nivel energético a otro la diferencia de energía entre ellos no es igual en el boro que en el aluminio.

- **¿Cómo pueden recibir energía los electrones de un átomo y pasar a un nivel energético superior?**

  Por ejemplo, cuando un fotón incide sobre el electrón en un nivel bajo de energía con una energía que sea igual a la diferencia de energía entre el nivel en que se encuentra el electrón y otro nivel superior.

ACTIVIDADES

1. **La tabla siguiente muestra la longitud de onda de algunas radiaciones del espectro de la luz solar. Complétala calculando la frecuencia de cada una.**

   Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; 1 nm = 10^{-9} m.

Radiación	λ (nm)	f (s^{-1} o Hz)
Violeta	400	
Verde	550	
Rojo	700	

A partir de la longitud de onda es sencillo calcular la frecuencia aplicando la siguiente expresión en cada caso:

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

Violeta:

$$f_{\text{Violeta}} = \frac{c}{\lambda_{\text{Violeta}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7{,}5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Verde:

$$f_{\text{Verde}} = \frac{c}{\lambda_{\text{Verde}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5{,}45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Rojo:

$$f_{\text{Rojo}} = \frac{c}{\lambda_{\text{Rojo}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{700 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4{,}29 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

2. **Una lámpara emite luz verde con una potencia de 10 W. Calcula cuál será la intensidad de luz que recibe un objeto que se encuentra a 2 m del foco. ¿Y si estuviese a 50 cm del foco?**

   La potencia se reparte en el área de la esfera cuyo radio es igual a la distancia al foco. Por tanto, podemos escribir la siguiente:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot d^2} = \frac{10 \text{ W}}{4\pi \cdot (2 \text{ m})^2} = 0{,}2 \text{ W/m}^2$$

Si la distancia es menor, igual a 50 cm:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot d^2} = \frac{10\ \text{W}}{4\pi \cdot (0{,}5\ \text{m})^2} = 3{,}18\ \text{W/m}^2$$

Es decir, si la distancia a la lámpara disminuye, la potencia es mayor.

3. **¿Por qué la experiencia de la lámina de oro obligó a rechazar el modelo atómico de Thomson?**

Porque en el modelo de Thomson la carga estaba distribuida por todo el átomo, mientras que la experiencia de la lámina de oro demostró que existen zonas en el átomo donde hay concentrada carga positiva (los protones) y otras que están libres de carga, vacías, por donde las partículas alfa que actuaban como proyectiles pasaban sin experimentar desviación alguna.

4. **Al realizar una experiencia para estudiar el espectro de emisión térmica de un cuerpo negro encontramos que el máximo de emisión coincide con la longitud de onda de 600 nm (color naranja). Calcula:**

a) La temperatura del cuerpo negro en esa experiencia.

b) La intensidad de la radiación emitida.

Datos: cte. Wien = 2,898 · 10^{-3} m · K; σ = 5,67 · 10^{-8} W · m^{-2} · K^{-4}.

a) Podemos aplicar la ley de desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{\text{máx.}} \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K} \rightarrow T = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\text{máx.}}} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{600 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4830\ \text{K}$$

b) En este caso aplicaremos la ley de Stefan-Boltzmann, que relaciona la energía emitida por la unidad de tiempo por un cuerpo negro (potencia emitida) con su temperatura absoluta:

$$\frac{dE}{dt} = \sigma \cdot S \cdot T^4 \rightarrow \frac{dE}{dt \cdot S} = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot (4830\ \text{K})^4 = 3{,}09 \cdot 10^7\ \text{W/m}^2$$

5. **Un excursionista observa una aurora boreal. La luz emitida tiene una longitud de onda de 557,7 nm. ¿Cuánta energía tiene cada fotón que forma la aurora?**

Datos: h = 6,63 · 10^{-34} J · s; c = 3 · 10^{8} m/s.

En este caso aplicamos la fórmula de Planck para calcular la energía del fotón:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{557{,}7 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}57 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

6. **La energía correspondiente a un fotón es de 6 · 10^{-20} J. ¿Cuál será la energía que transporta un fotón cuya longitud de onda es el doble de este valor?**

De nuevo aplicamos la fórmula de Planck para calcular la energía del fotón en ambos casos:

$$E = h \cdot f \rightarrow \begin{cases} E_1 = h \cdot f_1 \\ E_2 = h \cdot f_2 \end{cases}$$

Para el primer fotón:

$$E_1 = h \cdot f_1 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} \rightarrow \lambda_1 = h \cdot \frac{c}{E_1}$$

Para el segundo fotón:

$$E_2 = h \cdot f_2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = h \cdot \frac{c}{2 \cdot \lambda_1} = \cancel{h} \cdot \frac{\cancel{c}}{2 \cdot \cancel{h} \cdot \frac{\cancel{c}}{E_1}} = \frac{E_1}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-20}\ \text{J}}{2} = 3 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

La energía es inversamente proporcional a la longitud de onda. Así, si la longitud de onda se duplica, la energía del fotón se reduce a la mitad.

7. Un fotón, si tiene la energía adecuada, puede romper una molécula. Por ejemplo, en la estratosfera los fotones ultravioletas pueden romper las moléculas de oxígeno. En este caso la energía necesaria para el proceso es de 5 eV. Calcula cuál debe ser la longitud de onda máxima del fotón ultravioleta en este proceso.

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

La longitud de onda máxima es aquella que corresponde al caso límite, es decir, aquella que hace que el fotón tenga 5 eV de energía:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5\ \text{eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}} = 2{,}486 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 248{,}6\ \text{nm}$$

Todos los fotones con una longitud de onda menor tendrán más energía que este y, por tanto, podrán romper la molécula citada.

8. A una superficie de cinc llega luz ultravioleta de 150 nm de longitud de onda.

a) Calcula cuál es la velocidad de los electrones extraídos sabiendo que la función de trabajo del cinc es de 4,31 eV, si es que se produce el efecto fotoeléctrico.

b) A continuación usamos luz cuya longitud de onda es justo la mitad que el caso anterior. ¿Cuál será entonces el valor de la velocidad con la que salen extraídos los electrones del metal?

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

a) Aplicamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico. La energía de los fotones se invierte, por una parte, en extraer los electrones del metal, y por otra, en acelerar los electrones extraídos. Es decir:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow E_{\text{C Electrón}} = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}}}{m_e}} = \sqrt{2 \cdot \frac{\dfrac{h \cdot c}{\lambda} - W_{\text{Extracción}}}{m_e}} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{\dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{150 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 4{,}31\ \text{eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 1{,}18 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$$

b) Si la longitud de onda es justo la mitad, entonces la energía de los fotones es el doble que en el caso anterior y los electrones saldrán con una velocidad mayor. Aplicando la expresión anterior a los nuevos datos obtenemos:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}}}{m_e}} = \sqrt{2 \cdot \frac{\dfrac{h \cdot c}{\lambda} - W_{\text{Extracción}}}{m_e}} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{\dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{75 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 4{,}31\ \text{eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 2{,}08 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$$

9. Se sabe que el trabajo de extracción de electrones para un determinado metal es de 4,34 eV. Calcula cuál es la longitud de onda máxima para producir el efecto fotoeléctrico en dicho metal.

Datos: 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

La longitud de onda máxima es aquella que hace que el fotón tenga una energía igual al trabajo de extracción del metal. Es decir, cuando la energía cinética del electrón es nula:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} \rightarrow \frac{h \cdot c}{\lambda} = W_{\text{Extracción}} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W_{\text{Extracción}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4{,}34\ \text{eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}} = 2{,}86 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 286\ \text{nm}$$

10. **Con un rayo de luz de determinada longitud de onda no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. ¿Qué podemos hacer para conseguir dicho efecto?**

a) Aumentar el potencial de frenado.

b) Incrementar la longitud de onda.

c) Elevar la frecuencia.

La respuesta correcta es la c. Si la luz no provoca el efecto fotoeléctrico, es porque los fotones no llevan la energía suficiente. Para elevar la energía de los fotones incidentes hay que elevar la frecuencia. El potencial de frenado es característico de cada metal, mientras que al incrementar la longitud de onda disminuimos la energía de los fotones incidentes.

11. **Para poder extraer electrones de una lámina de sodio hacen falta fotones con una energía de al menos 2,3 eV. Indica si tendrá lugar o no el efecto fotoeléctrico:**

a) Al iluminar una superficie de sodio con luz roja de 680 nm de longitud de onda.

b) Al iluminar una superficie de sodio con luz azul de 360 nm de longitud de onda.

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

a) Tendrá lugar el efecto fotoeléctrico si la energía de los fotones es igual o mayor que el trabajo de extracción. Calculamos la frecuencia umbral correspondiente:

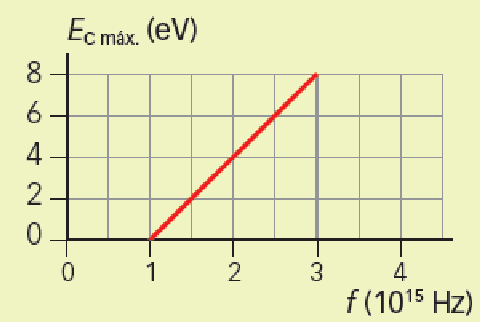
$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} \rightarrow \frac{h \cdot c}{\lambda} = W_{\text{Extracción}} \rightarrow \lambda_{\text{umbral}} = \frac{h \cdot c}{W_{\text{Extracción}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{2{,}3\ \text{eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}} = 5{,}40 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 540\ \text{nm}$$

Por tanto, como la longitud de onda de la luz roja es mayor que la longitud de onda umbral, los fotones rojos tendrán una energía menor que el trabajo de extracción; por tanto, esta luz roja no producirá efecto fotoeléctrico.

b) En este caso la luz azul tiene una longitud de onda menor que la longitud umbral. Esto quiere decir que los fotones azules tendrán una energía mayor que el trabajo de extracción del metal. Por tanto, esta luz azul sí producirá efecto fotoeléctrico.

12. **La gráfica representa la energía cinética máxima de los electrones emitidos por un metal en función de la frecuencia de la luz incidente sobre él. Indica la frecuencia umbral del metal. ¿Qué sucede si incide luz con una longitud de onda 700 nm?**

Dato: $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.



A partir de la gráfica se deduce que la frecuencia umbral es de 10^{15} Hz. Corresponde al caso en que es nula la energía cinética de los electrones extraídos.

Entonces la longitud de onda correspondiente es:

$$\lambda_{\text{umbral}} = \frac{c}{f_{\text{umbral}}} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{10^{15}\ \text{Hz}} = 3 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 300\ \text{nm}$$

Ahora incide luz con una longitud de onda de 700 nm, es decir mayor que la longitud de onda umbral. Entonces la energía de los fotones será menor que la energía umbral; por tanto, no se producirá efecto fotoeléctrico.

13. **Calcula la energía de la primera raya de la serie de Lyman, de la serie de Balmer y de la serie de Paschen para el átomo de hidrógeno y determina en qué zona del espectro electromagnético se encuentra cada una.**

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s; $R = 10\,967\,757$ m^{-1}.

Para calcular la energía correspondiente podemos aplicar la fórmula de Balmer, generalizada a continuación para otras series y, a continuación, la expresión de la energía:

$$\frac{1}{\lambda}=R\cdot\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

La serie de Lyman corresponde al caso en que n_1 vale 1. La primera línea corresponde a $n_2 = 2$:

$$\frac{1}{\lambda}=R\cdot\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=10\,967\,757\ \text{m}^{-1}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)=8\,225\,817{,}75\ \text{m}^{-1}\rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\text{Lyman}}=h\cdot\frac{c}{\lambda_{\text{Lyman}}}=6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\cdot3\cdot10^{8}\cdot8\,225\,817{,}75\ \text{m}^{-1}=1{,}64\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

Esta energía corresponde a la zona ultravioleta del espectro electromagnético.

La serie de Balmer corresponde al caso en que n_1 vale 2. La primera línea corresponde a $n_2 = 3$:

$$\frac{1}{\lambda}=R\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)=10967757\ \text{m}^{-1}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)=1523299{,}58\ \text{m}^{-1}\rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\text{Lyman}}=h\cdot\frac{c}{\lambda_{\text{Lyman}}}=6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\cdot3\cdot10^{8}\cdot1523299{,}58\ \text{m}^{-1}=3{,}03\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Esta energía corresponde a la zona visible del espectro electromagnético.

La serie de Paschen corresponde al caso en que n_1 vale 3. La primera línea corresponde a $n_2 = 4$:

$$\frac{1}{\lambda}=R\cdot\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\right)=10967757\ \text{m}^{-1}\cdot\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{16}\right)=533\,154{,}854\ \text{m}^{-1}\rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\text{Lyman}}=h\cdot\frac{c}{\lambda_{\text{Lyman}}}=6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{m/s}\cdot533\,154{,}854\ \text{m}^{-1}=1{,}06\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Esta energía corresponde a la zona del infrarrojo del espectro electromagnético.

14. La energía del electrón del átomo de hidrógeno vale $2{,}18\cdot10^{-18}$ J cuando se encuentra en la primera órbita. Calcula la energía del fotón que emite el electrón cuando salta del nivel 4 al nivel 2. ¿En qué serie espectral encontraremos esta raya? Compara el valor de la energía de este fotón con el que se obtendría utilizando la fórmula de los espectroscopistas.

Datos: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J · s; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

La energía del átomo de hidrógeno en cada órbita (n) se puede escribir así:

$$E_{\text{n}}=-\frac{cte.}{n^2}$$

Para la primera órbita:

$$E_1=-\frac{cte.}{1^2}\rightarrow cte.=-E_1=-2{,}18\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

El signo menos indica que el electrón está ligado al núcleo.

Si el electrón pasa del nivel 4 al 2, podemos escribir así la diferencia entre ambas energías:

$$E_2-E_4=\left|-\frac{cte.}{n^2}\right|_{n=2}-\left|-\frac{cte.}{n^2}\right|_{n=4}=\left(-\frac{cte.}{2^2}\right)-\left(-\frac{cte.}{4^2}\right)=-cte.\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)=2{,}18\cdot10^{-18}\ \text{J}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right)=4{,}09\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Corresponde a la serie de Balmer.

Utilizando la fórmula de los espectroscopistas:

$$E=h\cdot f=h\cdot\frac{c}{\lambda}=h\cdot c\cdot\frac{1}{\lambda}=h\cdot c\cdot R\cdot\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)=h\cdot c\cdot R\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)=$$

$$=6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{m/s}\cdot10\,967\,757\ \text{m}^{-1}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right)=4{,}09\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Vemos que el valor coincide con el calculado anteriormente.

15. En un experimento se detecta un electrón que se mueve a 10^6 m/s. Compara su longitud de onda de De Broglie con la de una partícula de $9{,}1 \cdot 10^{-6}$ kg que se desplaza a esa misma velocidad por el espacio. ¿Para qué partícula es mayor la longitud de onda de De Broglie?

Dato: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

La longitud de onda de De Broglie depende de la masa de cada partícula y de la velocidad con la que se mueve.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Aplicando la ecuación anterior a cada partícula del enunciado podemos comparar la longitud de onda de De Broglie.

$$\frac{\lambda_{\text{electrón}}}{\lambda_{\text{partícula}}} = \frac{\dfrac{\cancel{h}}{m_{\text{electrón}} \cdot v_{\text{electrón}}}}{\dfrac{\cancel{h}}{m_{\text{partícula}} \cdot v_{\text{partícula}}}} = \frac{m_{\text{partícula}} \cdot v_{\text{partícula}}}{m_{\text{electrón}} \cdot v_{\text{electrón}}}$$

Como las velocidades de ambas partículas son iguales, la relación entre ambas longitudes de onda es inversamente proporcional al cociente de las masas.

$$\frac{\lambda_{\text{electrón}}}{\lambda_{\text{partícula}}} = \frac{m_{\text{partícula}}}{m_{\text{electrón}}} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{kg}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 10^{25}$$

La longitud de onda de De Broglie es mucho mayor para el electrón, pues su masa es mucho menor que la de la otra partícula.

16. Señala la respuesta o respuestas correctas. Según la hipótesis de De Broglie:

a) Dos electrones moviéndose con diferente velocidad tienen asociada la misma onda.

b) Un electrón y un protón con la misma velocidad tienen asociada la misma onda.

c) La longitud de la onda asociada a un electrón es inversamente proporcional a su momento lineal.

a) Falsa. Dos partículas con la misma masa y diferente velocidad tendrán diferente longitud de onda de De Broglie asociada.

b) Falsa. Aunque las partículas se mueven con la misma velocidad, como tienen masas diferentes sus ondas asociadas serán diferentes.

c) Verdadera. Para un electrón y para cualquier otra partícula la longitud de onda asociada es inversamente proporcional tanto a su masa como a su velocidad. Es decir, es inversamente proporcional a su momento lineal.

17. En un microscopio electrónico los electrones se aceleran mediante una diferencia de potencial de 3500 voltios. ¿Cuál es la longitud de onda asociada a dichos electrones?

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Para conocer la longitud de onda debemos saber la velocidad con la que se mueven los electrones. Si se aceleran con esa diferencia de potencial, la energía cinética que adquieren es:

$$E_C = |q_e| \cdot V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3500\ \text{V} = 5{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

Entonces se puede calcular la velocidad del electrón a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{J}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 3{,}51 \cdot 10^7\ \text{m/s}$$

Esta velocidad es un 11 % de la velocidad de la luz, por lo que deberían aplicarse expresiones relativistas para calcular la velocidad del electrón. Pero si no tenemos en cuenta este efecto:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}51 \cdot 10^7\ \text{m/s}} = 2{,}08 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

18. Se tienen dos partículas 1 y 2 con la misma energía cinética. Sabemos, además, que la masa de la partícula 2 es igual a 1836 veces la masa de la partícula 1. Indica cuál de las partículas lleva una mayor longitud de onda asociada y explica por qué.

Si tienen la misma energía cinética y la masa de la partícula 2 es mayor, entonces la expresión de la energía cinética no relativista es:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}}$$

Escribimos la relación entre ambas longitudes de onda y sustituimos la expresión anterior en ambos casos.
Y utilizamos la relación entre las masas de ambas partículas:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\dfrac{h}{m_2 \cdot v_2}}{\dfrac{h}{m_1 \cdot v_1}} = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2 \cdot v_2} = \frac{m_1 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_{C1}}{m_1}}}{m_2 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_{C2}}{m_2}}} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{1836 \cdot m_1}} = \sqrt{\frac{1}{1836}} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{42{,}85}$$

Es decir, la longitud de onda de la partícula 1 es 42,85 veces mayor que la longitud de onda de la partícula 2.
La longitud de la partícula 1 es mayor que la longitud de la partícula 2 porque la longitud de onda es inversamente proporcional a la masa de la partícula y la masa de la partícula 1 es menor que la de la partícula 2.

19. Un electrón se encuentra confinado en una región cuya anchura total es de 0,10 nm; es decir, en una región del tamaño aproximado de un átomo. Indica cuál será entonces la incertidumbre en la velocidad del electrón. Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s.

Según el principio de incertidumbre de Heisenberg:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Como nos piden la incertidumbre en la velocidad, escribimos el momento lineal como el producto de la masa por la velocidad. Entonces, despejando queda:

$$\Delta x \cdot \Delta(m \cdot v) \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta x \cdot m \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x \cdot m} \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta v \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 0{,}10 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 5{,}8 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

20. Contesta:

a) ¿Qué dice el principio de indeterminación de Heisenberg?

b) ¿Por qué no se tiene en cuenta este principio al estudiar los fenómenos ordinarios?

a) Ver la respuesta en el epígrafe correspondiente del libro del alumno. El origen es la mecánica cuántica.

b) No se tiene en cuenta en los fenómenos ordinarios porque sus efectos solo son apreciables cuando tenemos partículas muy pequeñas moviéndose a velocidades muy elevadas.

21. Cita dos experimentos que cuestionaron la validez de la física clásica y señala cómo lo soluciona la física cuántica.

Por ejemplo, la radiación del cuerpo negro, que no seguía la distribución en frecuencias que predecía la teoría. Otro ejemplo es el efecto fotoeléctrico, que no podía explicarse según la física clásica, pues según esta al aumentar la intensidad de la luz incidente debería ser más fácil extraer fotoelectrones de una superficie metálica, algo que no ocurría. Tampoco se explicaban los espectros atómicos, pues no se conocía cómo se podían formar las líneas espectrales y además explicar por qué las líneas observadas en un átomo de un elemento eran diferentes de las líneas observadas para átomos de otros elementos.

22. **¿Qué hipótesis propuso Planck para explicar la radiación de cuerpo negro? Escribe su expresión matemática y di qué significa cada término.**

Planck supuso que los osciladores del cuerpo negro solo podían absorber y emitir energía en pequeños paquetes o cuantos. La expresión matemática correspondiente es:

$$E = h \cdot f$$

En el primer miembro aparece la energía que absorbe o emite un oscilador. En el segundo miembro aparece la constante conocida como constante de Planck y la frecuencia de vibración del oscilador.

23. **Calcula la frecuencia y la longitud de onda de un fotón cuya energía es 8,4 eV.**

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

Podemos aplicar la expresión de Planck y despejar la frecuencia teniendo en cuenta el cambio de unidades correspondiente:

$$E = h \cdot f \to f = \frac{E}{h} = \frac{8{,}4 \text{ eV} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2{,}03 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

La longitud de onda se puede calcular fácilmente entonces:

$$c = \lambda \cdot f \to \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2{,}03 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 1{,}48 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 148 \text{ nm}$$

24. **Contesta: ¿en qué consiste la teoría del efecto fotoeléctrico de Einstein? ¿Qué es un fotón? ¿Qué es el trabajo de extracción? ¿Y el potencial de frenado?**

La teoría del efecto fotoeléctrico de Einstein dice que al iluminar una superficie metálica, la energía que transportan los fotones, que es proporcional a su frecuencia según indica la fórmula de Planck, se invierte por una parte en extraer el electrón del metal y, por otra, en acelerarlo.

Un fotón es una partícula de luz.

El trabajo de extracción es la energía que debe comunicarse a un electrón de un metal para extraerlo del metal y generar una corriente.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial necesaria para detener el electrón extraído del metal con cierta energía cinética.

25. **Imagina que tenemos luz azul con una intensidad reducida y luz roja muy intensa. Ambas logran extraer electrones de cierto metal, pero ¿cuál producirá electrones con mayor energía? ¿En qué caso habrá más electrones emitidos? Razona tus respuestas.**

La luz azul producirá electrones con mayor energía, pues los fotones «azules» transportan más energía que los fotones «rojos».

El número de electrones es proporcional a la intensidad de la luz. Más intensidad implica más fotones incidentes, lo que quiere decir que habrá más electrones extraídos en el caso de la luz roja, la más intensa.

26. **Una célula fotoeléctrica se ilumina con radiación cuya longitud de onda es $\lambda_1 = 0{,}41$ µm. Entonces se observa que los electrones emitidos tienen el doble de velocidad máxima que si la placa se ilumina con radiación cuya longitud de onda es $\lambda_2 = 0{,}50$ µm.**

a) ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal?

b) ¿Cuál es el potencial de frenado necesario para anular la corriente en cada caso?

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) Escribimos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}}$$

Escribimos la ecuación para ambos tipos de radiación:

$$E_{\text{Fotón 1}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón 1}}$$

$$E_{\text{Fotón 2}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón 2}}$$

Si restamos la segunda ecuación a la primera y teniendo en cuenta que el trabajo de extracción es el mismo, ya que es propio de la célula fotoeléctrica:

$$E_{\text{Fotón 1}} - E_{\text{Fotón 2}} = E_{\text{C Electrón 1}} - E_{\text{C Electrón 2}} = 4 \cdot E_{\text{C Electrón 2}} - E_{\text{C Electrón 2}} \rightarrow E_{\text{Fotón 1}} - E_{\text{Fotón 2}} = 3 \cdot E_{\text{C Electrón 2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow h \cdot f_1 - h \cdot f_2 = 3 \cdot E_{\text{C Electrón 2}} \rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = 3 \cdot E_{\text{C Electrón 2}} \rightarrow E_{\text{C Electrón 2}} = \frac{h \cdot c}{3} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

Sustituyendo los valores proporcionados por el enunciado:

$$E_{\text{C Electrón 2}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{3} \cdot \left(\frac{1}{0{,}41 \cdot 10^{-6}\text{m}} - \frac{1}{0{,}50 \cdot 10^{-6}\text{m}} \right) = 2{,}91 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

Con este dato ya podemos calcular el trabajo de extracción del metal sustituyendo en la segunda ecuación de arriba:

$$E_{\text{Fotón 2}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón 2}} \rightarrow W_{\text{Extracción}} = E_{\text{Fotón 2}} - E_{\text{C Electrón 2}} = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} - E_{\text{C Electrón 2}} =$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{0{,}50 \cdot 10^{-6}\text{m}} - 2{,}91 \cdot 10^{-20}\ \text{J} = 3{,}69 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Utilizando la equivalencia entre electronvoltios y julios:

$$W_{\text{Extracción}} = 3{,}69 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}30\ \text{eV}$$

b) El potencial de frenado es aquel capaz de detener a los electrones extraídos. Para el segundo caso ya conocemos la energía cinética del electrón, por lo que se puede calcular el potencial de frenado de manera inmediata:

$$E_{\text{C Electrón 2}} = q_{\text{e}} \cdot V_2 \rightarrow V_2 = \frac{E_{\text{C Electrón 2}}}{q_{\text{e}}} = \frac{2{,}91 \cdot 10^{-20}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 0{,}182\ \text{V}$$

Para el otro electrón se puede calcular la energía cinética porque ya sabemos cuál es el trabajo de extracción del metal:

$$E_{\text{Fotón 1}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón 1}} \rightarrow E_{\text{C Electrón 1}} = E_{\text{Fotón 1}} - W_{\text{Extracción}} = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - W_{\text{Extracción}}$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{0{,}41 \cdot 10^{-6}\text{m}} - 3{,}69 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}16 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Ahora procedemos como en el apartado anterior:

$$E_{\text{C Electrón 1}} = q_{\text{e}} \cdot V_1 \rightarrow V_1 = \frac{E_{\text{C Electrón 1}}}{q_{\text{e}}} = \frac{1{,}16 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 0{,}725\ \text{V}$$

27. Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV cuando incide sobre ellos una radiación con $\lambda = 350$ nm.

a) ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal?

b) Determina el potencial de frenado necesario para frenar los electrones emitidos.

Datos $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) Aplicamos la conservación de la energía. La energía del fotón se invierte en extraer al electrón, por un lado, y en acelerar estos electrones, por otro.

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow W_{\text{Extracción}} = E_{\text{Fotón}} - E_{\text{C Electrón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_{\text{C Electrón}} =$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{350 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} - 2{,}5\ \text{eV} = 3{,}55\ \text{eV} - 2{,}5\ \text{eV} = 1{,}05\ \text{eV}$$

b) El potencial de frenado es aquel que detiene los electrones extraídos del metal. Es decir, aquel que iguala en número a la energía cinética del electrón:

$$E_{\text{C Electrón}} = q_{\text{e}} \cdot V_{\text{frenado}} \rightarrow V_{\text{frenado}} = \frac{E_{\text{C Electrón}}}{q_{\text{e}}} = \frac{2{,}5\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 2{,}5\ \text{V}$$

Es decir, si expresamos el valor de la energía del electrón en eV, el potencial de frenado (expresado en voltios) coincide numéricamente con el valor del trabajo de extracción.

28. Se iluminan con luz de longitud de onda $\lambda = 300$ nm láminas de litio ($W_{\text{ext.}} = 2{,}3$ eV), berilio ($W_{\text{ext.}} = 3{,}9$ eV) y mercurio ($W_{\text{ext.}} = 4{,}5$ eV).

a) ¿Se producirá efecto fotoeléctrico en todas las sustancias?

b) ¿Cuál será la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos en cada metal?

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

a) Para saber si produce efecto fotoeléctrico hay que comprobar si la energía del fotón es igual o mayor que el trabajo de extracción de cada metal.

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{300 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 4{,}14\ \text{eV}$$

Por tanto, se producirá efecto fotoeléctrico en el caso del litio y del berilio. En el mercurio no se producirá efecto fotoeléctrico, puesto que el trabajo de extracción es mayor que la energía del fotón incidente.

b) En el caso del mercurio no hay electrones emitidos, puesto que no se produce efecto fotoeléctrico.

Para calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones aplicamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico en cada caso. En el caso del litio:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción Li}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow E_{\text{C Electrón}} = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción Li}} = 4{,}14\ \text{eV} - 2{,}3\ \text{eV} = 1{,}84\ \text{eV}$$

En el caso del berilio, como el trabajo de extracción es mayor, la energía cinética máxima de los electrones será menor:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción Be}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow E_{\text{C Electrón}} = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción Be}} = 4{,}14\ \text{eV} - 3{,}9\ \text{eV} = 0{,}24\ \text{eV}$$

29. La energía de un fotón coincide con la energía de un electrón en reposo. ¿Cuál es su longitud de onda? ¿Y su frecuencia? Observa la tabla y di a qué tipo de radiación pertenece el fotón.

Ultravioleta	$7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz - $3 \cdot 10^{17}$ Hz
Rayos X	$3 \cdot 10^{17}$ Hz - $3 \cdot 10^{19}$ Hz
Rayos gamma	$> 3 \cdot 10^{19}$ Hz

Datos: $m_{\text{e}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

Usamos las fórmulas de Planck y de Einstein para igualar ambas energías:

$$E_{\text{Fotón}} = E_{\text{Electrón}} \rightarrow h \cdot f = m_{\text{e}} \cdot c^2 \rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = m_{\text{e}} \cdot c^2 \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot \cancel{c}}{m_{\text{e}} \cdot c^{\cancel{2}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$$

La frecuencia del fotón se calcula fácilmente a partir de su longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 1{,}24 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}$$

Se trata de un fotón muy energético, un rayo gamma.

30. Explica qué es el espectro atómico de un elemento químico. ¿Por qué los espectros de los gases están formados por líneas discretas?

El espectro de un elemento químico es un conjunto de líneas emitidas o absorbidas por una muestra de dicho elemento. Dichas líneas se producen cuando los electrones que orbitan en los átomos de dicho elemento pasan de una órbita permitida a otra.

Los espectros de gases están formados por líneas discretas porque los electrones solamente pueden pasar de una órbita estable a otra órbita estable. Esto quiere decir que no pueden absorber o emitir fotones de cualquier energía para cambiar de nivel energético, sino que solo pueden absorber o emitir fotones cuya energía coincida con la diferencia de energía entre dos niveles energéticos del electrón en su giro alrededor del núcleo.

31. Se observa el espectro del átomo de hidrógeno y se determina la longitud de onda de una de las rayas de la serie de Lyman: 94,97 nm. Indica cuáles son los niveles energéticos involucrados en el correspondiente tránsito electrónico.

Datos: E_0 (H) = 13,6 eV; h = 6,63 · 10^{-34} J · s; c = 3 · 10^{8} m/s; 1 nm = 10^{-9} m.

A partir de la longitud de onda podemos calcular la energía del fotón:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{94{,}97 \cdot 10^{-9}\text{m}} = 2{,}094 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 13{,}09\ \text{eV}$$

Como se trata de una serie de Lyman, la transición se produce entre el nivel fundamental y otro. Podemos aplicar la fórmula de Bohr para el átomo de hidrógeno:

$$E_{\text{n}} = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$$

La energía del fotón corresponde a la diferencia de energía entre el nivel fundamental, $n = 1$, y otro nivel:

$$E_{\text{Fotón}} = E_{\text{n}} - E_1 = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2} - \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{1^2} = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2} + \frac{13{,}6\ \text{eV}}{1^2}$$

Sustituyendo el valor de la energía del fotón obtenemos:

$$13{,}09\ \text{eV} - 13{,}6\ \text{eV} = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2} \rightarrow -0{,}51\ \text{eV} = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2} \rightarrow n^2 = \frac{-13{,}6\ \text{eV}}{-0{,}51\ \text{eV}} = 5{,}05 \simeq 5$$

Es decir, la transición se produce entre los niveles 1 y 5.

32. Explica la hipótesis de De Broglie acerca del comportamiento de la materia. Indica qué longitud de onda es mayor, la asociada a protones o a electrones, si ambos tienen la misma energía cinética.

La hipótesis de De Broglie dice que toda partícula lleva asociada una onda cuya longitud de onda depende del momento lineal de la partícula según la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Si un electrón y un protón tienen la misma energía cinética, entonces, como el electrón tiene una masa bastante menor que el protón, el electrón llevará una mayor velocidad. Podemos escribir la energía cinética no relativista en la forma:

$$E_{\text{C}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Despejamos la velocidad en esta ecuación y queda:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}}$$

Ahora sustituimos esta expresión en la ecuación correspondiente a la hipótesis de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m}}$$

Aplicamos la expresión anterior tanto al electrón como al protón. Como nos dicen que ambas partículas llevan la misma energía cinética:

- $\lambda_{\text{Electrón}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Electrón}}}}$
- $\lambda_{\text{Protón}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Protón}}}}$

Dividiendo una ecuación entre la otra:

$$\frac{\lambda_{\text{Electrón}}}{\lambda_{\text{Protón}}} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Electrón}}}}}{\frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Protón}}}}} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Protón}}}}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Electrón}}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{Protón}}}{m_{\text{Electrón}}}}$$

Como la masa del protón es mayor que la masa del electrón, entonces el electrón llevará asociada una onda de De Broglie con una longitud de onda mayor.

33. Los electrones de un microscopio electrónico son acelerados mediante una diferencia de potencial de 25 kV. ¿Cuál es su longitud de onda asociada?

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

La longitud de onda asociada se calcula con la expresión de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

A partir de la diferencia de potencial puede calcularse la energía cinética del electrón:

$$|e| \cdot V = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot |e| \cdot V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 25 \cdot 10^3\ \text{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 9{,}38 \cdot 10^7\ \text{m/s}$$

Esta velocidad implica que deberíamos realizar cálculos relativistas para obtener un resultado más exacto, pero sin tener en cuenta los efectos relativistas para el electrón:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 9{,}38 \cdot 10^7\ \text{m/s}} = 7{,}77 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$$

34. Imagina una pelota de tenis y un electrón moviéndose con igual velocidad. ¿Cuál de los dos tiene mayor longitud de onda? Supón ahora que la energía cinética del electrón es igual a la de la pelota. ¿Se modifica tu respuesta anterior?

Si la velocidad es la misma en ambos casos, tiene mayor longitud de onda el objeto con menor masa, tal y como se deduce de la expresión de De Broglie, es decir, el electrón.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Ahora suponemos que los dos cuerpos tienen la misma energía cinética. Utilizando la expresión de la energía cinética en la anterior obtenemos:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m}}$$

Entonces:

- $\lambda_{\text{Electrón}} = \dfrac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Electrón}}}}$
- $\lambda_{\text{Pelota}} = \dfrac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Pelota}}}}$

Dividiendo una ecuación entre la otra:

$$\frac{\lambda_{\text{Electrón}}}{\lambda_{\text{Pelota}}} = \frac{\dfrac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Electrón}}}}}{\dfrac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_{\text{Pelota}}}}} = \frac{\sqrt{\cancel{2} \cdot \cancel{E_C} \cdot m_{\text{Pelota}}}}{\sqrt{\cancel{2} \cdot \cancel{E_C} \cdot m_{\text{Electrón}}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{Pelota}}}{m_{\text{Electrón}}}}$$

Como la masa de la pelota es mayor que la del electrón, la longitud de onda del electrón será mayor que la de la pelota. Por tanto, no se modifica la respuesta anterior, sigue siendo el electrón el cuerpo con mayor longitud de onda.

35. Un láser emite luz monocromática con $\lambda = 632$ nm y 4 mW/cm² sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción vale 2,22 eV. ¿Emitirá electrones la superficie de potasio? ¿Y si la intensidad del láser aumenta y llega a 8 mW/cm²? Justifica tus respuestas.

a) Se cambia el láser por otro con $\lambda = 500$ nm. ¿Se emiten electrones? ¿Cuál es su energía cinética máxima?

b) Para el caso en que $\lambda = 500$ nm, determina la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones extraídos del potasio.

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; 1 J = $6{,}24 \cdot 10^{18}$ eV.

Habrá que comprobar si la energía de cada fotón es igual o mayor que el trabajo de extracción del metal:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{632 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}15 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 1{,}97\ \text{eV}$$

Por tanto, como la energía del fotón es menor que el trabajo de extracción, no se producirá efecto fotoeléctrico.

Si aumentamos la intensidad dará lo mismo, puesto que la energía de cada fotón no cambia; simplemente hay más fotones incidiendo cada segundo en el metal, pero no se extraerán tampoco electrones.

a) Si el láser se cambia por otro, los fotones tendrán una energía diferente. Operando de forma similar al apartado anterior:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{500 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}98 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}49\ \text{eV}$$

Entonces sí se producirá el efecto fotoeléctrico, porque ahora el fotón tiene una energía mayor que el trabajo de extracción del metal. La energía cinética máxima será igual a la diferencia entre la energía del fotón y el trabajo de extracción del metal:

$$E_{\text{C Electrón}} = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} = 2{,}49\ \text{eV} - 2{,}22\ \text{eV} = 0{,}27\ \text{eV}$$

Utilizando la equivalencia entre electronvoltios y julios:

$$E_{\text{C Electrón}} = 0{,}27\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 4{,}32 \cdot 10^{-20}\ \text{eV}$$

b) Para calcular la longitud de onda, como conocemos la energía cinética del electrón:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_C}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 4{,}32 \cdot 10^{-20}\ \text{eV} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 2{,}37 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 237\ \text{nm}$$

36. Al incidir luz monocromática de $1{,}1 \cdot 10^{15}$ s⁻¹ sobre un material se observan electrones emitidos con una velocidad máxima de $1{,}05 \cdot 10^6$ m/s.

a) Calcula el trabajo de extracción del material.

b) Determina cuál es la longitud de onda de la luz incidente.

c) Determina la longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima velocidad.

d) Si incide radiación con $\lambda = 240$ nm, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones?

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) La energía del fotón se invierte en extraer el electrón y en acelerarlo. Aplicando la conservación de la energía:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow W_{\text{Extracción}} = E_{\text{Fotón}} - E_{\text{C Electrón}}$$

La energía del fotón se calcula a partir de su frecuencia:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4{,}56 \text{ eV}$$

El trabajo de extracción se puede calcular entonces:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow W_{\text{Extracción}} = E_{\text{Fotón}} - \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 =$$

$$= 4{,}56 \text{ eV} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^6 \text{ m/s}\right)^2 \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1{,}43 \text{ eV}$$

b) La longitud de onda incidente se calcula fácilmente a partir de la frecuencia del fotón:

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}1 \cdot 10^{15} \text{ Hz}} = 2{,}73 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

c) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen con la máxima velocidad es:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1{,}05 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 6{,}94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

d) Si cambia la longitud de onda de la radiación incidente, entonces la velocidad máxima de los electrones emitidos variará. Como en este caso la longitud de onda es menor que en el apartado b, los fotones llevan más energía que antes, y por lo tanto es de esperar que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea mayor que la calculada para la anterior longitud de onda de la radiación.

La energía del fotón es ahora:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{240 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5{,}18 \text{ eV}$$

En efecto:

$$E_{\text{Fotón}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{C Electrón}} \rightarrow E_{\text{C Electrón}} = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(E_{\text{Fotón}} - W_{\text{Extracción}}\right)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(5{,}18 \text{ eV} - 1{,}43 \text{ eV}\right) \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1{,}15 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Como vemos, la velocidad máxima de los electrones es mayor que con la radiación anterior.

37. Enuncia el principio de incertidumbre de Heisenberg.

a) ¿Cuál es su expresión matemática?

b) ¿Qué significan las magnitudes que aparecen?

El principio de incertidumbre o de indeterminación de Heisenberg dice que no es posible conocer simultáneamente y con total precisión la posición y la velocidad de una partícula.

a) La expresión matemática es:

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta x \cdot \Delta\left(m \cdot v\right) = \frac{h}{4\pi}$$

b) Las magnitudes que aparecen son la posición, la masa y la velocidad de la partícula, en el miembro de la izquierda, y la constante de Planck en el miembro de la derecha.

38. ¿Cuál será la indeterminación en la velocidad de una pelota de masa 50 g si su posición se determina con una exactitud de 1 nm?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; 1 nm = 10^{-9} m.

Podemos aplicar la expresión matemática del principio de indeterminación de Heisenberg:

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta x \cdot \Delta(m \cdot v) = \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta v = \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x \cdot m} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 10^{-9}\ \text{m} \cdot 0,050\ \text{kg}} = 1,06 \cdot 10^{-24}\ \text{m/s}$$

Es decir, para un objeto macroscópico la incertidumbre en la velocidad es muy pequeña, incluso midiendo la posición con mucho detalle.

39. Un láser de helio-neón emite luz monocromática cuya longitud de onda es $\lambda = 632$ nm. Calcula la frecuencia de cada fotón emitido. ¿Qué energía lleva cada fotón?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; 1 nm = 10^{-9} m.

La frecuencia se puede calcular de manera inmediata a partir de la longitud de onda del fotón:

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{632 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4,75 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

La energía de cada fotón se calcula también fácilmente, en este caso aplicando la expresión de Planck:

$$E = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 4,75 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3,15 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

40. Se cree que los brotes de rayos γ de muy alta energía se generan cuando se forma un agujero negro durante el colapso gravitatorio de una estrella de gran masa. En uno de estos brotes se han detectado fotones con $\lambda = 2 \cdot 10^{-12}$ m. Calcula su energía. Compárala con la energía de un láser de luz visible de $6 \cdot 10^{14}$ Hz.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

La energía de los fotones se calcula con la expresión de Planck, a partir de su frecuencia (o su longitud de onda).

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{2 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 9,94 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

La energía de un láser en el rango visible es:

$$E_{\text{Fotón}} = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 6 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3,98 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Es decir, la energía que llevan los fotones gamma generados durante la formación de un agujero negro es mucho mayor que la energía que llevan los fotones emitidos por un láser en el rango visible del espectro.

FÍSICA EN TU VIDA

1. Explica a partir de los dibujos por qué es posible almacenar mucha más información en un disco Blu-ray que en un disco CD-ROM o CD-Audio, incluso aunque en ambos el tamaño y el número de capas sea el mismo.

Porque en un disco Blu-ray las marcas están mucho más juntas que en el caso de un CD o DVD, y la densidad de datos almacenados por unidad de superficie es mayor.

2. ¿Qué ventajas aporta el hecho de que los discos Blu-ray y DVD tengan el mismo tamaño?

Pues que los lectores de discos Blu-ray también podrán leer discos CD y DVD. De esta manera un reproductor de películas en Blu-ray también podrá reproducir la colección de discos DVD, por ejemplo.

3. ¿Qué propiedad de la luz hace que el láser azul sea más preciso que el láser rojo?

La longitud de onda de la luz azul es más pequeña que la de la luz roja. Esto supone que el láser azul es más preciso que el rojo, y por eso pueden emplearse discos donde la distancia entre marcas es menor.