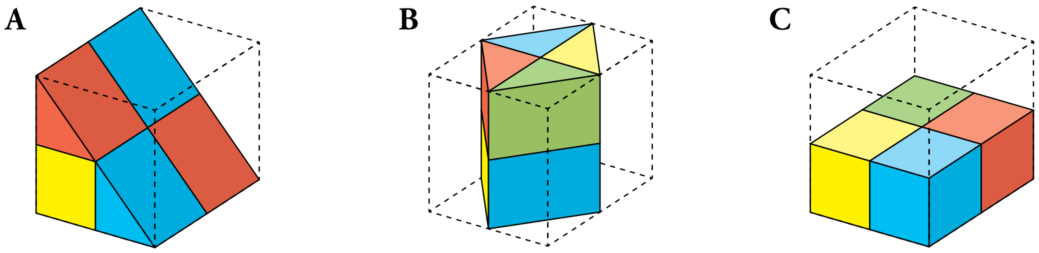
Página 241

Volúmenes de cubos

1. Observa estas nuevas figuras que resultan de seccionar el cubo grande de diversas formas.



a) ¿Cuál de ellas ocupa mayor volumen?

b) ¿Cuál es el volumen de cada una tomando como unidad el cubo grande?

c) Supón que fueran de plástico hueco y las pudieras llenar de agua. ¿Cuántos cubos pequeños podrías llenar con cada una?

d) ¿Cuál es el volumen de cada una si se toma como unidad el cubo pequeño?

a) Todas ocupan el mismo volumen.

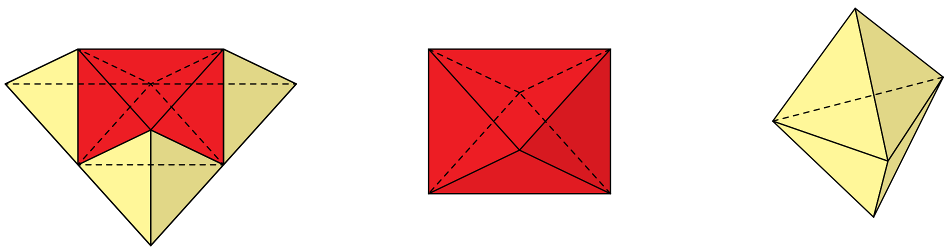
b) El volumen de cada una de ellas es la mitad del volumen del cubo grande.

c) Con cada una podría llenar 4 cubos pequeños.

d) El volumen de cada una sería 4 veces el cubo pequeño.

Descomponemos un tetraedro

2. El tetraedro original es 8 veces más grande que los pequeños. Tomando el volumen de cada tetraedro pequeño como unidad, determina el volumen de las siguientes figuras:



La figura de la izquierda tiene un volumen igual a 7 veces un tetraedro pequeño, la figura del medio tiene un volumen igual a 4 veces un tetraedro pequeño y la de la derecha, igual a 2 veces un tetraedro pequeño.

1 Unidades de volumen

Página 242

1. Expresa en metros cúbicos:

a) 2 dam^3 123 m^3 52 dm^3

b) 29 320 000 cm^3

c) (435 cm^3 425 mm^3) · 500 000

d) 37 hm^3 12 dam^3 325 m^3 402 dm^3

a) 2 123,052 m^3

b) 29,32 m^3

c) 226,7125 m^3

d) 37 012 325,402 m^3

2. Pasa a forma compleja.

a) 35 297 853 cm^3

b) (4 253 hm^3) · 2 000

c) 0,00030124 dm^3

d) 34,5832 hm^3

a) 35 m^3 297 dm^3 853 cm^3

b) (4 km^3 253 hm^3) · 2 000 = 8 506 km^3

c) 301,24 mm^3

d) 34 hm^3 583 dam^3 200 m^3

Página 243

3. **Copia en tu cuaderno y añade la unidad en la que se expresa cada uno de los siguientes volúmenes:**

a) Capacidad de un vaso: 1/4 $\boxed{}$, o bien 250 $\boxed{}$.

b) Una cucharadita: 6 $\boxed{}$.

c) Consumo bimensual de agua en una casa: 63,834 $\boxed{}$.

d) Agua en un pantano: 680 $\boxed{}$.

a) Capacidad de un vaso: 1/4 *l* o bien 250 *ml*.

b) Una cucharadita: 6 *ml*.

c) Consumo bimensual de agua en una casa: 63,834 m^3.

d) Agua en un pantano: 680 hm^3.

4. **Si ayer cayeron 120 *l* por m^2, ¿a cuántos mm de altura corresponden? ¿Cuántos *l* por m^2 habrán caído si se alcanzan 48 mm de altura?**

120 *l* por m^2 corresponden a 120 mm de altura.

Para alcanzar los 48 mm de altura tienen que haber caído 48 *l* por m^2.

5. **Expresa en litros.**

a) 45 dam^3 125 m^3 705 dm^3 500 cm^3

b) 590 000 mm^3

c) 0,000317 dam^3

d) 2 753 *ml*

a) 45 125 705,5 *l*

b) 0,59 *l*

c) 317 *l*

d) 2,753 *l*

6. **Expresa en unidades de volumen (forma compleja).**

a) (457 210 *dal*) · 30

b) (12 845 235 *cl*) · 0,03

c) (42 753 *ml*) · 75

a) (4 572 m^3 100 dm^3) · 30 = 137 dam^3 163 m^3

b) (128 m^3 452 dm^3 350 cm^3) · 0,03 = 3 m^3 853 dm^3 570,5 cm^3

c) (42 dm^3 753 cm^3) · 75 = 3 m^3 206 dm^3 475 cm^3

2 Principio de Cavalieri

Página 244

1. **¿Verdadero o falso?**

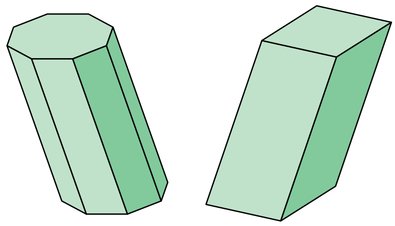
Los volúmenes de estos cuerpos geométricos:

a) Son iguales, porque tienen la misma altura.

b) No son iguales, porque sus bases son polígonos distintos.

c) Son iguales, porque sus bases tienen la misma área.

d) Son iguales, porque tienen la misma altura y al cortarlos por planos paralelos a sus bases se obtienen figuras con la misma área.



a) Falso.

b) Falso.

c) Falso.

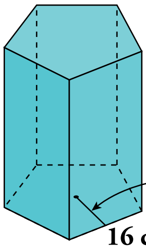
d) Verdadero.

3 Volumen del prisma y del cilindro

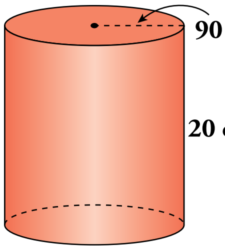
Página 245

1. Halla el volumen de estos cuerpos geométricos:

a)



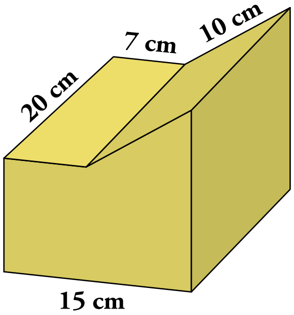
b)



a) $V = \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 11}{2} \cdot 25 = 11\,000 \text{ cm}^3 = 11 \text{ dm}^3 = 11\ l$

b) $V = \pi \cdot 9^2 \cdot 20 = 5\,086{,}8 \text{ cm}^3 = 5{,}0868 \text{ dm}^3 = 5{,}0868\ l$

2. Calcula el volumen de un trozo de madera con la siguiente forma:



$V = 15 \cdot 20 \cdot 10 + \dfrac{8 \cdot 20 \cdot 6}{2} = 3\,000 + 480 = 3\,480 \text{ cm}^3 = 3{,}48\ l$

4 Volumen de la pirámide y del tronco de pirámide

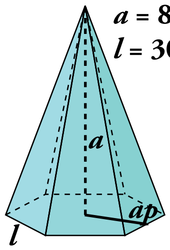
Página 246

1. La gran pirámide de Keops es cuadrangular regular. El lado de su base mide 230 m y su altura es de 146 m.

Halla su volumen en hm^3.

$V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 146 \approx 2\,574\,467 \text{ m}^3 \approx 2{,}574 \text{ hm}^3$

2. Calcula el volumen de esta pirámide hexagonal regular. Ten en cuenta que la apotema de la base se puede obtener considerando que en un hexágono regular $r = l$.



$ap = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{675} \approx 26 \text{ cm}$

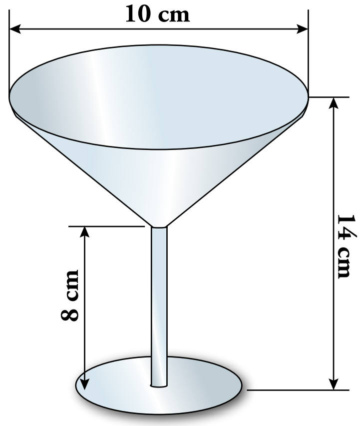
$A_{BASE} = \frac{180 \cdot 26}{2} = 2\,340 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot 2\,340 \cdot 80 = 62\,400 \text{ cm}^3 = 62{,}4 \text{ dm}^3 = 62{,}4\ l$

5 Volumen del cono y del tronco de cono

Página 247

1. ¿Cuántas copas como la siguiente podemos llenar hasta la mitad de su volumen con una botella de un litro?



$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot (14 - 8) = 157 \text{ cm}^3$

$\frac{V}{2} = 78{,}5 \text{ cm}^3$

$1\ l = 1\,000 \text{ cm}^3 \rightarrow 1\,000 : 78{,}5 = 12{,}74$

Se pueden llenar 12 copas y sobraría un poco de vino.

2. Halla el volumen de tierra que cabe en esta maceta, sabiendo que los diámetros interiores de sus bases miden 20 cm y 16 cm, y su altura, 32 cm.

$\frac{x + 32}{10} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 128$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 160 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 128 \approx 8\,172{,}4 \text{ cm}^3 = 8{,}1724\ l$

Caben 8,17 l de tierra en la maceta.

6 Volumen de la esfera

Página 248

1. Metemos en una caja ortoédrica de base 25 cm por 20 cm y una altura de 16 cm sesenta bolas de radio 2,5 cm. ¿Cuántos litros de aceite caben todavía en la caja?

$V_{\text{ORT}} = 25 \cdot 20 \cdot 16 = 8\,000 \text{ cm}^3 = 8\ l$

$V_{\text{BOLA}} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 65{,}42 \text{ cm}^3$

$V_{\text{BOLAS}} = 70 \cdot 65{,}42 = 4\,579{,}4 \text{ cm}^3 = 4{,}5794\ l$

Caben todavía 8,000 – 4,5794 = 3,4206 l de aceite.

2. Sabiendo que la densidad del acero es 7 850 kg/m³, calcula el peso de una esfera hueca de 20 cm de radio exterior y 1 cm de grosor.

$V = \dfrac{4}{3}\pi\ 20^3 - \dfrac{4}{3}\pi\ 19^3 = 4\,776{,}99 \text{ cm}^3$

$$\left.\begin{array}{rcl} 7\,850 \text{ kg} & \to & 10^6 \\ x & \to & 4\,776{,}99 \end{array}\right\} \to x = 37{,}49 \text{ kg}$$

La esfera hueca pesará 37,49 kg.

3. ¿Cuántas bolas de 5 mm de diámetro podremos hacer fundiendo un cable cilíndrico de 3 m de largo y 5 mm de diámetro?

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{BOLA}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 2{,}5^3 = 65{,}42 \text{ mm}^3 \\ V_{\text{CABLE}} = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 3 \approx 58\,875 \text{ mm}^3 \end{array}\right\} \text{Se pueden hacer, aproximadamente, } \frac{58\,875}{65{,}42} = 900 \text{ bolas.}$$

4. Calcula el volumen de cada uno de los 10 gajos de una naranja cuyo diámetro es de 12 cm, sabiendo que su cáscara tiene 0,8 cm de grosor.

El volumen de cada gajo es el de una cuña esférica de 36° correspondiente a una esfera de 12 : 2 – 0,8 = 5,2 cm de radio.

$V_{\text{SECTOR ESFÉRICO}} = \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5{,}2^3 = 58{,}87 \text{ cm}^3$

El volumen de cada gajo es 0,05887 l.

5. Tenemos un cajón cúbico de 40 cm de arista lleno en sus tres cuartas partes de serrín. Queremos ocultar en su interior un balón de 32 cm de diámetro. ¿Qué volumen de serrín sobra?

$V_{\text{CAJÓN}} = 40^3 = 64\,000 \text{ cm}^3 = 64\ l$

$V_{\text{SERRÍN}} = 48\ l$

$V_{\text{CAJÓN SIN SERRÍN}} = \dfrac{1}{4} \cdot 64 = 16\ l$

$V_{\text{BALÓN}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 16^3 = 17\,148{,}6 \text{ cm}^3 = 17{,}1486\ l$

Sobran 17,1486 – 16 = 1,1486 l de serrín.

Ejercicios y problemas

Página 250

Unidades de volumen. Operaciones

1. **Transforma en metros cúbicos las siguientes cantidades:**

a) $0{,}025\ hm^3$ **b)** $459\ hm^3$ **c)** $45\,214\ dm^3$

d) $0{,}015\ km^3$ **e)** $23\ dam^3$ **f)** $58\,000\ l$

a) $25\,000\ m^3$ b) $459\,000\,000\ m^3$ c) $45{,}214\ m^3$

d) $15\,000\,000\ m^3$ e) $23\,000\ m^3$ f) $58\ m^3$

2. **Transforma en litros.**

a) $400\,000\ hm^3$ **b)** $0{,}000047\ hm^3$ **c)** $6\ dam^3\ 318\ m^3$

d) $8\,562\ m^3\ 1\,749\ cm^3$ **e)** $14\,350\ dl$ **f)** $0{,}32\ hl$

a) 400 000 000 000 000 litros b) 47 000 litros c) 6 318 000 litros

d) 8 562 001,749 litros e) 1 435 litros f) 32 litros

3. **Copia y completa en tu cuaderno las igualdades siguientes:**

a) $0{,}0037\ km^3 = \dots\ m^3$ **b)** $0{,}36\ hm^3 = \dots\ dm^3$

c) $1{,}8342\ dam^3 = \dots\ m^3 = \dots\ dm^3$ **d)** $0{,}0007\ m^3 = \dots\ dm^3 = \dots\ cm^3$

e) $15\ hm^3\ 13\ dam^3\ 432\ m^3 = \dots\ m^3$ **f)** $15\ hm^3\ 13\ dam^3\ 432\ m^3 = \dots\ l$

a) $3\,700\,000\ m^3$ b) $360\,000\,000\ dm^3$

c) $1\,834{,}2\ m^3 = 1\,834\,200\ dm^3$ d) $0{,}7\ dm^3 = 700\ cm^3$

e) $15\,013\,432\ m^3$ f) 15 013 432 000 litros

4. **Expresa estas cantidades en forma compleja:**

a) $45\,125\,145\ dm^3$ **b)** $0{,}45124568\ km^3$

c) $451{,}14521\ dm^3$ **d)** $183\,000\ dam^3$

e) $527\,002\,045\ m^3$ **f)** $183\,070\,693\,002\ cm^3$

a) $45\ dam^3\ 125\ m^3\ 145\ dm^3$ b) $451\ hm^3\ 245\ dam^3\ 680\ m^3$

c) $451\ dm^3\ 145\ cm^3\ 210\ mm^3$ d) $183\ hm^3$

e) $527\ hm^3\ 2\ dam^3\ 45\ m^3$ f) $183\ dam^3\ 70\ m^3\ 693\ dm^3\ 2\ cm^3$

5. **Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades:**

a) $1\ hm^3 = \dots\ hl$ **b)** $1\ dam^3 = \dots\ dal$ **c)** $1\ m^3 = \dots\ l$

d) $1\ dm^3 = \dots\ dl$ **e)** $1\ cm^3 = \dots\ cl$ **f)** $1\ mm^3 = \dots\ ml$

a) $10^7\ hl$ b) $10^5\ dal$ c) $10^3\ l$

d) $10\ dl$ e) $10^{-1}\ cl$ f) $10^{-3}\ ml$

6. **Efectúa las operaciones siguientes y expresa el resultado en hectolitros. Para ello, pasa a forma incompleja, expresa todas las cantidades en las mismas unidades y realiza los cálculos.**

a) **$0{,}34\ dam^3 + 84\ m^3 + 1\,284\ m^3$**

b) **$0{,}00035\ km^3 + 0{,}45\ hm^3 + 65\ dam^3$**

c) **$0{,}541\ dam^3 - 421\ m^3\ 300\ dm^3$**

d) **$4\,500\ m^3 : 25$**

e) **$24\ hm^3\ 123\ dam^3\ 128\ m^3 : 40$**

f) **$568\ kl - 0{,}508\ dam^3$**

a) $340 + 84 + 1\,284 = 1\,708\ m^3 \rightarrow 17\,080\ hl$

b) $350 + 450 + 65 = 865\ dam^3 \rightarrow 8\,650\,000\ hl$

c) $541 - 421{,}3 = 119{,}7\ m^3 \rightarrow 1\,197\ hl$

d) $180\ m^3 \rightarrow 1\,800\ hl$

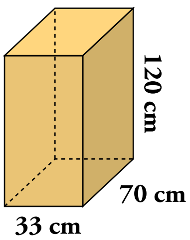
e) $603\,078{,}2\ m^3 \rightarrow 6\,030\,782\ hl$

f) $60\,000\ l \rightarrow 600\ hl$

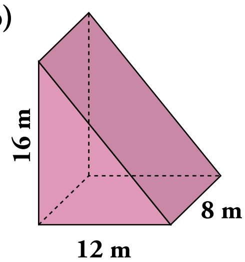
Cálculo de volúmenes

7. **Calcula el volumen de cada uno de estos poliedros. Expresa todos los volúmenes en litros.**

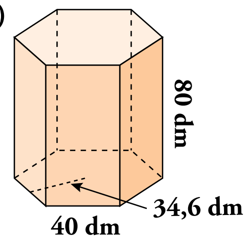
a)



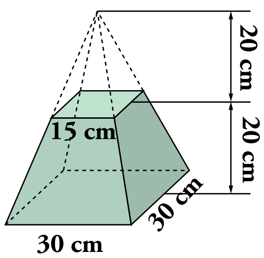
b)



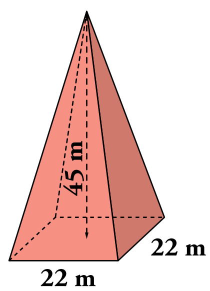
c)



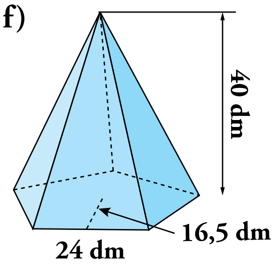
d)



e)



f)



a) $V = 33 \cdot 70 \cdot 120 = 277\,200\ cm^3 = 277{,}2\ l$

b) $V = \dfrac{12 \cdot 8 \cdot 16}{2} = 768\ m^3 = 768\,000\ l$

c) $V = \dfrac{6 \cdot 40 \cdot 34{,}6}{2} \cdot 80 = 332\,160\ dm^3 = 332\,160\ l$

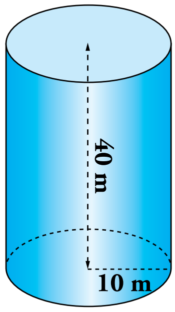
d) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 40 - \dfrac{1}{3} \cdot 15^2 \cdot 20 = 12\,000 - 1\,500 = 10\,500\ cm^3 = 10{,}5\ l$

e) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 22^2 \cdot 45 = 7\,260\ m^3 = 7\,260\,000\ l$

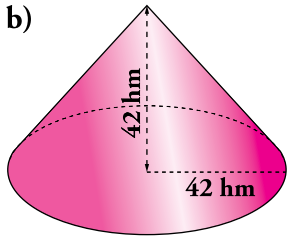
f) $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{5 \cdot 24 \cdot 16{,}5}{2} \cdot 40 = 13\,200\ dm^3 = 13\,200\ l$

8. **Calcula, y expresa en litros, el volumen de los siguientes cuerpos de revolución:**

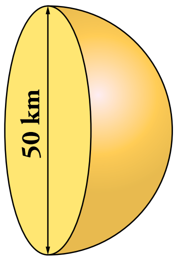
a)



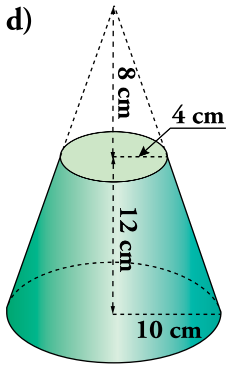
b)



c)



d)



a) $V = \pi \cdot 10^2 \cdot 40 = 12\,560 \text{ m}^3 = 12\,560\,000 \; l$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 42^2 \cdot 42 = 77\,545{,}44 \text{ hm}^3 = 77\,545\,440\,000\,000 \; l$

c) $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 25^3 \approx 32\,708{,}33 \text{ km}^3 = 32\,708\,330\,000\,000\,000 \; l$

d) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 20 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 1\,959{,}36 \text{ cm}^3 = 1{,}95936 \; l$

Página 251

9. Calcula el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 9 dm × 15 dm × 8 dm.

$V = 1\,080 \text{ dm}^3 = 1{,}08 \text{ m}^3$

10. ¿Cuál es el volumen de un cubo de 15 cm de arista?

$V = 3\,375 \text{ cm}^3 = 3{,}375 \text{ dm}^3 = 3{,}375\ l$

11. La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 cm y 15 cm. La altura del prisma es de 2 dm. Halla su volumen.

$V = \dfrac{12 \cdot 15}{2} \cdot 20 = 1\,800 \text{ cm}^3 = 1{,}8 \text{ dm}^3 = 1{,}8\ l$

12. Un prisma tiene sus bases en forma de rombo cuyas diagonales miden 40 dm y 28 dm. Su altura es 1,2 m. Halla su volumen.

$V = \dfrac{40 \cdot 28}{2} \cdot 12 = 6720 \text{ dm}^3 = 6{,}720 \text{ m}^3$

13. Halla el volumen de un cilindro de 10 cm de radio y 20 cm de altura.

$V = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 6\,280 \text{ cm}^3 = 6{,}280 \text{ dm}^3 = 6{,}28\ l$

14. Halla el volumen de una esfera de 12 cm de diámetro.

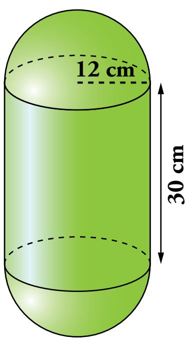
$V = \dfrac{4}{3}\pi\ 12^3 = 904{,}32 \text{ cm}^3$

15. Halla el volumen de un cono de 6 dm de radio de la base y 15 cm de altura.

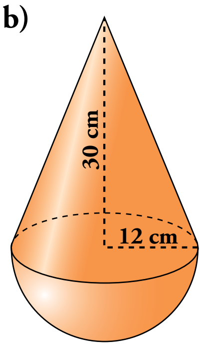
$V = \dfrac{1}{3}\pi\ 6^2 \cdot 1{,}5 = 56{,}52 \text{ dm}^3$

16. Calcula el volumen, en litros, de los siguientes cuerpos geométricos:

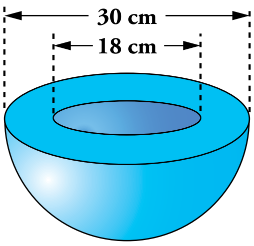
a)



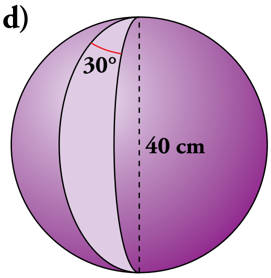
b)



c)



d)



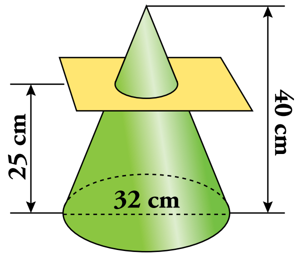
a) $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 12^3 + \pi \cdot 12^2 \cdot 30 = 20\,799{,}36 \text{ cm}^3 = 20{,}79936\ l$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12^2 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 8\,138{,}88 \text{ cm}^3 = 8{,}13888 \; l$

c) $V = \dfrac{\frac{4}{3}\pi \cdot 15^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot 9^3}{2} = \dfrac{11\,077{,}92}{2} = 5\,538{,}96 \text{ cm}^3 = 5{,}53896 \; l$

d) $V = \frac{11}{12} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 = 30\,702{,}2 \text{ cm}^3 = 30{,}7022 \; l$

17. **Calcula el volumen de los dos cuerpos geométricos que se generan al cortar un cono por un plano como se muestra en el dibujo.**

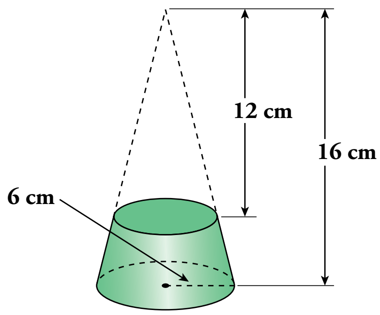


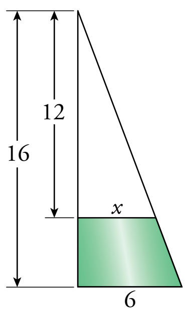
$\frac{40}{16} = \frac{15}{x} \rightarrow x = 6$

$V_{\text{CONO PEQUEÑO}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 15 \approx 565{,}2 \text{ cm}^3$

$V_{\text{TRONCO DE CONO}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16^2 \cdot 40 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 15 \approx 10\,152{,}67 \text{ cm}^3$

18. **Halla el volumen de este tronco de cono:**



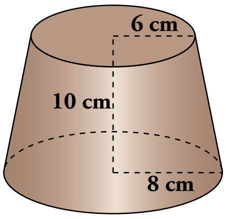


$\frac{x}{12} = \frac{6}{16} \rightarrow x = 4{,}5$

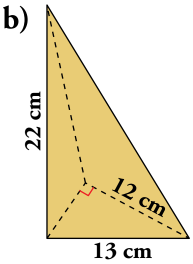
$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 16 - \frac{1}{3}\pi \cdot 4{,}5^2 \cdot 12 = 348{,}54 \text{ cm}^3$

19. **Halla el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:**

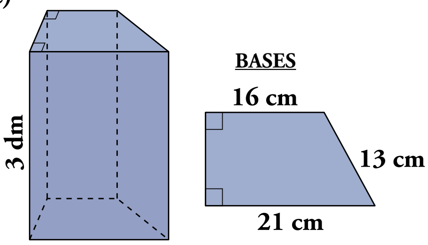
a)



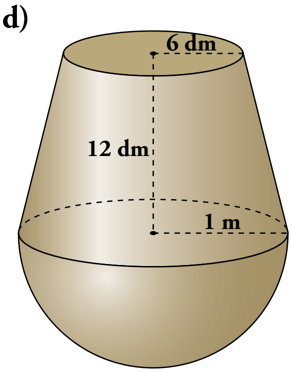
b)



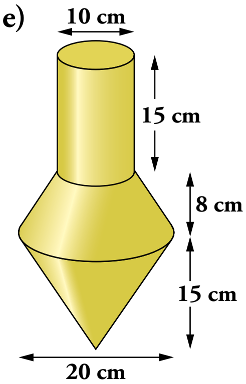
c)



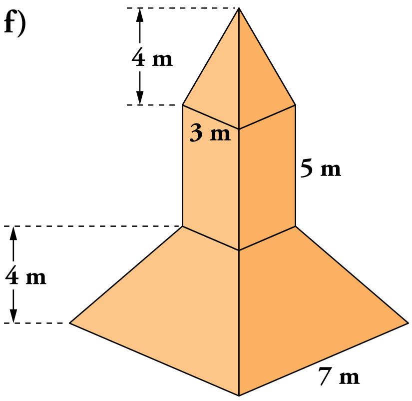
d)



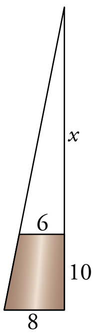
e)



f)



a)



$$\frac{10 + x}{8} = \frac{x}{6} \to x = 30$$

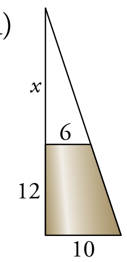
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 40 \cdot 8^2 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30 \cdot 6^2 = 1\,549{,}1 \text{ cm}^3$$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{12 \cdot 5}{2} \cdot 22 = 220 \text{ cm}^3$

c) $A_{BASE} = \frac{\sqrt{144} \cdot (16 + 21)}{2} = 222 \text{ cm}^2$

$V = 222 \cdot 30 = 6\,660 \text{ cm}^3$

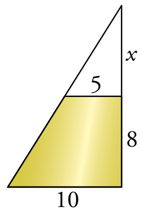
d)



$$\frac{x+12}{10} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 18$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 30 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 18 = 4\,555 \text{ dm}^3$$

e)



$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 15 = 1\,177{,}5 \text{ cm}^2$$

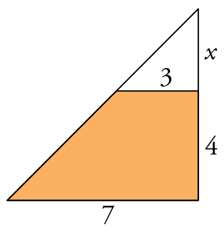
$$\frac{x+8}{10} = \frac{x}{5} \rightarrow x = 8$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (10^2 \cdot 16 - 5^2 \cdot 8) = 1\,465{,}3 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 15 = 1\,570 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 4\,212{,}8 \text{ cm}^3$$

f)



$$V_{\text{PIRÁMIDE}} = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 4 = 12 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{PARALELEPÍPEDO}} = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \text{ m}^3$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x+4}{7} \rightarrow x = 3$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3} \cdot 7^2 \cdot 7 - \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 3 = 105{,}33 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 162{,}3 \text{ m}^3$$

Página 252

Piensa, calcula, estima

20. **Para cada uno de estos recipientes que se citan a continuación, se dan tres volúmenes. Solo uno de ellos es razonable. Di, en cada caso, cuál es:**

a) Volumen de un pantano:

71 hm^3	**387 000 *l***	**4 000 000 000 cm^3**

b) Un depósito de agua en una vivienda:

2 dam^3	**0,8 m^3**	**45 000 *l***

c) Un vaso normal:

2 dm^3	**0,2 dm^3**	**0,02 dm^3**

d) Una cucharada de café:

3 *dl*	**3 cm^3**	**3 mm^3**

a) 71 hm^3

b) 0,8 m^3

c) 0,2 dm^3

d) 3 cm^3

Página 253

Resuelve problemas

21. **¿Cuántas botellas de 3/4 *l* se pueden llenar con 0,4 dam^3?**

0,4 dam^3 = 400 000 dm^3 = 400 000 *l*

400 000 : 0,75 = 533 333,3

Se podrán llenar 533 333 botellas de 3/4 *l*.

22. **Un pantano tiene una capacidad de 0,19 km^3. Si ahora está al 28 % de su capacidad, ¿cuántos litros de agua contiene?**

28 % de 0,19 km^3 = 0,0532 km^3 = 53 200 000 000 *l*

Contiene 53 200 000 000 *l* de agua.

23. **La cuenca fluvial cuyas aguas llegan a un pantano es de 62 km^2. En las últimas lluvias han caído 27 *l* por metro cuadrado. Del agua caída, se recoge en el pantano un 43 %. ¿Cuántos hectómetros cúbicos se han recogido en el pantano como consecuencia de las lluvias?**

62 000 000 m^2 $\rightarrow$ $1{,}674 \cdot 10^9$ *l* = $1{,}674 \cdot 10^9$ dm^3

$1{,}674 \cdot 10^6$ m^3 en total, calculamos el 43 %:

$1{,}674 \cdot 10^6 \cdot 0{,}43 = 719\,820$ m^3

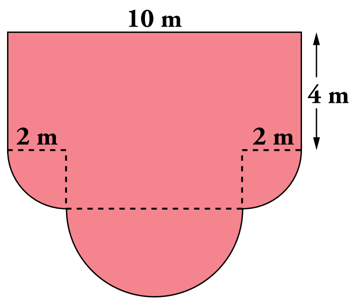
Han recogido 0,71982 hm^3.

24. **Un depósito vacío pesa 27 kg, y lleno de aceite, 625,5 kg. ¿Cuántos litros de aceite contiene? La densidad de ese aceite es 0,95 kg/dm^3.**

$$\frac{625{,}5 - 27}{0{,}95} = 630 \text{ dm}^3 = 630\ l$$

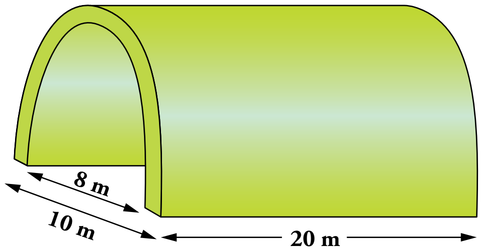
Contiene 630 *l* de aceite.

25. **Halla el volumen de una habitación de 2,8 m de altura, cuya planta tiene esta forma y dimensiones:**



$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{PARALELOGRAMO GRANDE}} = 4 \cdot 10 \cdot 2{,}8 = 112 \text{ m}^3 \\ V_{\text{SEMICÍRCULO}} = \frac{1}{2}\pi \cdot 3^2 \cdot 2{,}8 = 39{,}6 \text{ m}^3 \\ V_{\text{PARALELOGRAMO PEQUEÑO}} = 2 \cdot 6 \cdot 2{,}8 = 33{,}6 \text{ m}^3 \\ V_{\text{1/2 CIRCUNFERENCIA}} = \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 \cdot 2{,}8 = 17{,}6 \text{ m}^3 \end{array}\right\} V_{\text{TOTAL}} = 202{,}8 \text{ m}^3$$

26. **Calcula el volumen de hormigón que se ha necesitado para hacer este túnel:**



$V = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 20 - \pi \cdot 4^2 \cdot 20}{2} = 282{,}6 \text{ m}^3$

27. **Halla el volumen de una habitación con forma de ortoedro de dimensiones 6 m × 3,8 m × 2,6 m. ¿Cuántas duchas podrías darte con el agua que cabe en la habitación suponiendo que gastas 80 *l* de agua en cada ducha?**

$V = 6 \cdot 3{,}8 \cdot 2{,}6 = 59{,}28 \text{ m}^3 = 59\,280\ l$

$59\,280 : 80 = 741$

Podrías darte 741 duchas.

28. **Un sótano cuya superficie es de 208 m² se ha inundado. El agua llega a 1,65 m de altura. Se extrae el agua con una bomba que saca 6 *hl* por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarlo?**

$208 \cdot 1{,}65 = 343{,}2 \text{ m}^3$ hay en el sótano.

$\dfrac{3\,432\ hl}{6\ hl/\text{min}} = 572 \text{ min} = 9{,}5\widehat{3} \text{ horas} = 9 \text{ h } 32 \text{ min}$

Se tardará en vaciarlo 9 horas y 32 minutos.

29. **Con una barra cilíndrica de oro de 15 cm de larga y 5 mm de diámetro se fabrica un hilo de 1/4 mm de diámetro. ¿Cuál es la longitud del hilo?**

$V_{\text{BARRA}} = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 150 = 2\,943{,}75 \text{ mm}^3$

Dividiéndolo entre la superficie de una circunferencia de 0,25 mm de diámetro nos dará la longitud del hilo:

$2\,943{,}75 : (\pi \cdot 0{,}125^2) = 60\,000 \text{ mm} = 60 \text{ m}$

La longitud del hilo es 60 m.

30. **Queremos construir una pared de 7,5 m por 5,6 m y un grosor de 30 cm. ¿Cuántos ladrillos de 15 cm × 10 cm × 6 cm se necesitarán si el cemento ocupa un 15 % del volumen?**

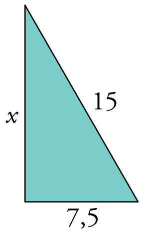
$V_{\text{PARED}} = 12{,}6 \text{ m}^3 \rightarrow$ el 15 % es $1{,}89 \text{ m}^3$

Tenemos que rellenar de ladrillo $10{,}71 \text{ m}^3$

$V_{\text{LADRILLO}} = 900 \text{ cm}^3 = 0{,}9 \text{ dm}^3 = 0{,}0009 \text{ m}^3$

Necesitaremos $\dfrac{10{,}71}{0{,}0009} = 11\,900$ ladrillos.

31. **Una columna de basalto tiene forma de prisma hexagonal regular. El lado de la base mide 15 cm. La altura de la columna es de 2,95 m. Halla su peso sabiendo que 1 m³ de basalto pesa 2 845 kg.**



$x \approx 13$ $\quad V_{\text{COLUMNA}} = \dfrac{15 \cdot 6}{2} \cdot 13 \cdot 295 = 172{,}575 \text{ cm}^3$

$$\left.\begin{array}{rcl} 1 \text{ m}^3 & \rightarrow & 2\,845 \text{ kg} \\ 0{,}172575 \text{ m}^3 & \rightarrow & x \text{ kg} \end{array}\right\} x = 491 \text{ kg}$$

La columna pesará 491 kg.

32. **Para medir el volumen de una piedra pequeña, procedemos del siguiente modo: en un vaso cilíndrico echamos agua hasta la mitad, aproximadamente. Sumergimos la piedra y sube el nivel 22 mm. ¿Cuál es el volumen de la piedra?**

DATOS DEL VASO:

Diámetro exterior: 9 cm

Diámetro interior: 8,4 cm

Altura: 15 cm

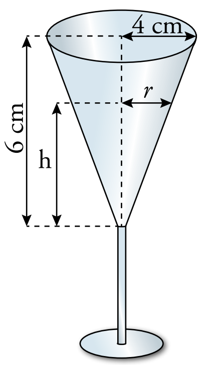
(Usa solo los datos que necesites).

$V = \left(\dfrac{8{,}4}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 2{,}2 = 121{,}86 \text{ cm}^3$ es el volumen de la piedra.

Problemas "+"

33. **Una copa cónica de 8 cm de diámetro de la base y 6 cm de altura se llena hasta la mitad de su volumen. ¿Qué altura alcanza el líquido?**

$V_{\text{COPA}} = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 100{,}48 \text{ cm}^3 \rightarrow$ La mitad de su volumen es $50{,}24 \text{ cm}^3$.



Por semejanza de triángulos:

$\dfrac{4}{6} = \dfrac{r}{h} \rightarrow h = \dfrac{6r}{4} = \dfrac{3r}{2}$

$V_{\text{EN LA COPA}} = 50{,}24 = \dfrac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot \dfrac{3r}{2} \rightarrow r^3 = \dfrac{50{,}24 \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}\pi} \approx 32 \rightarrow r = \sqrt[3]{32}$

$r = 3{,}17$ cm

$h = \dfrac{3r}{2} \approx 4{,}76$ cm

34. **Veamos otro método, distinto del visto en el ejercicio 32, para medir el volumen de una piedra.**

Depositamos el mismo vaso lleno de agua dentro de un recipiente cilíndrico vacío. Echamos una piedra dentro del vaso y el agua que se desborda alcanza, dentro del recipiente, una altura de 2,3 cm.

Halla el volumen de esta piedra sabiendo que el diámetro interior del recipiente es de 24 cm.

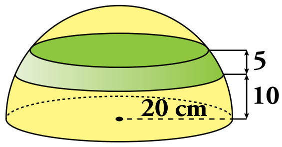
El volumen de esta piedra es el volumen del agua derramada y recogida en la vasija exterior, que es la diferencia de dos cilindros.

Cilindro exterior: r_1 = 12 cm; altura = 2,3 cm

Cilindro interior: r_2 = 4,5 cm; altura = 2,3 cm

$V = \pi \cdot 2{,}3 \cdot (12^2 - 4{,}5^2) = 893{,}72 \text{ cm}^3$

35. **Calcula el volumen de esta zona esférica:**



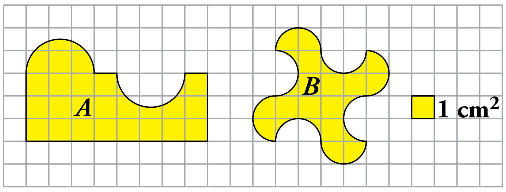
Ayúdate de la relación entre los volúmenes del cono, la semiesfera y el cilindro que has estudiado en la unidad.

$V_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = V_{\text{CILINDRO}} - V_{\text{TRONCO DE CONO}} = \pi \cdot 20^2 \cdot 5 - \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (15^3 - 10^3) \approx 3\,794{,}17 \text{ cm}^3$

Página 255

Entrénate resolviendo problemas

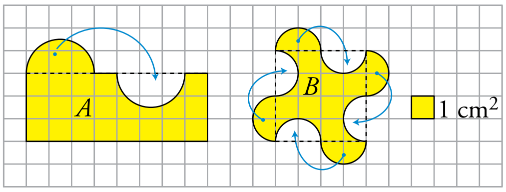
- **Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie de estas figuras:**



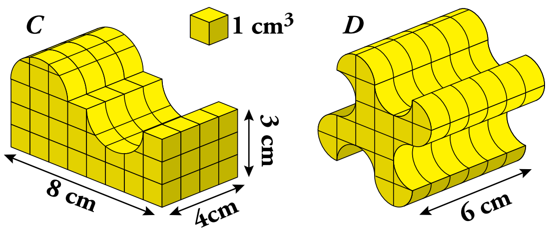
Fijándonos en estas figuras, es claro que:

Área de $A = 8 \cdot 3 = 24$ cm^2

Área de $B = 4 \cdot 4 = 16$ cm^2



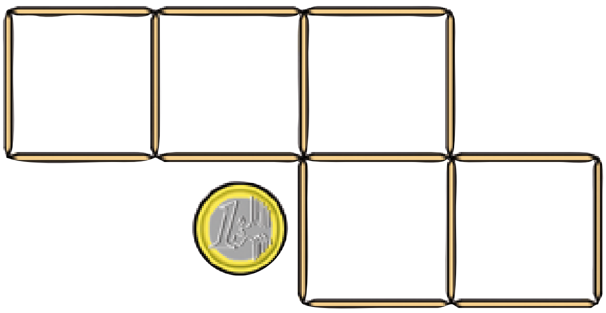
- **Calcula, en centímetros cúbicos, el volumen de estas figuras:**



Volumen de $C = 24 \cdot 4 = 96$ cm^3

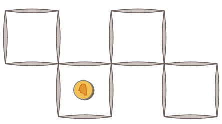
Volumen de $D = 16 \cdot 6 = 96$ cm^3

- **Observa la siguiente imagen:**



a) **Desplaza dos palillos para formar cuatro cuadrados y que la moneda quede dentro de uno de ellos.**

b) **Desplaza dos palillos para formar cuatro cuadrados, pero esta vez la moneda queda dentro de dos de ellos.**

a) 

b)