1 Orígenes de la teoría cuántica

Página 297

1 **Calcula la temperatura de un hierro al rojo vivo para el cual $\lambda_{máx}$ = 2,1 μm.**

Para calcular la temperatura que solicita el enunciado, aplicamos la ley del desplazamiento de Wien:

$$T \cdot \lambda_{máx} = 2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K} \ \rightarrow\ T = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{máx}}$$

Al sustituir el valor de la longitud de onda para la que la energía radiada es máxima, $\lambda_{máx}$, se obtiene:

$$T = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{2{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} = 1379\ \text{K}$$

2 **Razona si es correcta la afirmación: «Un cuerpo negro tiene ese color a todas las temperaturas». Indica cuál será el color de un cuerpo negro a 5 000 K.**

La afirmación no es correcta; el cuerpo negro emite radiación que puede ser visible a determinadas temperaturas.

Si aplicamos la ley del desplazamiento de Wien, obtenemos la longitud de onda de la radiación emitida a 5000 K:

$$T \cdot \lambda_{máx} = 2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K} \ \rightarrow\ \lambda_{máx} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{T} \ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ \lambda_{máx} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{5\,000\ \text{K}} = 5{,}79 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 579\ \text{m}$$

La longitud de onda obtenida corresponde al color amarillo-verdoso.

3 **¿Qué frecuencia tiene la luz cuyos cuantos de energía son de 2,5 eV?**

La energía de los cuantos de luz, expresada en la unidad correspondiente del SI, es:

$$E = 2{,}5\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 4{,}005 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

De acuerdo con la hipótesis cuántica de Planck, tenemos:

$$E = h \cdot f \ \rightarrow\ f = \frac{E}{h} = \frac{4{,}005 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 6{,}04 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

4 **¿Es posible que algún material emita más radiación térmica que un cuerpo negro a la misma temperatura?**

No es posible. El cuerpo negro es un modelo teórico y representa un emisor (y absorbente) perfecto de radiación. Cualquier cuerpo real absorbe y emite a cada temperatura menos de lo que correspondería a un cuerpo negro.

5 **Absorbiendo tres cuantos de radiación, un material gana 5,41 · 10^{-20} J de energía. ¿Cuál es la frecuencia de la luz?**

Aplicamos la hipótesis cuántica de Planck:

$$E = n \cdot h \cdot f \ \rightarrow\ f = \frac{E}{n \cdot h} = \frac{5{,}41 \cdot 10^{-20}\ \text{J}}{3 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 2{,}72 \cdot 10^{13}\ \text{Hz}$$

2 Teoría cuántica del efecto fotoeléctrico

Página 301

6 Calcula la frecuencia de la radiación incidente sobre un metal de frecuencia umbral f_0 = 10^{15} Hz, sabiendo que los fotoelectrones arrancados tienen una energía cinética máxima de 2,15 eV.

La energía cinética máxima de los fotoelectrones arrancados, en unidades SI, es:

$$E_c(\text{máx}) = 2,15\ \text{eV} \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 3,444 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

El valor del trabajo de extracción, W_e, es:

$$W_e = h \cdot f_0 = 6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 10^{15}\ \text{Hz} = 6,626 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

De acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico, la expresión que permite calcular la frecuencia de la radiación incidente resulta:

$$f = \frac{E_c(\text{máx}) + W_e}{h} = \frac{3,444 \cdot 10^{-19}\ \text{J} + 6,626 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 1,52 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

7 Calcula la velocidad máxima de los electrones arrancados con luz azul (λ = 465 nm) de un material con W_e = 2,25 eV.

La energía cinética máxima de los fotoelectrones es:

$$E_c = h \cdot f - W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_e = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{465 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} - \frac{2,25\ \text{eV}}{1\ \text{eV}/1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 6,73 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

Por tanto, su velocidad resulta:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,73 \cdot 10^{-20}\ \text{J}}{9,11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 3,84 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

8 Razona sobre la siguiente afirmación: «Si la luz roja produce fotoemisión de un metal, la luz verde también lo hará».

La afirmación es correcta. Los fotones de luz verde tienen más energía que los de luz roja ($f_{verde} > f_{rojo}$); por tanto, si la luz roja produce fotoemisión, la luz verde también lo hará.

9 Busca información sobre la fotoemisión de electrones, la fotoconductividad y el efecto fotovoltaico indicando quién los descubrió y qué clase de luz se utiliza en cada caso.

	Fotoemisión	Fotoconductividad	Efecto fotovoltaico
Concepto	Emisión de electrones provocada por la luz.	Aumento de la conductividad de un material por efecto de la luz.	Generación de una corriente eléctrica (o diferencia de potencial) en el interior de un material cuando es iluminado.
Descubrimiento	1887 Heinrich Hertz	1873 Willoughby Smith	1839 Edmond Becquerel
Luz utilizada	Ultravioleta (y visible)	Infrarrojo (y visible)	Visible

10 Se observa que la luz de cierta frecuencia produce emisión electrónica del sodio. Si se aumenta la intensidad de la luz, ¿son ciertas estas proposiciones?:

a) Se emiten más electrones.

b) Los electrones salen despedidos a más velocidad.

c) El potencial de frenado de los electrones no cambia.

d) Cesa la emisión de electrones.

a) Cierta. Al aumentar la intensidad aumenta el número de fotones y, por tanto, se arrancan más electrones.

b) Falsa. Como los fotones tienen la misma energía, la energía cinética máxima se mantiene igual (la velocidad de expulsión no cambia).

c) Cierta. Como la energía cinética máxima no cambia, el potencial de frenado se mantiene igual.

d) Falsa. No solo no cesa, sino que se incrementa.

11 Sobre un metal de frecuencia umbral f_0 = 2 · 10¹⁴ Hz se hace incidir una radiación de longitud de onda λ = 10⁻⁷ m. Calcula la función trabajo, la energía cinética máxima de los fotoelectrones y el potencial de frenado.

La función trabajo, o trabajo de extracción, es:

$$W_e = h \cdot f_0 = 6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 2 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 1,325 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La energía cinética máxima de los fotoelectrones arrancados del metal la obtenemos a partir de la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_c(\text{máx}) = h \cdot f - W_e \qquad [1]$$

donde *f* es la frecuencia de la radiación incidente, cuyo valor es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{10^{-7}\ \text{m}} = 3 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Por tanto, de acuerdo con [1]:

$$E_c(\text{máx}) = 6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 1,325 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1,855 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

que, expresada en eV, resulta:

$$E_c(\text{máx}) = 1,855 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 11,58\ \text{eV}$$

El potencial de frenado, V_0, es:

$$E_c(\text{máx}) = e \cdot V_0 \ \rightarrow\ V_0 = \frac{E_c(\text{máx})}{e} = \frac{1,855 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 11,58\ \text{V}$$

3 Naturaleza corpuscular de la luz

Página 303

12 Explica qué significa la expresión «los rayos gamma son como proyectiles de energía pura».

Como la frecuencia es muy alta y la longitud de onda muy corta, el carácter ondulatorio de la radiación gamma es inapreciable. Por tanto, solo se detecta su naturaleza corpuscular. Como los fotones carecen de masa, se trata de partículas o proyectiles que únicamente transportan energía.

13 **Calcula la longitud de onda de luz cuyos fotones tienen un momento lineal de $2{,}65 \cdot 10^{-28}$ kg · m/s.**

Para los fotones se cumple que:

$$E = p \cdot c \quad \text{y} \quad E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{2{,}65 \cdot 10^{-28}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 2{,}50 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$

14 **¿Por qué cuanto mayor es la energía de los fotones resulta más difícil comprobar su naturaleza ondulatoria?**

Cuanto mayor es la energía de los fotones, más alta es la frecuencia y la longitud de onda es más corta. Por tanto, es más difícil realizar experimentos de difracción que muestren la naturaleza ondulatoria.

15 **Para llegar a la ecuación correcta, Compton tuvo que emplear la fórmula relativista de la energía, aunque el electrón inicialmente estuviera en reposo, ¿cuál es la razón?**

La energía de los fotones que empleaba Compton era muy grande (rayos X) de modo que los electrones adquirirían velocidades tan grandes como consecuencia del choque que si no se usan expresiones relativistas se calcularían erróneamente velocidades superiores a *c*.

16 **Un haz de rayos X de 0,35 nm es dispersado por efecto Compton. Calcula la longitud de onda de la radiación secundaria medida a un ángulo de 80° en relación con la radiación incidente.**

Según la expresión del efecto Compton, la longitud de onda de la radiación secundaria es:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' = 0{,}35 \cdot 10^{-9}\ \text{m} + \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{-8}\ \text{m/s}} \cdot (1 - \cos 80°) =$$

$$= 3{,}52 \cdot 10^{-10}\ \text{m} = 0{,}352\ \text{m}$$

4 Espectros atómicos y modelo atómico de Bohr

Página 307

17 **Calcula la energía y el radio de la órbita del electrón en el átomo de hidrógeno para *n* = 2 y *n* = 3.**

Los valores posibles para el radio del electrón en el átomo de hidrógeno son:

$$r_n = n^2 \cdot a_0 = n^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Por tanto, para $n = 2$ y $n = 3$, tenemos, respectivamente:

$$r_2 = 2^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 2{,}116 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \quad ; \quad r_3 = 3^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{11}\ \text{m} = 4{,}761 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

Los valores posibles para la energía del electrón en el átomo de hidrógeno son:

$$E_n = \frac{E_0}{n^2} = -\frac{1}{n^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Por tanto, para $n = 2$ y $n = 3$, resulta, respectivamente:

$$E_2 = -\frac{1}{2^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = -0{,}546 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_3 = -\frac{1}{3^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = -0{,}243 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

18 **Calcula λ de la tercera línea de la serie de Lyman.**

Aplicamos la fórmula de Rydberg a la tercera línea de la serie de Lyman (*m* = 1 y *n* = 4).

$$\frac{1}{\lambda}=1{,}097\cdot 10^{7}\cdot\left(\frac{1}{1^{2}}-\frac{1}{4^{2}}\right)\ \rightarrow\ \lambda=97{,}2\cdot 10^{-9}\ \text{m}$$

19 **Obtén la longitud de onda, en Å, de la primera línea de la serie de Balmer (1 Å = 10^{-10} m).**

Aplicamos la fórmula de Rydberg a la primera línea de la serie de Balmer (*m* = 2 y *n* = 3).

$$\frac{1}{\lambda}=1{,}097\cdot 10^{7}\cdot\left(\frac{1}{2^{2}}-\frac{1}{3^{2}}\right)\ \rightarrow\ \lambda=6{,}563\cdot 10^{-7}\ \text{m}=6\,563\ \text{Å}$$

20 **Indica cuáles de estas proposiciones son ciertas:**

a) Los espectros de emisión y absorción suelen tener igual número de líneas.

b) Las líneas de absorción también aparecen en emisión.

c) Las líneas de la serie de Lyman no son visibles.

a) Falsa. Los espectros de emisión tienen muchas más líneas que los de absorción.

b) Cierta.

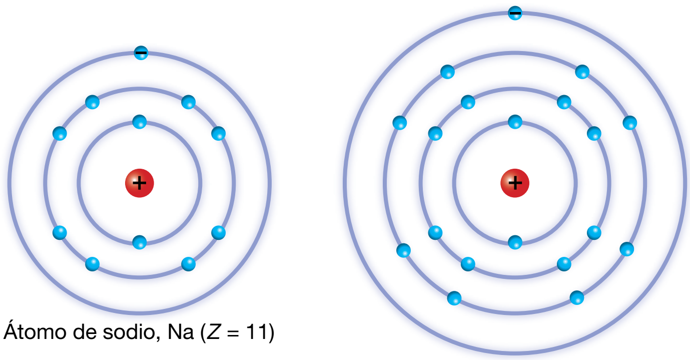
c) Cierta. Todas las líneas de la serie de Lyman están en el ultravioleta. La serie de líneas espectrales del hidrógeno en el visible es la de serie de Balmer.

5 Extensión del modelo atómico de Bohr

Página 309

21 **Dibuja las estructuras electrónicas que prevé el modelo concéntrico para el sodio, Na (*Z* = 11), y para el potasio, K (*Z* = 19). Razona por qué presentan propiedades químicas similares estos dos elementos.**

Tienen propiedades químicas similares porque las capas electrónicas más externas (electrones de valencia) de ambos elementos son semejantes.



Átomo de sodio, Na (*Z* = 11)

Átomo de potasio, K (*Z* = 19)

22 **Calcula el valor que predice el modelo atómico de Bohr para la segunda energía de ionización del helio y expresa su valor en J y eV.**

La segunda energía de ionización del helio corresponde al proceso: $He^{+}\rightarrow He^{2+}+e^{-}$.

Por tanto, la segunda energía de ionización del helio es la primera energía de ionización del ion He^{+}. Como el ion He^{+} es un hidrogenoide, se puede aplicar el modelo de Bohr, aunque teniendo en cuenta que $R_{He^{+}}=4\cdot R_{H}$. De aquí resulta que:

$$E_i\,(He^{+})=4\cdot E_i\,(H)=4\cdot 13{,}6\ \text{eV}=54{,}4\ \text{eV}=8{,}7\cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

23 **Indica cuáles de las siguientes proposiciones son correctas para los modelos de Bohr (B) y Bohr-Sommerfeld (BS):**

a) El modelo B solo permite órbitas circulares.

b) En el modelo ampliado BS, las órbitas vienen definidas por tres números cuánticos.

c) El modelo B calcula correctamente la energía de ionización del He, Li y otros átomos pequeños.

d) En el modelo BS, las órbitas son elípticas.

a) Cierta. En el modelo original de Bohr se empleaban solo órbitas circulares.

b) Cierta. Se necesitan tres números cuánticos para especificar la capa electrónica, la forma de la órbita y la orientación de la órbita en el espacio.

c) Falsa. El modelo solo funciona bien en átomos hidrogenoides, o sea, con un solo electrón. Por tanto, predice correctamente la energía de ionización del hidrógeno, pero no la del helio o el litio. Sí es válido para He^{+} y Li^{2+}, por ejemplo.

d) Cierta. El modelo de Sommerfeld admite cualquier tipo de órbitas, tanto elípticas como circulares. Las órbitas circulares son un caso especial de órbita elíptica.

6 Emisión estimulada y radiación láser

Página 311

24 **Cuando se compara la radiación láser con la que procede de otras fuentes, ¿cuáles de estas afirmaciones son ciertas?:**

a) Si tienen igual potencia, la intensidad es similar.

b) Los fotones del láser tienen más energía.

a) Falsa. A igual potencia, el haz láser es mucho más intenso, porque la potencia luminosa se reparte en una superficie mucho menor ($I = P/S$).

b) Falsa. Los fotones de una luz láser son individualmente similares a los de cualquier otra fuente de luz. Su energía depende del color (frecuencia o longitud de onda) siguiendo la fórmula habitual, $E = h \cdot f$.

25 **La línea más importante del láser de He-Ne es λ = 633 nm. Para un equipo de 8 mW de potencia que genera un haz de 1 mm de diámetro, calcula la intensidad del haz y el número de fotones que golpean cada segundo un papel colocado perpendicularmente a la dirección del haz.**

La intensidad del haz es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{\pi \cdot r^2} = \frac{0{,}008\ \text{W}}{\pi \cdot (0{,}0005\ \text{m})^2} = 1{,}02 \cdot 10^4\ \text{W/m}^2$$

La energía que el haz láser transporta en un segundo es:

$$E = P \cdot t = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{W} \cdot 1\ \text{s} = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

Por tanto, el número de fotones que cada segundo chocan contra un objeto colocado perpendicularmente al avance del haz será:

$$E = n \cdot E_{fotón} = n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} \ \rightarrow\ n = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{0{,}008\ \text{J} \cdot 633 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}55 \cdot 10^{16}\ \text{fotones/s}$$

26 **En cirugía ocular de la retina se emplea un láser de argón (λ = 488 nm) aplicando pulsos de 0,1 J de energía con una duración de un milisegundo. Si la sección del haz es de 1 mm², determina:**

a) La intensidad luminosa aplicada.

b) El número de fotones de cada pulso.

a) La intensidad luminosa aplicada es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{E/t}{S} = \frac{0{,}1 \text{ J}/0{,}001 \text{ s}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 10^8 \text{ W/m}^2$$

b) El número de fotones que lleva cada pulso será:

$$E = n \cdot E_{fotón} = n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} \;\rightarrow\; n = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{0{,}1 \text{ J} \cdot 488 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2{,}45 \cdot 10^{17} \text{ fotones}$$

27 **Un láser que consume una potencia eléctrica de 250 W produce cada segundo 10^{20} fotones cuya frecuencia es $8{,}7 \cdot 10^{14}$ Hz. Determina la eficiencia energética del equipo.**

La energía que cada segundo transporta el haz es:

$$E = n \cdot E_{fotón} = n \cdot h \cdot f = 10^{20} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 8{,}7 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 57{,}7 \text{ W}$$

De modo que la potencia luminosa es:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{57{,}7 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 57{,}7 \text{ W}$$

La eficiencia energética del equipo resulta:

$$\eta\,(\%) = \frac{P_{luz}}{P_{total}} \cdot 100 = \frac{57{,}7 \text{ W}}{250 \text{ W}} \cdot 100 = 23\,\%$$

7 Mecánica cuántica

Página 313

28 **Para conseguir una misma longitud de onda asociada, ¿quién debe moverse más velozmente, los neutrones o los electrones?**

Tenemos en cuenta la expresión de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Como la masa de los neutrones es mucho mayor que la de los electrones, la velocidad de los neutrones debe ser mucho menor que la de los electrones para producir la misma longitud de onda asociada:

$$\lambda_{neutrón} = \lambda_{electrón} \;\rightarrow\; \frac{v_{electrón}}{v_{electrón}} = \frac{m_{neutrón}}{m_{electrón}} \simeq 2\,000$$

29 **Si se aceleran electrones con una diferencia de potencial de 4 000 V, ¿cuál será su longitud de onda asociada?**

Un electrón, al ser sometido a una diferencia de potencial, experimenta una variación en su energía cinética:

$$\Delta E_c = -q \cdot \Delta V \;\rightarrow\; \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = -q_e \cdot \Delta V$$

A partir de la expresión anterior, podemos obtener la velocidad hasta la que se acelera el electrón:

$$v_e = \sqrt{\frac{-q_e \cdot 2 \cdot \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{-(-1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}) \cdot 2 \cdot 4\,000\ \text{V}}{9,107 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 3,75 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda asociada a los electrones será:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9,107 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3,75 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}} = 0,194 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

NOTA: No se han considerado correcciones relativistas.

30 Dos partículas de distinta masa tienen la misma energía cinética. ¿Tendrán la misma longitud de onda asociada?

Si las masas m_1 y m_2 tienen la misma energía cinética, se cumplirá:

$$E_{c_1} = E_{c_2} \ \rightarrow\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \ \rightarrow\ m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

La longitud de onda asociada a cada partícula es:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{h}{m_1 \cdot v_1} = \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \cdot \frac{v_1}{v_2} \\ \lambda_2 &= \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \end{aligned}\right\} \rightarrow\ \lambda_1 = \lambda_2 \cdot \frac{v_1}{v_2}$$

Como, según el enunciado, las partículas tienen distinta masa, $m_1 \neq m_2$, al tener la misma energía cinética, sus velocidades han de ser distintas, $v_1 \neq v_2$ y, por tanto, $v_1/v_2 \neq 1$, lo que implica que su longitud de onda asociada es distinta.

31 Calcula la longitud de onda asociada a un protón cuya energía cinética es de 4 MeV (masa del protón: m_p = 1,673 · 10^{-27} kg).

La energía cinética del protón, en unidades SI, es:

$$E_c = 4\ \text{MeV} = 4 \cdot 10^{6}\ \text{eV} \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 6,408 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$

La velocidad del protón será, entonces:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \ \rightarrow\ v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,408 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}{1,673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 2,77 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}$$

Y la longitud de onda asociada:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1,673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 2,77 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 1,43 \cdot 10^{-14}\ \text{m}$$

NOTA: En la resolución del problema no se han tenido en cuenta correcciones relativistas.

Página 317

32 Razona cuáles de las siguientes combinaciones de números cuánticos orbitales (n, l, m_l) son admisibles:

a) (3, 2, 1)

b) (1, 1, 1)

c) (2, 0, 1)

d) (4, 2, −2)

a) Admisible.

b) No admisible. Porque l no puede ser igual a n.

c) No admisible. Porque si $l = 0$, m_l no puede ser 1.

d) Admisible.

33 **Busca información en Internet sobre las aplicaciones prácticas de la superconductividad y el efecto túnel, tales como las bobinas superconductoras, la levitación supermagnética de trenes y el microscopio de fuerza atómica.**

Respuesta abierta.

Página 322

Radiación térmica y cuerpo negro

1 **Explica si un cuerpo a temperatura ambiente emite radiación térmica; en caso afirmativo, indica en qué zona del espectro se localiza dicha radiación.**

Los cuerpos emiten radiación térmica a cualquier temperatura. La mayor parte de la radiación emitida a temperatura ambiente se encuentra en el infrarrojo.

2 **¿Existe alguna relación entre la temperatura superficial del Sol y el hecho de que nuestros ojos tengan la máxima sensibilidad para la luz verde?**

La irradiancia espectral del Sol tiene un máximo para la radiación verde (luz verde); de ahí que nuestros ojos, al evolucionar, se hayan adaptado a este hecho, y presentan su máxima sensibilidad para la luz verde.

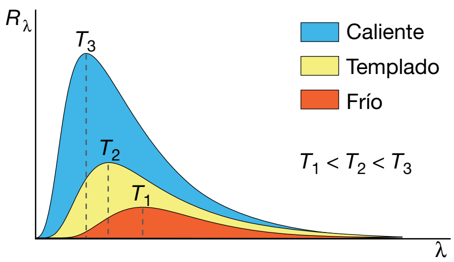
3 **Define el concepto de cuerpo negro y comenta su importancia en el estudio de la radiación térmica.**

Un cuerpo negro es un sistema físico ideal caracterizado porque absorbe toda la radiación que recibe, sin reflejar ningún porcentaje de esta. Para este cuerpo ideal, la radiancia espectral no depende de su forma ni de su constitución, sino solo y exclusivamente de su temperatura.

La importancia del cuerpo negro reside en que permite afrontar el problema de la radiación térmica sin que existan interferencias dependientes del tipo de cuerpo considerado, de su forma o de su composición, permitiendo, por tanto, centrarse en la naturaleza del fenómeno.

4 **Representa de forma aproximada la irradiancia espectral del cuerpo negro en función de la longitud de onda para varias temperaturas.**

La representación pedida es la siguiente:



En cada caso, la irradiancia es el área bajo la curva de distribución.

5 **Una estrella gigante roja emite el máximo de su energía en forma de luz roja de longitud de onda 6 800 Å. Estima su temperatura superficial.**

Al aplicar la ley de desplazamiento de Wien, se tiene:

$$T = \frac{2{,}896\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{máx}} \rightarrow T = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{6\,800 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 4\,259\ \text{K}$$

6 Razona qué estrella será más caliente, una gigante roja o una estrella azul.

De acuerdo con la ley del desplazamiento de Wien:

$$T = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\text{máx}}}$$

Si tenemos en cuenta que la gigante roja tiene el máximo en su radiancia espectral para la luz roja (λ_{roja}) y la extrella azul, para la luz azul (λ_{azul}), como $\lambda_{roja} > \lambda_{azul}$, se cumplirá que la estrella azul se encuentra a mayor temperatura que la estrella roja.

NOTA: La longitud de onda de la luz azul se encuentra entre 450 nm y 500 nm, y la de la luz roja, entre 630 nm y 700 nm.

7 Los pirómetros ópticos permiten calcular la temperatura de un alto horno a partir de la luz emitida por los materiales del interior. ¿En qué se basa su funcionamiento?

Para medir la temperatura del interior de un alto horno, se observa la luz que proviene de su interior a través de una pequeña ventana de vidrio especial capaz de soportar altas temperaturas. El color de la luz se estima comparándolo con un «patrón» de colores situado en la ventana en el que aparece la temperatura correspondiente a cada uno.

El funcionamiento de los pirómetros ópticos se basa en la ley del desplazamiento de Wien, ya que la longitud de onda del calor del interior del horno se corresponde con el máximo de la irradiancia espectral. Una vez conocida $\lambda_{\text{máx}}$, la temperatura del interior del horno se obtiene mediante la expresión:

$$T = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\text{máx}}}$$

8 Al calentar una barra de hierro, esta adquiere un color rojizo que identificamos con una temperatura muy elevada. Si se calienta aún más, ¿dejará de verse roja o irá adquiriendo un rojo más intenso?

Si se calienta aún más, emitirá luz de una frecuencia cada vez mayor, por lo que puede adquirir otro color diferente antes de fundirse o una vez se haya fundido.

9 El Sol emite una energía anual de 1,94 · 10^{34} J. Estima su temperatura superficial sabiendo que su radio es 6,96 · 10^5 km.

La temperatura superficial la podemos obtener aplicando la ley de Stefan-Boltzmann:

$$R = \frac{P}{S} = \sigma \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}$$

Para ello, hemos de calcular, en primer lugar, la irradiancia espectral del Sol:

$$R = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{E}{4 \cdot \pi \cdot R_{Sol}^2 \cdot t} = \frac{1{,}94 \cdot 10^{34}\ \text{J}}{4 \cdot \pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8\ \text{m})^2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3\,600\ \text{s}} = 1{,}011 \cdot 10^8\ \text{W/m}^2$$

Así, la temperatura resulta:

$$T = \sqrt[4]{\frac{1{,}011 \cdot 10^8\ \text{W/m}^2}{5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}}} = 6\,498\ \text{K}$$

10 **Desde la Tierra se ha medido que una determinada estrella tiene un máximo en su irradiancia espectral para λ = 5 100 Å. ¿Cuál es su temperatura superficial?**

Sí; se puede conocer su temperatura superficial aplicando la ley de desplazamiento de Wien:

$$T \cdot \lambda_{máx} = 2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K} \ \rightarrow \ T = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{máx}}$$

Al sustituir el valor de la longitud de onda para la que la energía es máxima, $\lambda_{máx}$, la temperatura superficial de la estrella resulta:

$$T = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{máx}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{5\,100 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 5\,678\ \text{K}$$

11 **Calcula la energía que emite una estrella azul por m² y por segundo, sabiendo que la irradiancia espectral tiene su máximo en el azul (λ = 4 750 Å).**

La ley de Stefan-Boltzmann permite obtener la energía que emite la estrella por metro cuadrado de superficie y por segundo:

$$R = \sigma \cdot T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-4} \cdot T^4$$

Para ello debemos conocer, en primer lugar, el valor de la temperatura superficial, T, para la cual la irradiancia espectral tiene un máximo ($\lambda_{máx}$ = 4750 Å); la ley del desplazamiento de Wien nos permite obtenerla:

$$T = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{máx}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{4\,750 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 6\,097\ \text{K}$$

Entonces:

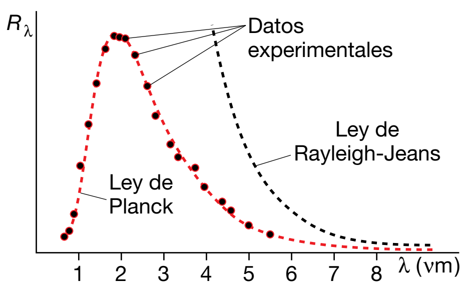
$$R = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-4} \cdot (6\,097\ \text{K})^4 = 7,84 \cdot 10^7\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Hipótesis cuántica de Planck

12 **Comenta brevemente a qué se llamó «catástrofe ultravioleta», utilizando la gráfica de la irradiancia espectral del cuerpo negro, empírica y teórica.**

En la gráfica se muestra la irradiancia espectral del cuerpo negro en función de la longitud de onda, λ. La curva continua representa la curva obtenida experimentalmente, y la discontinua, la obtenida teóricamente a partir de la física clásica mediante argumentos termodinámicos y electromagnéticos.

El resultado teórico implicaba que el cuerpo emitiría una cantidad infinita de energía en forma de radiación de alta frecuencia, lo cual es absurdo. A esto se le llamó «catástrofe del ultravioleta».



13 **Enuncia la hipótesis de Planck e indica qué novedad supuso.**

Según la hipótesis de Planck, el intercambio de energía entre la radiación y la materia, es decir, la ganancia o pérdida de energía de un cuerpo, en forma de radiación, no se hace de forma continua, sino por medio de «paquetes» de energía o «cuantos», cuya expresión, donde h es la constante de Planck, de valor $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s, es:

$$E = h \cdot f$$

La novedad reside, precisamente, en esta discontinuidad, pues hasta entonces se suponía que el valor que podría tomar la energía intercambiada en forma de radiación podría ser cualquiera, con independencia de la frecuencia de esta.

14 **Razona si la afirmación siguiente es correcta:**

«Si la luz de dos focos luminosos es de diferente color y ambos tienen la misma potencia, no pueden emitir el mismo número de fotones por segundo».

La afirmación es correcta. Si las luces son de distinto color, sus frecuencias son diferentes, $f_1 \neq f_2$. Si el primer foco emite n_1 fotones por segundo, y el otro foco, n_2 fotones por segundo, la energía emitida por cada uno en un segundo será:

$$E_1 = n_1 \cdot h \cdot f_1 \quad ; \quad E_2 = n_2 \cdot h \cdot f_2$$

Como ambos focos tienen la misma potencia, en 1 s emitirán la misma energía; esto es:

$$n_1 \cdot h \cdot f_1 = n_2 \cdot h \cdot f_2 \;\rightarrow\; n_1 \cdot f_1 = n_2 \cdot f_2$$

Por tanto, como $f_1 \neq f_2$, entonces $n_1 \neq n_2$.

15 **Una bombilla de 10 W emite luz azul de 4740 Å. Calcula los fotones que emite por minuto.**

La energía que emite la bombilla en un minuto es:

$$P = \frac{E}{t} \;\rightarrow\; E = P \cdot t = 10\ \text{W} \cdot 60\ \text{s} = 600\ \text{J}$$

Por otro lado, la energía de cada fotón de luz azul de 4740 Å es:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4\,740 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 4{,}194 \cdot 10^{-19}\ \text{J/fotón}$$

En consecuencia, el número de fotones emitidos en un minuto será:

$$n = \frac{E}{E_{\text{fotón}}} = \frac{600\ \text{J}}{4{,}194 \cdot 10^{-19}\ \text{J/fotón}} = 1{,}434 \cdot 10^{21}\ \text{fotones por minuto}$$

16 **Calcula la energía de un fotón si la longitud de onda de la radiación a la que pertenece es $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m. ¿Y la de un mol de fotones?**

La frecuencia de la radiación a la que pertenece es:

$$f = \frac{c}{\lambda} \;\rightarrow\; f = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 6{,}67 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

Y con ella, la energía de un fotón:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 4{,}42 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La energía de un mol de fotones (N_A fotones) es:

$$E_{1\ mol} = N_A \cdot E_{fotón} = 6{,}022137 \cdot 10^{23}\ \text{fotones/mol} \cdot 4{,}42 \cdot 10^{-19}\ \text{J/fotón} = 2{,}66 \cdot 10^{5}\ \text{J/mol}$$

17 **Calcula la potencia de una bombilla que emite luz de 4550 Å si se sabe que cada segundo emite 10^{18} fotones. ¿Qué magnitud variará si se modifica el color de la luz emitida?**

La energía de cada uno de los fotones emitidos es:

$$E_{fotón} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4\,550 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 4{,}369 \cdot 10^{-19}\ \text{J/fotón}$$

Como cada segundo se emiten 10^{18} fotones, la energía emitida por segundo será:

$$E = 10^{18}\ \text{fotones} \cdot 4{,}369 \cdot 10^{-19}\ \text{J/fotón} = 0{,}4369\ \text{J} \quad \rightarrow \quad P = 0{,}4369\ \text{W}$$

Si se modifica el color de la luz emitida, variará la energía de cada fotón, por lo que la energía emitida por segundo (la potencia) será distinta.

El efecto fotoeléctrico

18 **Si antes que Einstein ya había establecido Planck que la radiación se emite y aborbe como paquetes o cuantos de energía, ¿qué novedad supuso la interpretación que hizo el primero del efecto fotoeléctrico?**

Planck estableció el concepto de la cuantización en el marco de intercambio de energía o interacción entre la radiación y la materia. Einstein generalizó esta idea a la propagación misma de la radiación; así, la radiación sería un conjunto de «cuantos» o «fotones».

19 **Sobre un metal de frecuencia umbral $f_0 = 2{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz incide una radiación de $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ m. Calcula:**

a) La función trabajo del metal.

b) La E_c(máx) de los fotoelectrones emitidos.

c) El potencial que hay que aplicar para frenarlos.

a) La función trabajo o trabajo de extracción del metal, W_e, es:

$$W_e = h \cdot f_0 \quad \rightarrow \quad W_e = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 1{,}66 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b) La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos es, de acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_c(\text{máx}) = h \cdot f - W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_e$$

$$E_c(\text{máx}) = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{2 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} - 1{,}66 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 8{,}28 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

c) El potencial que hay que aplicar para frenar los fotoelectrones emitidos es el valor de la tensión aplicada, V_0, a partir del cual la intensidad de la corriente cae a cero, e indica que ningún fotoelectrón es expulsado con una energía cinética superior a $e \cdot V_0$; en este caso, su valor es:

$$E_c(\text{máx}) = e \cdot V_0 \quad \rightarrow \quad V_0 = \frac{E_c(\text{máx})}{e} = \frac{8{,}28 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 5{,}17\ \text{V}$$

20 **Los fotoelectrones arrancados de un metal con frecuencia umbral f_0 = 10^{14} Hz tienen una energía cinética máxima de 1,5 eV. ¿Cuál es la frecuencia de la radiación incidente?**

La energía cinética máxima, expresada en julios, es:

$$E_c(\text{máx}) = 1{,}5 \text{ eV} \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2{,}403 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

De acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_c(\text{máx}) = h \cdot f - W_e = h \cdot f - h \cdot f_0 \;\rightarrow\; f = \frac{E_c(\text{máx}) + h \cdot f_0}{h}$$

El valor de la frecuencia de la radiación incidente resulta:

$$f = \frac{2{,}403 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 10^{14} \text{ Hz}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 4{,}63 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Página 323

21 **Un metal tiene una longitud de onda umbral λ = 500 nm. Si sobre él incide una radiación de 390 nm, ¿cuál será la energía cinética máxima de los fotoelectrones?**

La frecuencia umbral, λ_0, y la frecuencia de la radiación incidente, λ, son:

$$\lambda_0 = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \;\rightarrow\; f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda = 390 \text{ nm} = 3{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ m} \;\rightarrow\; f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 7{,}7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos es:

$$E_c(\text{máx}) = h \cdot f - W_e = h \cdot f - h \cdot f_0 = h \cdot (f - f_0)$$

$$E_c(\text{máx}) = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot (7{,}7 - 6) \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 1{,}13 \cdot 10^{-19} \text{ J} \;\rightarrow\; E_c(\text{máx}) = 0{,}705 \text{ eV}$$

22 **Si los electrones arrancados de un metal por efecto fotoeléctrico se pueden frenar mediante un potencial de 3,5 V, y la radiación incidente tenía una frecuencia de *f* = 1,2 · 10^{15} Hz, ¿cuál es la frecuencia umbral del metal? ¿Y su función trabajo?**

La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos es:

$$E_c(\text{máx}) = e \cdot V_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3{,}5 \text{ V} = 5{,}607 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

El trabajo de extracción resulta:

$$E_c(\text{máx}) = h \cdot f - W_e \;\rightarrow\; W_e = h \cdot f - E_c(\text{máx})$$

$$W_e = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{15} \text{ Hz} - 5{,}607 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2{,}34 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A partir de este dato, obtenemos el valor de la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 \;\rightarrow\; f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{2{,}34 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 3{,}53 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

23 **Al exponer un metal a radiación de 8 · 10¹⁴ Hz, este emite electrones que son frenados por un potencial de 1 V. Calcula el trabajo de extracción y la energía cinética máxima de los fotoelectrones.**

La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos es:

$$E_c(\text{máx}) = e \cdot V_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

El trabajo de extracción resulta:

$$W_e = h \cdot f - E_c(\text{máx}) \ \rightarrow\ W_e = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 8 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} - 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}7 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

24 **Cada vez es más frecuente ver placas solares en los tejados para producción eléctrica. ¿Se basa su funcionamiento en el efecto fotoeléctrico que estudió Einstein?**

No. Su funcionamiento se basa en el efecto fotovoltaico que es un tipo de efecto fotoeléctrico, pero no el que estudió Einstein. El que estudió Einstein consiste en la fotoemisión de electrones que son expulsados de un metal por la luz ultravioleta.

En el efecto fotovoltaico de los paneles solares no se usan metales, sino silicio, y no son expulsados electrones, sino que la iluminación origina una diferencia de potencial dentro del material que puede aprovecharse para producir corriente eléctrica. La luz visible es capaz de dar lugar a este efecto.

25 **¿Por qué un metal puede desprender electrones si se ilumina su superficie con la luz adecuada? Si la luz no es capaz de provocar la emisión, ¿qué se conseguirá aumentando la intensidad luminosa?**

Dentro de los metales hay un inmenso mar de electrones que se mueven casi libremente (es consecuencia del enlace metálico), pero que no pueden escapar de su interior, porque la red cristalina de cationes cargados positivamente los atrae y se lo impide. Pero si se comunica la suficiente energía a algunos electrones, estos podrán abandonar el metal y salir proyectados al exterior.

Uno de los mecanismos de transferencia de energía a los electrones es mediante luz. Para que eso suceda, un único fotón debe comunicar a un electrón su energía y esta debe ser suficiente para superar la barrera energética que impide al electrón escapar del metal. Si los fotones no son lo suficientemente energéticos (poseen una frecuencia lo suficientemente alta o longitud de onda lo suficientemente corta), no habrá fotoemisión. Un aumento de la intensidad de la luz no conseguiría ningún efecto, porque de nada sirve aumentar el número de fotones que impactan con el metal si cada uno de ellos no transporta la energía requerida.

26 **Describe tres tipos diferentes de fenómenos que pueden denominarse «efecto fotoeléctrico». ¿Cuál de ellos es el más adecuado para producir electricidad? ¿Y cuál es el más utilizado para hacer sensores de seguridad en el cierre de puertas?**

Los tres efectos fotoeléctricos más comunes son:

a) Fotoemisión de electrones (el proceso que estudió Einstein y que está en el origen de la teoría cuántica antigua, junto con el cuerpo negro). Se usa luz ultravioleta que actúa sobre algunos metales.

b) Efecto fotovoltaico. Es el adecuado para producir corriente eléctrica mediante paneles fotovoltaicos, como por ejemplo los paneles solares de este tipo. Suele utilizarse luz visible y el material sensible más empleado es el silicio. No hay expulsión de electrones al exterior, sino que se liberan internamente electrones que al circular originan una corriente eléctrica.

c) Fotoconductividad. Se emplea masivamente para construir sensores o detectores. Consiste en el aumento de la conductividad eléctrica (disminución de la resistencia eléctrica) que muchos materiales experimentan cuando son iluminados. Suele emplearse luz infrarroja (o visible) que actúa sobre semiconductores cuya composición es similar a los usados en las lámparas LED.

Naturaleza corpuscular de la luz

27 **Un haz de rayos X de 0,38 nm es dispersado por efecto Compton de manera que la radiación secundaria forma 20° con la radiación incidente. Calcula la longitud de onda de la radiación secundaria.**

La longitud de onda de la radiación secundaria se obtiene aplicando directamente la ecuación del efecto Compton:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$$

Al sustituir los valores de que disponemos, resulta:

$$\lambda' = 0{,}38 \cdot 10^{-9}\ \text{m} + \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} \cdot (1 - \cos 20°) =$$

$$= 3{,}8015 \cdot 10^{-10}\ \text{m} = 0{,}38015\ \text{nm}$$

28 **Calcula la energía de un fotón producido en un horno de microondas doméstico (*f* = 2,45 GHz) y determina cuántos de esos fotones se necesitan para igualar la energía de un solo fotón de luz naranja (λ = 612 nm).**

La energía de cada tipo de fotón es:

$$E_{microondas} = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 2{,}45 \cdot 10^{9}\ \text{s}^{-1} = 1{,}62 \cdot 10^{-24}\ \text{J}$$

$$E_{naranja} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{612 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}25 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

En consecuencia, por cada fotón de luz naranja se necesitan *N* fotones de microondas:

$$E_{naranja} = N \cdot E_{microondas} \quad \rightarrow \quad N = \frac{E_{naranja}}{E_{microondas}} = 2{,}0 \cdot 10^{5}$$

29 **Un haz de rayos X de λ = 4,8 · 10^{-11} m incide sobre un cristal y es dispersado por efecto Compton. Calcula la longitud de onda de la radiación secundaria si su dirección forma 27° con la radiación incidente.**

Aplicando la ecuación del efecto Compton, obtenemos:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' = 4{,}8 \cdot 10^{-11}\ \text{m} + \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} \cdot (1 - \cos 27°) = 4{,}826 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

30 **En el espacio intergaláctico, un átomo de hidrógeno emite un fotón de λ = 450 nm. Si la masa del átomo es 1,67 · 10^{-27} kg, calcula la velocidad de su retroceso tras la emisión fotónica.**

El principio de conservación del momento lineal exige que el átomo emisor adquiera un momento lineal equivalente al del fotón emitido, pero de sentido contrario:

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final} \rightarrow 0 = \vec{p}_{fotón} + \vec{p}_{átomo} \rightarrow 0 = \frac{E_{fotón}}{c} - m_H \cdot v_H \rightarrow$$

$$\rightarrow v_H = \frac{\frac{h \cdot c/\lambda}{c}}{m_H} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}/450 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 0{,}88\ \text{m/s}$$

31 Indica las proposiciones correctas:

a) Los fotones de la radiación infrarroja son más energéticos que los de la luz roja.

b) Es muy difícil detectar el comportamiento ondulatorio de los rayos γ.

c) El momento lineal de un fotón no puede ser nunca mayor que el de un electrón.

d) La difracción de rayos X sirvió para descubrir la estructura atómica del ADN.

a) Falsa. La energía de los fotones aumenta con la frecuencia de la luz y la luz roja tiene frecuencia superior a la infrarroja.

b) Cierta. Como la longitud de onda de la radiación gamma es muy corta, su comportamiento ondulatorio es casi indetectable.

c) Falsa. El momento lineal de un electrón depende de su velocidad, que puede ser baja, y el de un fotón depende de su frecuencia, que puede ser muy alta. En los experimentos tipo Compton, el momento lineal de los fotones es comparable o superior al de los electrones.

d) Cierta. La difracción mediante rayos X fue una herramienta fundamental para descifrar la estructura en doble hélice del ADN.

32 Explica cómo debe interpretarse la doble naturaleza de la luz y busca ejemplos y analogías en la web que faciliten la comprensión del concepto.

La naturaleza de la luz que se manifiesta en cada caso depende del experimento que se diseña. Si se construye una experiencia para detectar ondas, se observará la naturaleza ondulatoria de la luz; si se prepara una experiencia para partículas se apreciará la naturaleza corpuscular. En general, el comportamiento corpuscular es propio de los fotones individuales, mientras que la naturaleza ondulatoria corresponde a la propagación colectiva.

33 Si toda la radiación electromagnética se propaga de forma ondulatoria, ¿por qué se llama «rayos» a la porción de frecuencia más alta?

Se usa la expresión «rayos» para referirse a una proyección que, procedente de un punto se propaga en línea recta. Este tipo de propagación es típica de partículas o corpúsculos. Por eso, cuanto más acusada es la naturaleza corpuscular de la luz, con mayor propiedad puede usarse la expresión «rayos». No se usa nunca para las ondas de radio ni para las microondas. Es frecuente utilizarla en el caso de la luz infrarroja, visible y ultravioleta. Es la forma habitual de referirse a la porción del espectro electromagnético de frecuencia más alta.

Espectros atómicos y modelo de Bohr

34 ¿Cuál es la diferencia entre el modelo de Thomson y el de Rutherford?

En el modelo de Thomson no hay núcleo, sino una masa uniforme positiva que embebe a los electrones. El modelo de Rutherford es el primero con un pequeño núcleo positivo en torno al cual orbitan los electrones.

35 **El modelo de Bohr debía superar una inconsistencia o incompatibilidad del modelo de Rutherford con las leyes de la física clásica, ¿cuál era? ¿Qué solución aportó Bohr?**

El modelo de Rutherford no es estable si se cumplen las leyes del electromagnetismo de Maxwell y Lorentz, porque en una órbita (circular o elíptica) el electrón está acelerado (aceleración centrípeta) y debe emitir radiación electromagnética. Por eso, perdería energía rápidamente y en un tiempo minúsculo colapsaría contra el núcleo.

Bohr resolvió el problema creando los estados estacionarios, es decir, «órbitas especiales» en las cuales el electrón no emite radiación y, por tanto, en las cuales puede permanecer indefinidamente. Por supuesto, los estados estacionarios de Bohr son incompatibles con el electromagnetismo clásico.

36 **Obtén el radio del primer estado excitado del átomo de hidrógeno, según el modelo de Bohr y compáralo con el radio del estado fundamental. Dato: El radio del *n*-ésimo nivel es:**

$$r = n^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

De acuerdo con el dato del enunciado, los radios del estado fundamental, $n = 1$, y del primer estado excitado, $n = 2$, son:

$$r_1 = 1^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

$$r_2 = 2^2 \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 21{,}16 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

Por tanto, ambos radios se encuentran en la proporción:

$$\frac{r_2}{r_1} = 4$$

Página 324

37 **Calcula la longitud de onda de la primera línea de la serie de Paschen del espectro de emisión del hidrógeno utilizando la fórmula de Rydberg. ¿En qué región del espectro se sitúa? ¿Cómo explica el modelo atómico de Bohr las líneas de la serie de Paschen? Dato: $R_H = 1{,}097 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$.**

En la teoría de Bohr, la serie de Paschen se produce cuando electrones en estados excitados ($n > 3$) decaen al estado con $n = 3$. La primera línea de la serie corresponde al salto desde $n = 4$ a $n = 3$. Aplicando la fórmula de Rydberg resulta:

$$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) \rightarrow \lambda = 1{,}88 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 1{,}88\ \mu\text{m}$$

Esta longitud de onda corresponde a radiación infrarroja.

38 **Discute la validez de las siguientes proposiciones:**

a) El modelo de Bohr es válido para el ion Li^+.

b) Las líneas de un espectro de absorción aparecen también en el correspondiente de emisión.

c) En las órbitas elípticas del modelo de Sommerfeld, el núcleo no ocupa su centro.

d) La cuarta órbita de Bohr para el hidrógeno es cuatro veces mayor que la primera.

a) Falsa. El ion Li^+ tiene dos electrones. No es hidrogenoide y, por tanto, el modelo de Bohr no funciona bien. Sí lo hace para Li^{2+}.

b) Cierta. En general, todas las líneas del espectro de absorción también aparecen en el de emisión.

c) Cierta. Al igual que sucede con los planetas y el Sol (leyes de Kepler), el núcleo no está en el centro de la órbita, sino en un foco de la elipse.

d) Falsa. El radio crece con el valor de n^2 de modo que la cuarta órbita es 16 veces más grande que la primera.

39 Si se hace incidir radiación sobre el electrón del átomo de hidrógeno en su estado fundamental con el fin de que pase a ocupar el segundo nivel excitado, ¿cuál debe ser la frecuencia de la radiación? ¿Qué sucederá inmediatamente después? Dato: La energía del *n*-ésimo nivel es:

$$\boldsymbol{E = -\frac{1}{n^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}$$

La transición se produce desde el estado fundamental, $n = 1$, hasta el segundo estado excitado, $n = 3$; las energías que corresponden a estos estados son:

$$E_1 = -\frac{1}{1^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = -2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_3 = -\frac{1}{3^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = -0{,}243 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

La frecuencia de la radiación será:

$$f = \frac{E_3 - E_1}{h}$$

$$f = \frac{-0{,}243 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - (-2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J})}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 2{,}93 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Inmediatamente después, el electrón saltará al nivel fundamental, emitiendo radiación de la misma frecuencia, o bien saltará al nivel $n = 2$ y después (inmediatamente) al estado fundamental.

40 El electrón del átomo de hidrógeno se encuentra en el nivel *n* = 3 y salta hasta el fundamental emitiendo un fotón. Calcula la frecuencia de dicho fotón. Dato: La energía del *n*-ésimo nivel es:

$$\boldsymbol{E = -\frac{1}{n^2} \cdot 2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}$$

En este caso, la transición se produce desde el segundo estado excitado, $n = 3$, hasta el estado fundamental, $n = 1$. Por tanto, es la misma situación que en la actividad anterior, pero a la inversa.

Los valores de E_1 y E_3, calculados en la actividad anterior, son:

$$E_1 = -2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_3 = -0{,}243 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Por tanto:

$$f = \frac{|E_1 - E_3|}{h} = \frac{|-2{,}184 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - (-0{,}243 \cdot 10^{-18}\ \text{J})|}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 2{,}93 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

En este caso, el electrón emite un fotón de frecuencia $2{,}93 \cdot 10^{15}$ Hz, mientras que en el caso anterior el fotón era absorbido por el electrón.

Radiación láser

41 **Explica la diferencia entre emisión estimulada y emisión espontánea. ¿Cómo afecta esa diferencia a la radiación que se emite?**

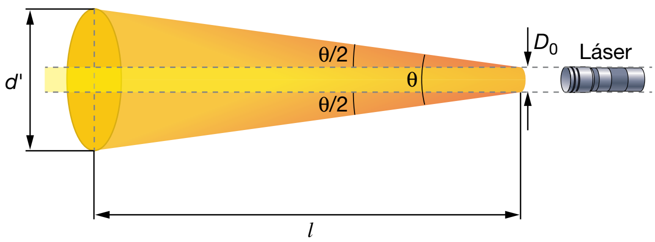
La emisión espontánea se produce cuando un átomo excitado reduce su contenido energético por emisión de un fotón de forma aleatoria e impredecible. Los fotones emitidos por diferentes átomos excitados no guardan relación entre sí y la radiación es en conjunto incoherente.

En la emisión estimulada, un fotón externo de la frecuencia adecuada provoca la emisión del átomo excitado de modo tal que el fotón emitido y el fotón estimulante no solo tienen la misma frecuencia, sino que están en fase. Por eso, la radiación emitida de esta manera es coherente (todos los fotones que componen la radiación generada están relacionados entre sí en el espacio y en el tiempo).

42 **La divergencia de un haz de láser perfecto es $\theta = 1{,}22 \cdot \lambda / D_0$, donde D_0 es el diámetro en la cintura del haz. Obtén la divergencia para un láser He-Ne y determina la anchura de su haz a 1 km de distancia.**

Datos: $\lambda_{He\text{-}Ne}$ = 633 nm, D_0 (He-Ne) = 0,8 mm.

La divergencia del láser mide cuánto se abre el haz de luz al alejarse de la región en la que es más estrecho. Esa región del haz se denomina «cintura del haz» y suele estar unos centímetros delante de la ventana de salida del equipo láser:



Para un láser perfecto o ideal de longitud de onda λ, la divergencia en radianes, θ, puede aproximarse con la expresión:

$$\theta = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D_0}$$

donde D_0 es el diámetro de la cintura del haz. Al sustituir los datos del ejercicio, resulta:

$$\theta = 1{,}22 \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 9{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{rad}$$

Para calcular la anchura del haz a 1 km de distancia hacemos una simple proporción geométrica:

$$\theta \simeq tan\,\theta = \frac{d' - D_0}{l} \;\rightarrow\; 9{,}65 \cdot 10^{-4} = \frac{d' - 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{10^{3}\ \text{m}} \;\rightarrow\; d' = 0{,}97\ \text{m}$$

Como se observa, a 1 km de distancia el haz sigue siendo bastante estrecho. Si hubiésemos utilizado una fuente de luz convencional (una linterna, por ejemplo) y hubiéramos hecho pasar la luz a través de un orificio de 0,8 mm de diámetro, tras recorrer 1 km el haz tendría una anchura enorme, ya que prácticamente la luz se propaga de forma esférica en todas las direcciones tras atravesar el orificio.

43 **Calcula la potencia y la intensidad de un láser de luz azul (λ = 480 nm), sabiendo que a la salida del equipo el haz tiene un diámetro de 0,8 mm y que una lámina colocada perpendicularmente recibe cada minuto el impacto de 10^{21} fotones.**

La potencia del haz se calcula con la energía de los *N* fotones que salen proyectados del láser en un minuto:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{N \cdot E_{fotón}}{t} = \frac{N \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}}{t} = \frac{10^{21} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{480 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}}{60\ \text{s}} = 6{,}9\ \text{W}$$

La intensidad se obtiene dividiendo la potencia entre la sección (área) del haz:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{\pi \cdot r^2} = \frac{6{,}9\ \text{W}}{\pi \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2} = 1{,}37 \cdot 10^{7}\ \text{W/m}^2$$

44 **Busca el significado de las siguientes características de la luz y razona cuál o cuáles no son específicas de un láser: monocromaticidad, potencia, intensidad, coherencia, refrangibilidad, direccionalidad.**

Monocromaticidad. Se refiere a la anchura espectral (en frecuencia o longitud de onda) de la luz emitida. Si la luz solo contiene una única frecuencia o longitud de onda es totalmente monocromática (lo cual es imposible). Esta es una característica típica de la luz láser cuya banda de frecuencias es mucho más estrecha que la de una fuente ordinaria.

Potencia. Es la energía luminosa desarrollada por la fuente en la unidad de tiempo. Los láseres no son especialmente potentes y otras fuentes de luz tienen potencias lumínicas muy superiores.

Intensidad. Es la potencia luminosa por unidad de superficie iluminada. Los láseres son muy intensos, porque el haz de luz es muy estrecho.

Coherencia. Se debe a la interrelación entre los fotones emitidos y se manifiesta porque diferentes regiones del haz de luz están en fase espacial y temporal. La coherencia es una de las más importantes características de una fuente láser.

Refrangibilidad. Es la mayor o menor tendencia a desviarse o curvarse por refracción que muestra un haz de luz cuando cambia de un medio óptico a otro diferente. La luz láser es en esto similar a cualquier otra.

Direccionalidad. Indica la tendencia a propagarse en un haz estrecho con una dirección bien definida. La falta de direccionalidad conduce a una propagación en todas las direcciones (propagación esférica) sin que haya una dirección predominante. Las fuentes láser son muy direccionales y esta es una de sus características más apreciadas.

45 **La potencia de salida de un láser de luz roja (λ = 675 nm) es de 240 mW. Si la sección de su haz a 1 m de distancia es de 1,2 mm², determina la intensidad del láser en ese punto y calcula el número de fotones que emite el equipo cada segundo.**

La intensidad se obtiene dividiendo la potencia entre la sección (área) del haz:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{0{,}24\ \text{W}}{1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2} = 2{,}0 \cdot 10^{5}\ \text{W/m}^2$$

A partir de la potencia se calcula el número de fotones, *N*, que cada segundo lleva el haz:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{N \cdot E_{fotón}}{t} = \frac{N \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}}{t} \rightarrow$$

$$\rightarrow N = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{0{,}24\ \text{W} \cdot 1\ \text{s} \cdot 675 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 8{,}145 \cdot 10^{17}\ \text{fotones}$$

Actividades finales

Dualidad onda-corpúsculo de la materia

46 **Calcula la velocidad de un electrón cuya longitud de onda asociada es 0,015 nm.**

Dato: m_e = 9,107 · 10^{-31} kg.

De acuerdo con la hipótesis de De Broglie, la velocidad del electrón debe ser:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} \quad \rightarrow \quad v = \frac{h}{m_e \cdot \lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}107 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 0{,}015 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4{,}85 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}$$

47 **Calcula la longitud de onda asociada a un electrón que se mueve a 1 000 m/s. Calcula también la de un avión de 50 000 kg moviéndose a esa velocidad y compáralas. Dato: m_e = 9,107 · 10^{-31} kg.**

Teniendo en cuenta la hipótesis de De Broglie, la longitud de onda resulta:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{9{,}107 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 1000\ \text{m/s}} = 7{,}28 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 728\ \text{nm}$$

Y para un supuesto avión que se pudiese desplazar a 1000 m/s:

$$\lambda_a = \frac{h}{m_a \cdot v_a} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{50\,000\ \text{kg} \cdot 1000\ \text{m/s}} = 1{,}325 \cdot 10^{-41}\ \text{m}$$

Entonces:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_a} = \frac{7{,}28 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}{1{,}325 \cdot 10^{-41}\ \text{m}} = 5{,}494 \cdot 10^{34}$$

48 **¿Conoces algún experimento que pueda utilizarse para probar que un haz de electrones presenta un comportamiento ondulatorio?**

Al hacer incidir un haz de electrones con suficiente velocidad sobre un cristal, es posible obtener figuras de difracción similares a las producidas por la difracción de los rayos X.

49 **¿A qué velocidad debe moverse un neutrón para que su longitud de onda asociada sea de 10 pm? ¿Es necesario emplear ecuaciones relativistas?**

Dato: masa del neutrón = 1,67 · 10^{-27} kg.

Tenemos en cuenta la expresión de De Broglie aplicada a un neutrón:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad \rightarrow \quad v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 10 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 3{,}97 \cdot 10^{4}\ \text{m/s}$$

Es una velocidad muy lejana a *c*; por tanto, no hay necesidad de emplear ecuaciones relativistas.

50 **Si al calcular la longitud de onda asociada al movimiento de una bola de 250 g se obtiene el valor $\lambda = 10^{-32}$ m, explica por qué carece de sentido físico tratar de detectar el comportamiento ondulatorio.**

Por dos razones:

a) En este caso, la longitud de onda asociada es mucho menor que el propio tamaño del objeto que se mueve, así que carece de sentido atribuirle un comportamiento ondulatorio a su movimiento.

b) Aunque no se cumpliese el apartado anterior, una longitud de onda de 10^{-32} m sería indetectable, pues es muchísimo menor que la de cualquier objeto, cuerpo o sistema que existe en la naturaleza. Es imposible diseñar un «experimento de detección de ondas» que sea aplicable a longitudes de onda tan cortas.

Página 325

Principio de indeterminación

51 **Comenta la afirmación siguiente: «Cuando la técnica se desarrolle lo suficiente, será posible medir simultáneamente, y de forma exacta, la posición y la velocidad de una partícula».**

La afirmación es falsa. En el contexto de la física cuántica, y de acuerdo con la naturaleza misma de la materia, la imposibilidad de obtener simultáneamente la posición y la velocidad de una partícula es un hecho que nada tiene que ver con la técnica, sino más bien con la estructura misma del universo.

52 **Se suele considerar el principio de incertidumbre como una consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la materia. ¿Sabrías razonar por qué?**

Si se tiene en cuenta la naturaleza ondulatoria de la materia, es decir, que una partícula lleva asociada una onda, entenderemos que plantearnos dónde se encuentra, su posición, adquiere un significado muy delicado. Esto, unido a que el proceso de medida implica necesariamente interaccionar, perturbar, el estado inicial del sistema, nos ayuda a aproximarnos al concepto de «incertidumbre», esto es, a la imposibilidad de obtener a la vez la posición y la velocidad de la partícula con total exactitud.

53 **Comenta si en el contexto de la mecánica cuántica puede determinarse la posición exacta de una partícula a partir de su función de onda.**

A partir de la función de onda, podemos calcular la probabilidad de que la partícula se encuentre en una determinada posición, pero no su posición con certeza absoluta.

54 **Si suponemos que la indeterminación en la velocidad del electrón de un átomo de hidrógeno es el 10% de v_0 (velocidad en la primera órbita de Bohr), ¿cuál será la indeterminación en la posición? Si la comparas con r_0 (radio de la primera órbita de Bohr), ¿a qué conclusión llegas? Supón un error despreciable para la masa del electrón.**

La velocidad del electrón en la primera órbita de Bohr del átomo de hidrógeno es $v_0 = 2{,}2 \cdot 10^6$ m/s de modo que la indeterminación de su velocidad es $\Delta v = 2{,}2 \cdot 10^6 \cdot (10/100) = 2{,}2 \cdot 10^5$ m/s. Aplicando la relación de Heisenberg resulta :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad \Delta x \cdot (m \cdot \Delta v_x) \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h}{m \cdot \Delta v_x \cdot 4 \cdot \pi} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2{,}2 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot 4 \cdot \pi} = 2{,}6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

donde se ha supuesto que Δm es nula o despreciable.

Si se compara con el radio de la órbita predicho por el modelo de Bohr, $r_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m, se aprecia que la indeterminación en la posición es mucho mayor que el propio tamaño de la órbita; por tanto, no sabemos realmente nada de cuál es la trayectoria que sigue el electrón dentro del átomo. Dicho de otro modo, suponer que el electrón sigue una órbita perfectamente definida es totalmente imposible de verificar.

55 **Por mucho que se mejore la técnica experimental hay un factor, llamado «anchura natural» que impide que se puedan hacer más finas o estrechas las líneas de los espectros atómicos de emisión. Ese factor es inherente a la línea, porque depende del tiempo de vida del electrón en el estado excitado desde el que decae al estado fundamental. Razona por qué la anchura natural es una consecuencia del principio de incertidumbre de Heisenberg.**

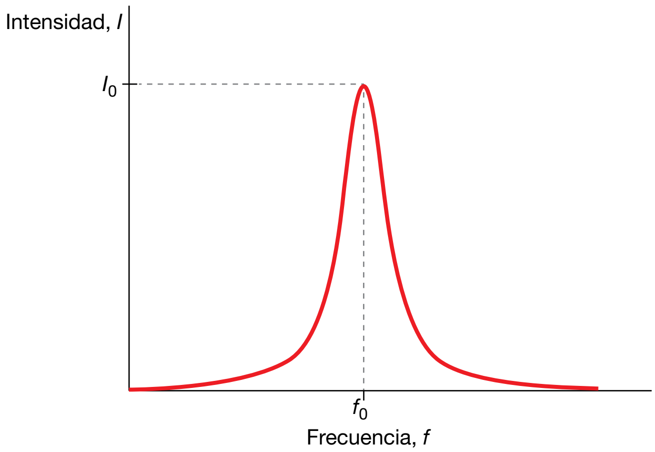
El principio de incertidumbre de Heisenberg relaciona las medidas de energía y tiempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4 \cdot \pi}$$

En el caso de las líneas espectrales, es la indeterminación en el tiempo la que origina la incertidumbre de la energía. Esa indeterminación de la energía se manifiesta como una anchura de la línea espectral por falta de monocromaticidad:

$$\Delta E = h \cdot \Delta f \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot \Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta f \geq \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \Delta t}$$

Como se ve en la figura, la línea no es perfectamente monocromática (una única frecuencia, f_0), sino un conjunto de frecuencias próximas entre sí que se agrupan en torno a la frecuencia central, tal como muestra la figura:



La indeterminación en el tiempo correspondiente a la transición electrónica, Δt, depende del tiempo de vida del electrón en los estados inicial y final. Si uno de ellos es el estado fundamental, la indeterminación del tiempo es nula para ese estado, pues es indefinidamente estable; pero eso no sucede con el estado excitado, cuyo tiempo de vida siempre es muy corto.

Como regla general, cuanto más inestables son los estados de la transición electrónica (vida más corta), mayor es la indeterminación en el tiempo y más ancha es la línea espectral. Por el contrario, cuanto más estables son los estados electrónicos que originan la línea espectral más estrecha es esta.

Esta anchura espectral de las líneas se llama «natural», porque es consustancial a la transición electrónica que la produce y no es debida a la técnica de medida utilizada. No puede reducirse de ninguna manera, por muy perfecto que sea el equipo espectroscópico empleado.

56 **Un cuerpo de 100 kg se mueve a 25 m/s. Si la indeterminación de la velocidad es del 0,04 %, ¿cuál es la indeterminación en la posición? ¿Tiene alguna importancia o es despreciable?**

La indeterminación del momento lineal del cuerpo es:

$$\Delta p = \Delta(m \cdot v) = \Delta m \cdot v + m \cdot \Delta v = m \cdot \Delta v$$

ya que suponemos que $\Delta m = 0$, porque la masa del electrón no está sujeta a las restricciones del principio de incertidumbre. Por tanto:

$$\Delta p = 100 \text{ kg} \cdot \frac{0{,}04}{100} \cdot 25 \text{ m/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Si tenemos en cuenta el principio de incertidumbre, resulta:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot \Delta p} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4 \cdot \pi \cdot 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 5,28 \cdot 10^{-35}\ \text{m}$$

Observa que la indeterminación en la posición es totalmente despreciable; no afecta en absoluto al conocimiento de la posición del objeto.

57 **Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: «Según la mecánica cuántica, existe un límite en la determinación de la velocidad de un electrón».**

La afirmación es falsa. La mecánica cuántica no impone restricciones a la precisión de la medida de la velocidad de una partícula, que dependerá de los métodos de medida empleados o de si se tiene o no la tecnología necesaria para hacerlo.

Sin embargo, sí impone restricciones al conocimiento simultáneo de la velocidad y la posición; esto es, cuanto más exacta sea la medición de una de estas magnitudes, más inexacta será la de la otra.

58 **Calcula Δp de un electrón atómico si su posición se conoce con una precisión de 5 pm. Compara el resultado con el momento lineal del electrón en la primera órbita de Bohr.**

De acuerdo con el principio de incertidumbre:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot \Delta x}$$

La incertidumbre en el momento lineal del electrón atómico es:

$$\Delta p \geq \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{12}\ \text{m}} = 1,054 \cdot 10^{-23}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

El momento lineal del electrón se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$p = m \cdot v$$

donde m es la masa del electrón, y v, su velocidad.

A partir de la cuantización del momento angular del electrón en órbita, podemos obtener el valor del producto $m \cdot v$:

$$L = m \cdot r \cdot v = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad m \cdot v = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

El valor del radio en la primera órbita es:

$$n = 1 \quad \rightarrow \quad r = n^2 \cdot a_0 = 1^2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 5,29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

Por tanto:

$$p = m \cdot v = \frac{1 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{2 \cdot \pi \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}} = 0,199 \cdot 10^{-23}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Al comparar la incertidumbre en el momento lineal del electrón atómico con el momento lineal del electrón en la primera órbita de Bohr, se tiene:

$$\frac{\Delta p}{p} \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-23}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{0,199 \cdot 10^{-23}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 5,3$$

Observa que, en este caso, el valor de la incertidumbre en el momento lineal es muy alto; no es despreciable, como en la actividad 18.