MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS APLICADAS
3.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

UNIDAD 11. CUERPOS GEOMÉTRICOS

Unidad 11. Cuerpos geométricos

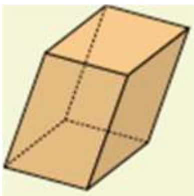
SOLUCIONES PÁG. 247

1 Nombra cinco objetos de tu alrededor que sean poliedros.

Respuesta abierta.

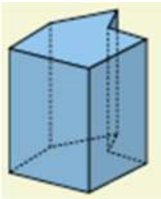
2 Clasifica estos poliedros según sean cóncavos o convexos y comprueba que en los poliedros convexos se cumple la fórmula de Euler:

a.



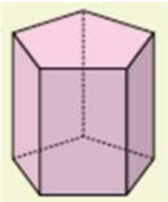
Convexo: 6 caras; 8 vértices; 12 aristas. 6 + 8 = 12 + 2 = 14

b.



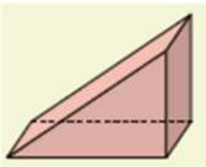
Cóncavo.

c.



Convexo: 7 caras; 10 vértices; 15 aristas. 7 + 10 = 15 + 2 = 17

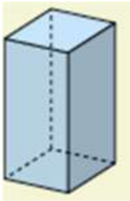
d.

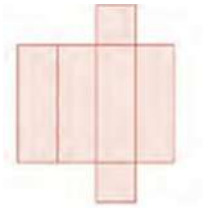


Convexo: 5 Caras; 6 vértices; 9 aristas. 5 + 6 = 9 + 2 = 11

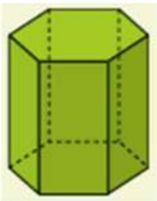
3 Dibuja en tu cuaderno el desarrollo plano de cada poliedro.

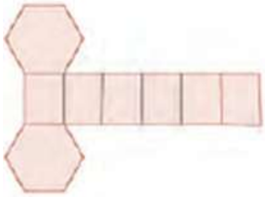
a.



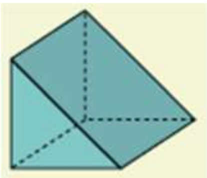


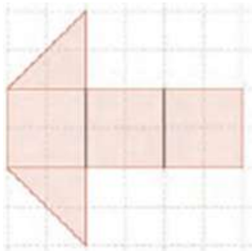
b.



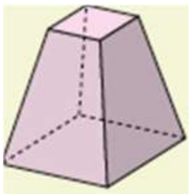


c.



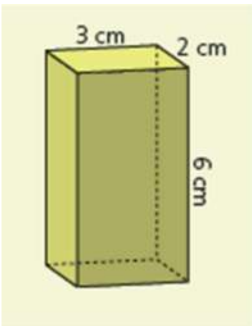


d.



4 Actividad resuelta.

5 Calcula el área de este poliedro:



Tiene 2 caras de dimensiones 6×3, otras 2 caras de dimensiones 6×2, y las otras dos, de 3×2.

$A = 2 \cdot (6 \cdot 3) + 2 \cdot (6 \cdot 2) + 2 \cdot (3 \cdot 2) = 2 \cdot 18 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 6 = 36 + 24 + 12 = 72\ cm^2$

SOLUCIONES PÁG. 249

6 Indica a qué poliedro regular corresponden los siguientes objetos:

a.

Hexaedro o cubo.

b.

Icosaedro.

c.

Dodecaedro.

d.

Icosaedro.

e.

Tetraedro.

f.

Octaedro.

7 Comprueba que los poliedros regulares cumplen la fórmula de Euler.

Tetraedro: 4 caras; 4 vértices; 6 aristas. 4 + 4 = 6 + 2 = 8. Sí, lo cumple.
Octaedro: 8 caras; 6 vértices; 12 aristas. 8 + 6 = 12 + 2 = 14. Sí, lo cumple.
Icosaedro: 20 caras; 12 vértices; 30 aristas. 20 + 12 = 30 + 2 = 32. Sí, lo cumple.
Hexaedro: 6 caras; 8 vértices; 12 aristas. 6 + 8 = 12 + 2 = 14. Sí, lo cumple.
Dodecaedro: 12 caras; 20 vértices; 30 aristas. 12 + 20 = 30 + 2 = 32. Sí, lo cumple.

8 ¿Por qué solo existen cinco poliedros regulares?

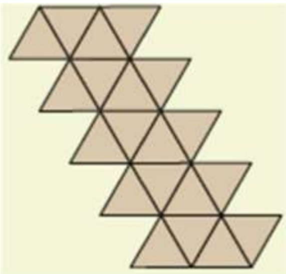
En un poliedro regular, la suma de los ángulos que convergen en un vértice debe ser menor que 360°. Además, en cada vértice deben concurrir como mínimo 3 caras; por tanto, solo pueden darse las siguientes situaciones:
Tetraedro: En cada vértice concurren 3 caras, que son triángulos equiláteros (suma de ángulos = 180°).
Octaedro: En cada vértice concurren 4 caras, que son triángulos equiláteros (suma de ángulos = 240°).
Icosaedro: En cada vértice concurren 5 caras, que son triángulos equiláteros (suma de ángulos = 300°).
Hexaedro: En cada vértice concurren 3 caras, que son cuadrados (suma de ángulos = 270°).
Dodecaedro: En cada vértice concurren 3 caras, que son pentágonos regulares (suma de ángulos = 324°).

9 Busca información sobre el origen de los poliedros regulares, también llamados sólidos platónicos, y justifica el sobrenombre de dichos poliedros.

Respuesta abierta.

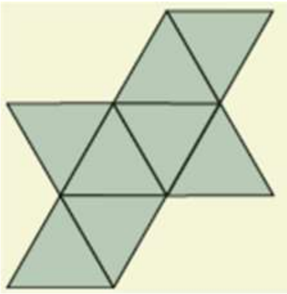
10 Indica a qué poliedro regular corresponde cada uno de los siguientes desarrollos planos:

a.



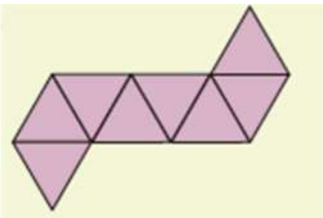
Icosaedro.

b.



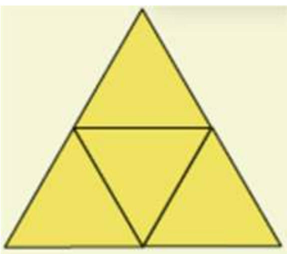
Octaedro.

c.



Octaedro.

d.



Tetraedro.

11 Actividad resuelta.

12 Calcula el área total de un cristal de fluorita con forma de octaedro regular de 3 cm de arista.

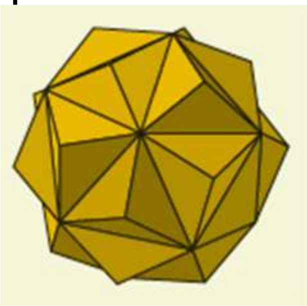
Cada cara del octaedro es un triángulo equilátero con 3 cm de lado. Por tanto, por el teorema de Pitágoras, podemos calcular la altura de cada una de las caras.

$3^2 = 1{,}5^2 + h^2 \Rightarrow 9 = 2{,}25 + h^2 \Rightarrow h = 2{,}6$ cm

Por tanto, el área de cada cara es $\frac{2{,}6 \cdot 3}{2} = 3{,}9$ cm^2

Así, el área total es $3{,}9 \cdot 8 = 31{,}2$ cm^2

13 La figura adjunta se ha obtenido a partir de un icosaedro de 4 cm de lado en el que cada cara ha sido sustituida por un tetraedro. ¿Cómo calcularías su área?



Calculamos primero el área de cada triángulo. Para ello, obtenemos la altura de tal forma:

$4^2 = 2^2 + h^2 \Rightarrow 16 = 4 + h^2 \Rightarrow h = 3{,}46$ cm

Por tanto, el área de cada triángulo es $\frac{3{,}46 \cdot 4}{2} = 6{,}92$ cm^2. El área de cada tetraedro (sin base) es 20,76 cm^2. Como el icosaedro tiene 20 caras, entonces el área total es 415,2 cm^2

14 La pamplina es una planta herbácea cuyos granos de polen recuerdan un dodecaedro. En primavera se pueden detectar concentraciones de 300 granos de polen por metro cúbico de aire. Investiga sobre la forma de estos granos y calcula la superficie total de los granos de polen contenidos en 1 m^3 de aire, sabiendo que, por término medio, la arista de cada grano mide 20 μ, y la apotema de cada cara, 13,76 μ. Nota: 1μ = 10^{-6} m.

El área de un dodecaedro, al tener 12 caras que son pentágonos, es $A = 30 \cdot a \cdot ap$, siendo a la arista y ap la apotema. Por tanto:

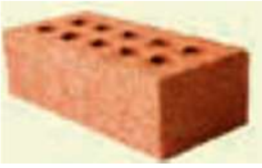
$A = 30 \cdot 20 \cdot 13{,}76 = 8\,256\ \mu^2 = 8\,256 \cdot 10^{-12}$ m^2

En 1 m^3 de aire hay 300 granos de polen, luego, la superficie total de los granos de polen es $2\,476\,800 \cdot 10^{-12}$ m^2 = 2,476 8 mm^2

SOLUCIONES PÁG. 251

15 Clasifica los siguientes elementos según los prismas que tienen sus mismas formas:

a.



Paralelepípedo recto u ortoedro.

b.

Paralelepípedo recto u ortoedro.

c.

Paralelepípedo regular o cubo.

d.

Prisma triangular recto.

e.

Prisma hexagonal regular.

f.

Paralelepípedo recto u ortoedro.

16 Actividad resuelta.

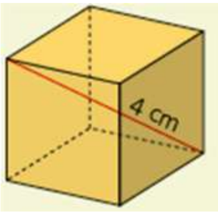
17 Halla el área y el volumen de un ortoedro de 10 cm de altura cuyas bases tienen por dimensiones 3 cm × 4 cm.

Para calcular el área hay que observar que tiene 2 caras de dimensiones 3×4, otras dos de dimensiones 10×3 y otras dos de 10×4. Por tanto:
Área = $2 \cdot (3 \cdot 4) + 2 \cdot (10 \cdot 3) + 2 \cdot (10 \cdot 4) = 24 + 60 + 80 = 164$ cm^2
Volumen = $3 \cdot 4 \cdot 10 = 120$ cm^3

18 Actividad resuelta.

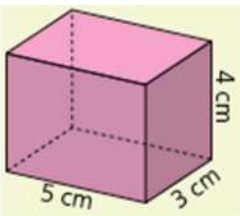
19 Calcula el área y el volumen de las siguientes figuras:

a.



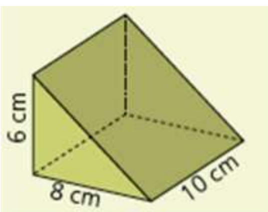
Llamamos x a cada arista del cubo e y a cada diagonal que se forma en los cuadrados de cada lado. Por tanto, por el teorema de Pitágoras, tenemos $2x^2 = y^2$.
Por otro lado, podemos tomar el triángulo formado por la diagonal del cubo, la diagonal del cuadrado de uno de sus lados y una arista, de tal forma que:
$4^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 4^2 = x^2 + 2x^2 \Rightarrow 4^2 = 3x^2 \Rightarrow x = 2{,}31$. Por tanto,
Área = $2{,}31^2 \cdot 6 = 32{,}02$ cm^2; Volumen = $2{,}31^3 = 12{,}33$ cm^3

b.



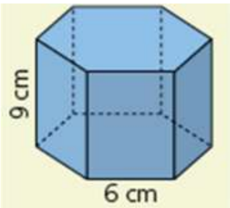
Área = $2 \cdot (5 \cdot 4) + 2 \cdot (5 \cdot 3) + 2 \cdot (4 \cdot 3) = 40 + 30 + 24 = 94$ cm^2
Volumen = $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$ cm^3

c.



Hay que tener en cuenta que la hipotenusa del triángulo que está formado por los dos catetos de lados 6 cm y 8 cm es: $h^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow h = 10$ cm, por lo que es un cuadrado.
Área = $2 \cdot \left(\frac{8 \cdot 6}{2}\right) + 10 \cdot 10 + 10 \cdot 8 + 10 \cdot 6 = 48 + 100 + 80 + 60 = 288$ cm^2
Volumen = $\frac{10 \cdot 8 \cdot 6}{2} = 240$ cm^3

d.



La apotema es: $6^2 = 3^2 + ap^2 \Rightarrow ap = \sqrt{27} = 5{,}2$ cm. Cada base hexagonal, por tanto, tiene como área: $\frac{6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 6 = 93{,}6$ cm^2

Área = $93{,}6 \cdot 2 + 6 \cdot 6 \cdot 9 = 187{,}2 + 324 = = 511{,}2$ cm^2

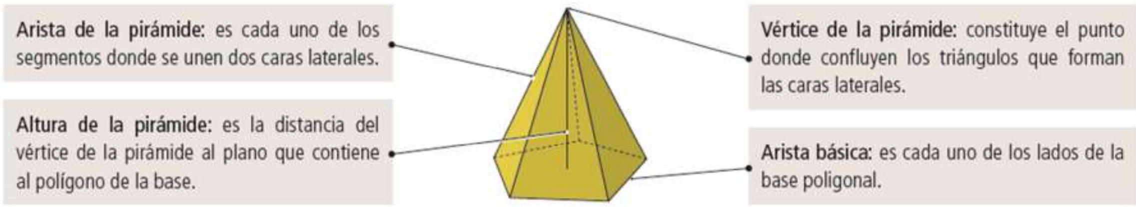
Volumen = $93{,}6 \cdot 9 = 842{,}4$ cm^3

SOLUCIONES PÁG. 253

20 Nombra objetos o construcciones que tengan forma piramidal.

Respuesta abierta.

21 Dibuja una pirámide recta de base pentagonal y señala sus elementos básicos.



22 ¿Existe alguna pirámide que sea un poliedro regular? Justifica tu respuesta.

Sí, el tetraedro, que es una pirámide triangular en la que todas las caras son triángulos equiláteros.

23 ¿Existe alguna pirámide cuyas caras laterales sean paralelas? Justifica tu respuesta.

No. En una pirámide, las caras laterales son triángulos que tienen un vértice común, luego dichas caras no pueden ser paralelas.

24 Indica si las siguientes afirmaciones son verdadera o falsas:

a. La altura de una pirámide coincide con la altura de una de sus caras laterales.
Falso, la altura de las caras laterales es la apotema de la pirámide.

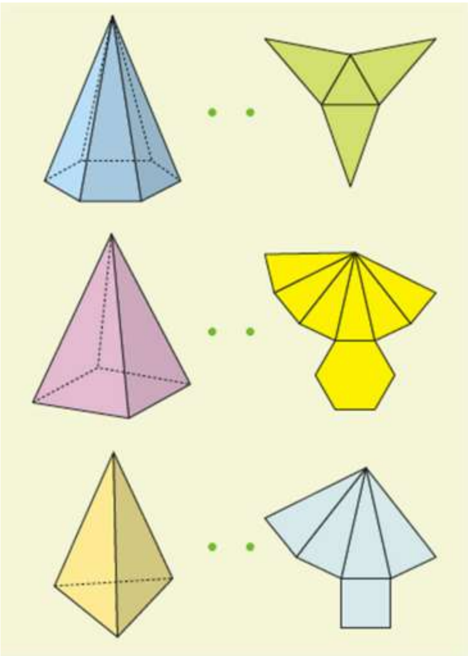
b. La apotema de una pirámide coincide con la altura de una de sus caras laterales.
Verdadero.

c. Toda pirámide tiene dos bases poligonales.
Falso, tiene solo una base.

d. Toda pirámide tiene un mínimo de tres caras laterales.
Verdadero.

e. Las pirámides tienen tantos vértices como aristas.
Falso, por ejemplo la pirámide pentagonal tiene 10 aristas y 6 vértices.

25 Copia en tu cuaderno y relaciona cada pirámide con su desarrollo plano.



1-2; 2-3; 3-1

26 Actividad resuelta.

27 Calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal de 9 m de altura y 6 m de arista básica.

En primer lugar, calculamos la apotema de la base. Como la base es un hexágono cuyos lados miden 6 m, entonces: $6^2 = 3^2 + ap_{base}^2 \Rightarrow ap_{base} = 5{,}2$ m
Por tanto, el área de la base es: $\frac{6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 6 = 93{,}6$ m^2
Volumen = $\frac{1}{3}\mathrm{A}_{\mathrm{base}} \cdot \mathrm{h}$ = $\frac{93{,}6 \cdot 9}{3}$ = 280,8 m^3
Por otro lado, calculamos la apotema de la pirámide, teniendo en cuenta que tiene una altura de 9 m: $ap_{pirámide}^2 = 9^2 + 5{,}2^2 \Rightarrow ap_{pirámide} = 10{,}39$ m
Por tanto, el área lateral es: $\frac{6 \cdot 10{,}39}{2} \cdot 6 = 187{,}02$ m^2
Así, en área total es: 93,6 + 187,02 = 280,62 m^2

28 Calcula, en cada caso, el área y el volumen de la pirámide cuadrangular regular indicada.
a. La arista básica mide 4 cm, y la altura, 5 cm.

En primer lugar calculamos la apotema de la pirámide, teniendo en cuenta que la base es un cuadrado de lado 4 cm y la altura mide 5 cm.
$ap_{\text{pirámide}}^2 = 2^2 + 5^2 \Rightarrow ap_{\text{pirámide}} = 5{,}39$ m
Podemos calcular el área lateral, siendo $\frac{4 \cdot 5{,}39}{2} \cdot 4 = 43{,}12$ cm^2, y si le sumamos el área de la base, que es 16 cm^2, entonces el área total es 59,12 cm^2
El volumen es: $\frac{16 \cdot 5}{3} = 26{,}67$ cm^3

b. La arista básica mide 8 m, y la apotema, 9 m.
El área lateral es $\frac{8 \cdot 9}{2} \cdot 4 = 144$ m^2 y el área de la base es 64 m^2. Por lo tanto, el área total es 208 m^2.
Para calcular el volumen, primero calculamos la altura de la pirámide. Teniendo en cuenta los datos dados, tenemos: $9^2 = 4^2 + h^2 \Rightarrow h = 8{,}06$ m.
Por tanto, el volumen es: $\frac{64 \cdot 8{,}06}{3} = 171{,}95$ m^3

SOLUCIONES PÁG. 255

29 Busca información sobre tres edificios emblemáticos que tengan forma de cilindro.

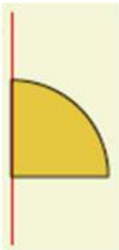
Respuesta abierta.

30 Dibuja los cuerpos de revolución que se obtienen al hacer girar estas figuras alrededor del eje de giro indicado:

a.

Se obtiene un cono situado sobre un cilindro.

b.



Se obtiene una semiesfera.

c.

Se obtiene un cuerpo de revolución.

31 Actividad resuelta.

32 Se desea construir con cartulina un bote cilíndrico para lápices como el de la figura. ¿Qué superficie de cartulina se necesita? ¿Cuál es el volumen del bote?

$A = 2\pi r\ (r + h) = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}5 \cdot (3{,}5 + 13) = 115{,}5\pi = 362{,}85\ cm^2$
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 13 = 159{,}25\pi = 500{,}3\ cm^3$

33 En una almazara, un grifo vierte aceite en un tanque cilíndrico de 20 m de diámetro y 5 m de altura a razón de 50 L por minuto. ¿Cuánto tardará en llenarse el tanque?

Volumen del tanque = $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 5 = 500\pi\ m^3 = 500\ 000\pi\ L = 1\ 570\ 796\ L$
Por lo tanto, 1 570 796 : 50 = 31 415,92 minutos = 21 días 19 h 35 min 54 s

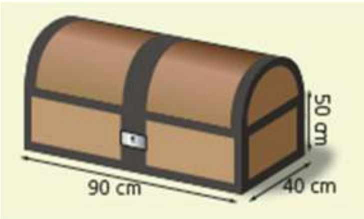
34 El Partenón, templo griego dedicado a la diosa Atenea, cuenta con 8 columnas en cada una de sus dos fachadas frontales y con 17 columnas en cada una de las laterales. Cada columna mide 1,9 m de diámetro y 10,4 m de altura. Calcula qué volumen de piedra (expresado en metros cúbicos) tienen las columnas.

El volumen de cada columna es: $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}95^2 \cdot 10{,}4 = 29{,}49\ m^3$
Como son 25 columnas en total, el volumen total es $737{,}25\ m^3$

35 Una empaquetadora de paja prepara balas cilíndricas de 1,5 m de diámetro y 2 m de largo. Para su mejor conservación, durante el invierno, las balas son envueltas en plástico. Calcula la superficie de plástico (expresada en metros cuadrados) que se necesitará para resguardar la producción de este año, que asciende a 20 000 balas de paja.

El área de una bala de paja es: $2\pi r\ (r + h) = 2\pi \cdot 0{,}75 \cdot (0{,}75 + 2) = 4{,}125\pi = 12{,}96\ m^2$
Por lo tanto, al ser 20 000 balas de paja, se necesitarán 259 200 m^2 de plástico para envasar todas las balas.

36 ¿Qué cantidad de madera se ha empleado en la fabricación de este baúl?

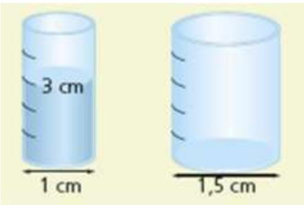


La tapa del baúl es medio cilindro de 20 cm de radio y 90 cm de altura.
$A = \pi \cdot 20^2 + \pi \cdot 20 \cdot 90 = 2\,200\pi = 6\,911{,}5\ cm^2 = 0{,}691\,15\ m^2$
En cuanto a la parte inferior, está constituido por:
2 rectángulos de dimensiones 40 × 50 cm: $A = 4\,000\ cm^2 = 0{,}4\ m^2$
2 rectángulos de dimensiones 90 × 50 cm: $A = 9\,000\ cm^2 = 0{,}9\ m^2$
1 rectángulo de dimensiones 90 × 40 cm: $A = 3\,600\ cm^2 = 0{,}36\ m^2$
El área total es $2{,}35\ m^2$.

37 Una fábrica produce tuberías de cemento para el alcantarillado. Si cada tubería tiene una longitud de 4 m, un diámetro interior de 1 m y un grosor de 2 cm, ¿cuántos litros de cemento se han de emplear en su construcción?

Volumen cilindro exterior = $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}51^2 \cdot 4 = 1{,}0404\pi\ m^3$
Volumen cilindro interior = $\pi\ m^3$
Volumen cemento empleado = $1{,}0404\ \pi\ m^3 = 0{,}12692\ m^3 = = 126{,}92\ dm^3 = 196{,}92$ L

38 Al verter el líquido de la primera probeta en la segunda, ¿qué altura alcanzará en esta?



La primera probeta contiene $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 3 = 0{,}75\pi = 2{,}356\ cm^3$ de líquido.
Por lo tanto, hay que tener en cuenta que ese mismo volumen tiene que estar en la segunda probeta, que tiene un radio de 0,75 cm. Así:
$2{,}356 = \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot h \Rightarrow h = 1{,}33$ cm, que será la altura que alcance.

39 Una fábrica de conservas envasa caldo de pescado en latas cilíndricas de 10 cm de altura y 4 cm de radio.

a. ¿Cuántas latas se necesitan para envasar 5 000 L de caldo?
El volumen de cada lata es:
$\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi\ cm^3 = 502{,}65\ cm^3 = 0{,}502\,65$ L
Por lo tanto se necesitan $\frac{5\,000}{0{,}502\,65} = 9\,947$ latas

b. Si se venden las latas a 1,80 €, ¿cuánto dinero se obtiene por la comercialización de todas las latas del apartado anterior?
$9\,947 \cdot 1{,}80 = 17\,904{,}6$ €

40 Calcula la masa de una tarta cilíndrica de 10 cm de radio y 7 cm de altura, sabiendo que 0,75 dm^3 de tarta elaborada corresponden a una masa de 1 kg aproximadamente.

Volumen tarta = $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 7 = 700\pi$ cm^3 = 2 199 cm^3 = 2,199 dm^3

Por lo tanto, la tarta pesa $\frac{2{,}199}{0{,}75}$ = 2,932 kg aproximadamente.

SOLUCIONES PÁG. 257

41 Determina, en cada caso, el área y el volumen del cono indicado:

a. El radio de la base mide 3 cm, y la altura, 6 cm.

En primer lugar hayamos la generatriz: $g^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow g = 6{,}71$ cm

Área = $\pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 3 \cdot (3 + 6{,}71) = 29{,}13\pi = 91{,}51$ cm^2

Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi = 56{,}55$ cm^3

b. El radio de la base mide 5 m, y la generatriz, 9 m.

En primer lugar hayamos la altura: $9^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow h = 7{,}48$ cm

Área = $\pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 5 \cdot (5 + 9) = 70\pi = 219{,}91$ cm^2

Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 7{,}48 = 62{,}33\pi = 195{,}81$ cm^3

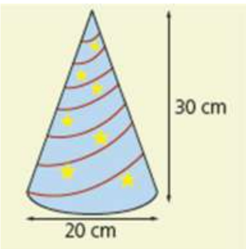
c. La generatriz mide 15 cm, y la altura, 7 cm.

En primer lugar hayamos el radio de la base: $15^2 = 7^2 + r^2 \Rightarrow r = 13{,}27$ cm

Área = $\pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 13{,}27 \cdot (13{,}27 + 15) = 375{,}14\,\pi = 1\,178{,}54$ cm^2

Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 13{,}27^2 \cdot 7 = 410{,}88\pi = 1\,290{,}82$ cm^3

42 Cristina va a celebrar su cumpleaños y quiere construir unos gorritos en forma de cono con cartulinas de colores para ella y sus amigos. Averigua qué superficie de cartulina necesitará si en total van a ser 15 personas en la fiesta de cumpleaños.

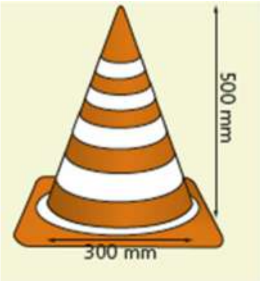


Calculamos la generatriz: $g^2 = 30^2 + 10^2 \Rightarrow g = 31{,}62$ cm

Por lo tanto, el área de un gorrito es: $\pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 10 \cdot (10 + 31{,}62) = 416{,}2\pi =$
$= 1\,307{,}53$ cm^2

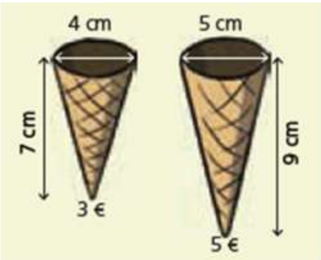
Gastará en total 19 612,95 cm^2 = 1,96 m^2 de cartulina aproximadamente.

43 Calcula la superficie de plástico, expresada en metros cuadrados, que se ha utilizado en la fabricación de un cono de señalización de 500 mm de altura y que tiene una base de 300 mm de diámetro.



Hallamos primero la generatriz: $g^2 = 500^2 + 150^2 \Rightarrow g = 522{,}02$ mm
Tenemos que considerar el área del cono, pero sin considerar la base, ya que no forma parte de la superficie del cono de señalización, así que solo calculamos el área lateral:
$Á_{lateral} = \pi \cdot 150 \cdot 522{,}02 = 245\,996{,}13$ mm^2 = 0,245 9 m^2, aproximadamente.

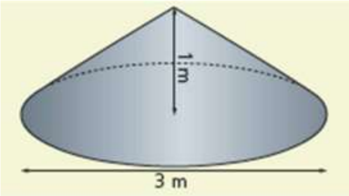
44 En una heladería, el precio de los helados depende del tamaño del cucurucho, tal y como se indica en la figura.



Suponiendo que sirviesen el helado a ras de la base del cucurucho, ¿cuál de los dos sale proporcionalmente más barato?

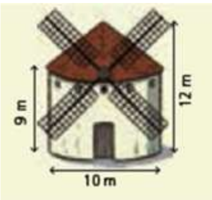
Calculamos el volumen del cucurucho pequeño:
Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 7 = 9{,}33\pi = 29{,}32$ cm^3
Por lo tanto, cada cm^3 cuesta $\frac{3}{29{,}32} = 0{,}102\,3$ €
Ahora, el cucurucho grande:
Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 9 = 18{,}75\pi = 58{,}9$ cm^3
Por lo tanto, cada cm^3 cuesta $\frac{5}{58{,}9} = 0{,}084\,9$ €
Así que el cucurucho grande es proporcionalmente más barato.

45 Las últimas investigaciones en energías renovables van dirigidas a desarrollar paneles solares en forma de cono, lo que garantizaría que el panel recibe luz solar desde el amanecer hasta el crepúsculo. Calcula la superficie de exposición al sol de un sistema que cuente con 10 paneles cónicos como los de la figura.



En primer lugar calculamos la generatriz: $g^2 = h^2 + r^2 = 1^2 + 1,5^2 = = 3,25 \Rightarrow g = 1,8$ m
El área lateral de un cono es: $\pi \cdot 1,5 \cdot 1,8 = 8,48$ m^2
El área total es 84,8 m^2

46 Actualmente, los molinos de viento se emplean, entre otros usos, para almacenar trigo. Calcula la capacidad total de almacenaje de uno de estos molinos, sabiendo que tiene un diámetro de 10 m, una altura total de 12 m y que el alero del tejado se encuentra a 9 m del suelo.



Calculamos en primer lugar el cono que forma el tejado (5 m de radio de la base y 3 m de altura):
Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 25\,\pi = 78,54$ m^3
Después, hayamos el volumen del cilindro que forma la pared lateral (5 m de radio de la base y 9 m de altura):
Volumen = $\pi \cdot 5^2 \cdot 9 = 225\,\pi = 706,86$ m^3
Volumen total de almacenaje = 78,54 + 706,86 = 785,4 m^3

47 Observa la figura y calcula cuántas copas se pueden llenar con el contenido de la lata de refresco.

Calculamos el volumen de la copa, que es un cono de radio 4 cm y de altura 6 cm:
Volumen de la copa = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 100,53$ cm^3
Ahora, el volumen de la lata, que es un cilindro cuya base tiene un radio de 3 cm y una altura de 10 cm.
Volumen de la lata = $\pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 282,74$ cm^3
Se pueden llenar 2 copas y sobran 81,68 cm^3

48 El volcán Villarrica (en Chile), en la cordillera de los Andes, posee una forma cónica casi perfecta. Calcula la superficie del cono volcánico, sabiendo que su base ocupa una superficie de 2 040 km^2 y que la longitud de su ladera es de aproximadamente 25 505 m.

Tenemos que saber cuánto mide el radio de la base. Sabiendo que la superficie de la base es 2 040 km^2, entonces, $2\,040 = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = 649{,}35 \Rightarrow r = 25{,}482$ m
El radio de la base mide 25,482 m, aproximadamente, y la generatriz, 25 505 m. La superficie del cono volcánico es: $A = \pi \cdot 25\,482 \cdot 25\,505 = = 2\,041{,}54$ km^2

SOLUCIONES PÁG. 258

49 Una fábrica de pelotas de tenis produce 10 000 pelotas cada día. Calcula los metros cuadrados de fieltro amarillo que necesitará diariamente, sabiendo que el diámetro de cada pelota es de 66 mm.

La superficie de cada pelota es: $4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 33^2 = 4\,356\pi = 13\,684{,}78$ mm^2
Se necesita, por tanto, para las 10 000 pelotas, 136,85 m^2 de fieltro amarillo, aproximadamente.

50 Para preparar la fiesta de cumpleaños de Ana, su padre ha comprado unos globos esféricos que se hinchan hasta alcanzar un diámetro de 30 cm. ¿Cuántos globos puede hinchar como máximo con una bombona de aire que tiene una capacidad de 150 L?

El volumen de cada globo es: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 15^3 = 4\,500\pi = 14\,137{,}17$ cm^3 = 14,14 L, aproximadamente.
Ahora, $\frac{150}{14{,}14} = 10{,}61$
Por tanto, se podrán hinchar 10 globos.

51 Si el volumen de un balón es de 74 dm^3, ¿cuánto mide su radio?

Hay que tener en cuenta que $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$. Por lo tanto, si sabemos que el volumen es 74 dm^3, entonces:
$74 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 17{,}67 \Rightarrow r = 2{,}604$ dm $\Rightarrow r = 26{,}04$ cm

52 Calcula la superficie de vidrio, expresada en metros cuadrados, empleada en la fabricación de una farola que consta de 3 esferas iguales de 50 cm de diámetro cada una.

La superficie de cada farola es: $4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 25^2 = 2\,500\pi = 7\,853{,}98$ cm^2
Entonces, para las 3 esferas, se necesitan $7\,853{,}98 \cdot 3 = 23\,561{,}94$ cm^2 = 2,36 m^2 de vidrio, aproximadamente.

53 Averigua los litros de agua que se necesitan para llenar una cubitera de 12 cubitos semiesféricos, sabiendo que cada cubito de hielo tiene un diámetro de 4 cm.

Cada cubito de hielo es una semiesfera de 2 cm de radio, por tanto, su volumen es: $\frac{4}{6} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 2^3 = 16{,}76$ cm^3
Como se trata de 12 cubitos, el volumen total es 201,12 cm^3 = 0,2 L, aproximadamente.

SOLUCIONES PÁG. 259

54 Indica qué figuras esféricas se advierten en las siguientes fotografías:

a.

Cuña esférica.

b.

Segmentos esféricos (segmentos rojo y amarillo) y casquetes esféricos (segmentos verdes).

55 Un plano corta una esfera de 8 cm de radio de manera que determina una circunferencia de 3 cm de radio. Calcula la distancia que hay de este plano al centro de la esfera.

Tomamos d como la distancia entre el plano y el centro de la esfera.
$8^2 = d^2 + 3^2 \Rightarrow 64 = d^2 + 9 \Rightarrow d^2 = 55 \Rightarrow d = 7{,}42$ cm

56 Al cortar una esfera por un plano que dista 6 cm de su centro, se obtiene una circunferencia de 9 cm de diámetro. ¿Cuánto mide el radio de esta esfera?

Tomamos R como el radio de la esfera.
$R^2 = 6^2 + 4{,}5^2 \Rightarrow R^2 = 56{,}25 \Rightarrow R = 7{,}5$ cm

SOLUCIONES PÁG. 261

57 Actividad resuelta.

58 Halla las coordenadas geográficas de los puntos antípodas de estos otros puntos:

a. A (33° 27’ N , 43° 51’ O)
Latitud = –33° 27’ N = 33° 27’ S
Longitud = 43° 51’ O – 180º = –136° 9’ O = 136° 9’ E
A’ (33° 27’ S, 136° 9’ E)

b. B (78° 44’ S , 50° 21’ E)
Latitud = –78° 44’ S = 78° 44’ N
Longitud = 50° 21’ E – 180º = –129° 39’ E = 129° 39’ O
B’ (78° 44’ N, 129° 39’ O)

c. C (20° 16’ S , 126° 39’ O)
Latitud = –20° 16’ S = 20° 16’ N
Longitud = 126° 39’ O – 180º = –53° 21’ O = 53° 21’ E
C’ (20° 16’ N, 53° 21’ E)

d. D (35° 23’ S , 115° 15’ E)
Latitud = –35° 23’ S = 35° 23’ N
Longitud = 115° 15’ E – 180º = –64° 45’ E = 64° 45’ O
D’ (35° 23’ N, 64° 45’ O)

59 ¿Qué latitud tienen todos los puntos situados sobre el ecuador?

0°, pues es la referencia que se toma para hallar los ángulos de la latitud.

60 ¿Dónde están situados todos los puntos con longitud 0°?

En el meridiano de Greenwich.

61 ¿Cuáles son las coordenadas geográficas del polo norte? ¿Y las del polo sur?

El polo norte tiene coordenadas (90° N , 0°), y el polo sur, (90° S , 0°).

62 Si dos lugares de la Tierra están situados en un mismo meridiano, ¿qué coordenada geográfica tienen igual? ¿Y si están ubicados en el mismo paralelo?

Si están sobre el mismo meridiano, tienen la misma longitud, y si están sobre el mismo paralelo, la misma latitud.

63 Con la ayuda de un atlas, localiza una ciudad con las coordenadas geográficas que se indican en cada caso.

Respuesta abierta. Se dan algunas soluciones posibles.

a. Latitud norte y longitud este.
Berlín (Alemania)

b. Latitud sur y longitud oeste.
Rio de Janeiro (Brasil)

c. Latitud 0° y longitud oeste.
Quito (Ecuador)

d. Latitud norte y longitud 0°.
Lérida (España)

SOLUCIONES PÁG. 263

64 Actividad resuelta.

65 Averigua qué hora solar será en la necrópolis de Guiza (Egipto) (29° 58' N, 31° 07' E) cuando en la pirámide de Kulkukan (México) (20° 40' N, 88° 34' O) sea justamente media noche.

Tenemos que calcular a qué meridianos se encuentran tanto la necrópolis de Guiza como Kulkukan.
Meridiano necrópolis de Guiza: (31º 07' – 7,5º) : 15º = 1,57
Meridiano Kulkukan: (88º 34' – 7,5º) : 15º = 5,4
Por lo tanto, aproximando el resultado al número entero superior, la necrópolis de Guiza se encuentra dos meridianos al este de Greenwich, y Kulkukan, seis meridianos al oeste; luego, la diferencia horaria entre ambos emplazamientos es de 8 h. Por tanto, cuando en Kulkukan son las 12 de la noche, en Guiza son las 8 de la mañana del día siguiente.

66 Lucía toma un avión de París (48° 51’ N, 2° 21’ E) a Toronto (43° 42’ N, 79° 20’ O). Teniendo en cuenta que el vuelo dura 7 horas y media, aproximadamente, ¿a qué hora solar tomará tierra en Toronto si el avión despegó de París a las 9 h de la mañana?

Calculamos la diferencia horaria entre Toronto y París.
Meridiano Toronto: (79º 20’ – 7,5º) : 15º = 4,79
Meridiano París: (2º 21’ – 7,5º) : 15º = –0,34
Toronto se encuentra cinco meridianos al oeste de Greenwich, mientras que París está en el meridiano de Greenwich. Por tanto, la diferencia horaria es de 5 horas. Así pues, cuando el avión despegue serán las 4 h en Toronto, y tras 7 horas y media de vuelo, el avión aterrizará a las 11:30.

67 Eusebio toma un avión de Boston (42° 21’ 28’’ N, 71° 3’ 42’’ O) a Oslo (59° 54’ 40’’ N, 10° 45’ 10’’ E). Si el avión despega de Boston a las 11:35 h y aterriza en Oslo a las 23:26 h, ¿cuántas horas ha durado el vuelo?

Vemos primero en qué meridiano está cada ciudad:
Meridiano Oslo: (10º 45’ 10’’ – 7,5º) : 15º = 0,21
Meridiano Boston: (71º 3’ 42’’ – 7,5º) : 15º = 4,23
Oslo se encuentra un meridiano al este de Greenwich, y Boston, cinco meridianos al oeste; luego, la diferencia horaria entre ambos es de 6 h. Cuando lleguemos a Oslo, a las 23:26 h, en Boston serán seis horas menos, es decir, serán las 17:26 h. Por tanto, el vuelo ha durado 17:26 – 11:35 = 5 horas 51 minutos.

68 Responde a las siguientes preguntas:

a. ¿A qué se llama antípoda de un punto, A, situado en la superficie terrestre?
La antípoda de un punto A es el punto diametralmente opuesto a este.

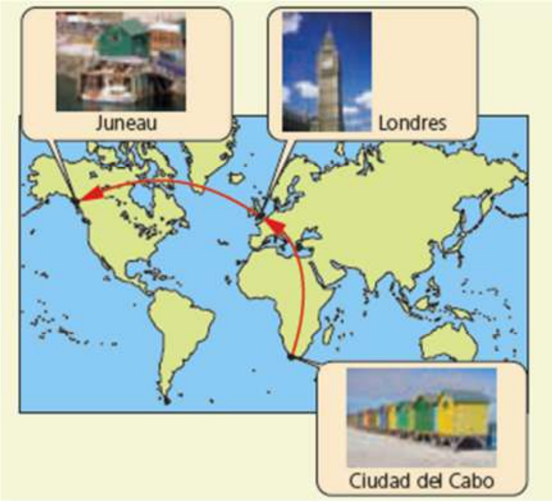
b. ¿Cómo difieren las coordenadas de un punto, A, de la Tierra y su antípoda?
Si se denomina l a la latitud y L a la longitud, la antípoda de un punto de coordenadas geográficas (l , L) es otro punto de coordenadas (–l , L – 180°).

c. ¿Cuál es la diferencia horaria entre los dos puntos?
La diferencia horaria es de 12 horas.

69 La diferencia horaria entre dos lugares de la Tierra, A y B, es de 4 horas. Si A tiene una longitud de 50° 27’ O, ¿sabrías determinar de forma aproximada la longitud de B?

Meridiano de A: (50º 27’ – 7,5º) : 15º = 2,86
Por lo tanto, A se encuentra tres meridianos al oeste de Greenwich. Así que, B tiene que estar un meridiano al este de Greenwich o siete meridianos al oeste de Greenwich. Por tanto, B debe tener una longitud comprendida entre los 7,5° y los 22,5° E, o bien, entre los 97,5° y los 112,5° O.

70 El lunes 13 de abril a las 11:45 am se toma un vuelo en Ciudad del Cabo (Sudáfrica) (33° 55’ 30’’ S, 18° 25’ 30’’ E) hacia Juneau (Alaska) (58° 21’ 5’’ N, 134° 30’ 42’’ O).



a. Si el avión hace escala en Londres a las 20:10 pm, ¿cuánto dura el vuelo de Ciudad del Cabo a Londres?
Primero tenemos que ver en qué meridiano se encuentra Ciudad del Cabo:
Meridiano Ciudad del Cabo: (18º 25’ 30’’ – 7,5º) : 15º = 0,73
Por tanto, Ciudad del Cabo se encuentra un meridiano al este de Greenwich. Cuando en Ciudad del Cabo sean las 11:45 h, en Londres serán las 10:45 h, puesto que Londres está en el meridiano de Greenwich. El vuelo a Londres dura 9 h 25 min.

b. Sabiendo que la duración del viaje es de 32 h y 5 min, ¿a qué hora y qué día se producirá el aterrizaje en Juneau?
Calculamos en qué meridiano se encuentra Juneau:
Meridiano Juneau: (134º 30’ 42’’ – 7,5º) : 15º = 8,46
Por tanto, Juneau se encuentra nueve meridianos al oeste de Greenwich, con lo que la diferencia horaria entre Ciudad del Cabo y Juneau son 10 horas. Entonces, cuando se aterrice en Juneau serán las 9: 50 h del día 14 de abril.

71 Confecciona tu propio mapa de husos horarios en el que se muestren claramente los 24 husos horarios y las longitudes de cada uno de ellos. Utilízalo para calcular la diferencia horaria entre las siguientes ciudades:

a. Viena (48° 12’ 30’’ N, 16° 22’ 23’’ E) y Montevideo (34° 52’ 1’’ S, 56° 10’ 0’’ O).
Meridiano Viena: (16º 22’ 23’’ – 7,5º) : 15º = 0,59
Meridiano Montevideo: (56º 10’ 0’’ – 7,5º) : 15º = 3,24
Viena está un meridiano al este de Greenwich, y Montevideo, 4 meridianos al oeste; luego la diferencia horaria es de 5 h (5 h más en Viena que en Montevideo).

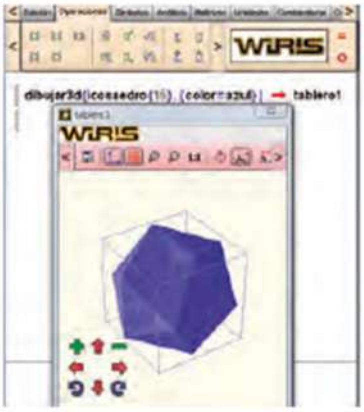
b. Pekín (39° 54’ 18’’ N, 116° 23’ 29’’ E) y Calcuta (22° 48’ 0’’ N, 88° 22’ 0’’ E).
Meridiano Pekín: (116º 23’ 29’’ – 7,5º) : 15º = 7,26
Meridiano Calcula: (88º 22’ 0’’ – 7,5º) : 15º = 5,39
Pekín se encuentra 8 meridianos al este de Greenwich, y Calcuta, 6 meridianos al este; luego, la diferencia horaria es de 2 h (2 horas más en Pekín que en Calcuta).

c. San Francisco (37° 46’ N, 122° 25’ O) y Estambul (41° 0’ 36’’ N, 28° 57’ 37’’ E).
Meridiano San Francisco: (122º 25’ – 7,5º) : 15º = 7,66
Meridiano Estambul: (28º 57’ 37’’ – 7,5º) : 15º = 1,43
Estambul se encuentra 2 meridianos al este de Greenwich, y San Francisco, 8 meridianos al oeste; luego, la diferencia horaria es de 10 h (10 horas más en Estambul que en San Francisco).

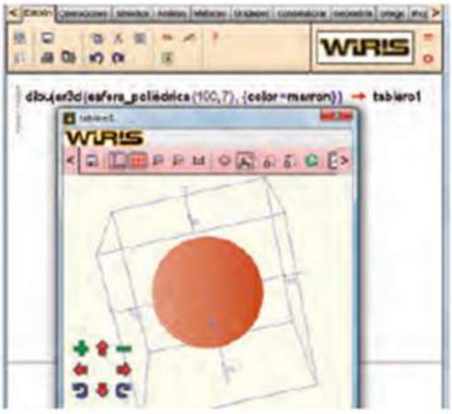
SOLUCIONES PÁG. 264

1 Dibuja los siguientes cuerpos geométricos:

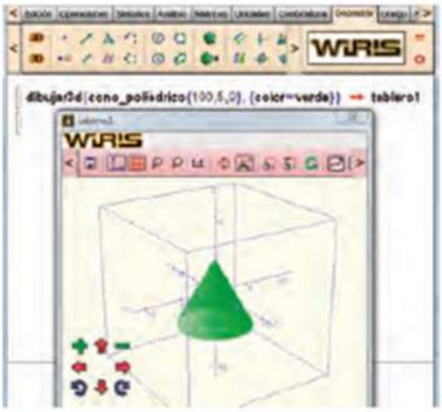
a. Un icosaedro con un lado de 15 unidades.



b. Una esfera con un radio de 7 unidades.



c. Un cono con un radio de la base de 5 unidades y una altura de 9 unidades.



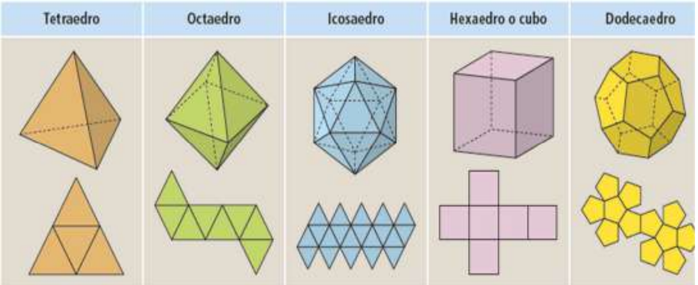
SOLUCIONES PÁG. 265

1 ¿Qué es un poliedro? Define todos sus elementos. Escribe cuándo un poliedro es cóncavo y cuándo es convexo. ¿Qué relación cumplen los poliedros convexos? Asegúrate de que, dado un poliedro, sabes obtener su desarrollo plano.

Un poliedro es un cuerpo geométrico cerrado delimitado por polígonos. Se dice que un poliedro es convexo cuando todo segmento resultante de unir dos cualesquiera de sus puntos está contenido en él; en caso contrario, es cóncavo. La relación que cumple un poliedro convexo es que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos (C + V = A + 2).

2 ¿Qué son los poliedros regulares? Escribe sus nombres y añade los dibujos correspondientes. ¿Sabrías justificar por qué no hay más poliedros regulares?

Un poliedro regular es aquel cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cada uno de cuyos vértices concurre el mismo número de caras.



No hay más poliedros regulares, ya que un poliedro tiene que verificar dos condiciones: que en cada vértice del poliedro concurran como mínimo tres caras, y que la suma de los ángulos que convergen en cada vértice ha de ser menor que 360º.

3 ¿Qué es un prisma? ¿Qué dos criterios se siguen para clasificarlos? Escribe las expresiones que proporcionan el área y el volumen de un prisma.

Un prisma es un poliedro formado por dos caras iguales y paralelas entre sí, denominadas bases, y varias caras laterales formadas por paralelogramos. Se pueden clasificar según la perpendicularidad de las caras laterales con respecto a las bases y según el número de lados del polígono de las bases.

$A_{prisma} = 2A_{base} + A_{lateral}$

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

4 ¿Qué es un paralelepípedo? ¿Cuántos tipos de paralelepípedos distintos conoces? Escribe sus nombres junto con la fórmula que proporciona el área y el volumen de cada uno de ellos y añade un dibujo.

Un paralelepípedo es un prisma cuyas bases son paralelogramos. Los distintos tipos son cubo, ortoedro y romboedro.

5 ¿Qué es una pirámide? Asegúrate de que conoces la fórmula del área y del volumen y de que sabes aplicarla independientemente del polígono que forme su base.

Una pirámide es un poliedro que está formado por una base poligonal y varias caras laterales, constituidas siempre por triángulos, que confluyen en el vértice.
$A_{pirámide} = A_{base} + A_{lateral}$
$V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_{base} \cdot h$

6 Explica la relación que existe entre el volumen de una pirámide y el de un prisma de igual base y altura.

El volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma que tiene igual base y altura.

7 ¿Qué son los cuerpos de revolución? ¿Por qué se llaman así? ¿Qué figura plana genera cada uno de ellos?

Los cuerpos de revolución son los cuerpos que se generan por el giro de una figura plana alrededor de un eje, al que se denomina eje de giro.

8 Escribe las expresiones que proporcionan el área del cono y del cilindro.

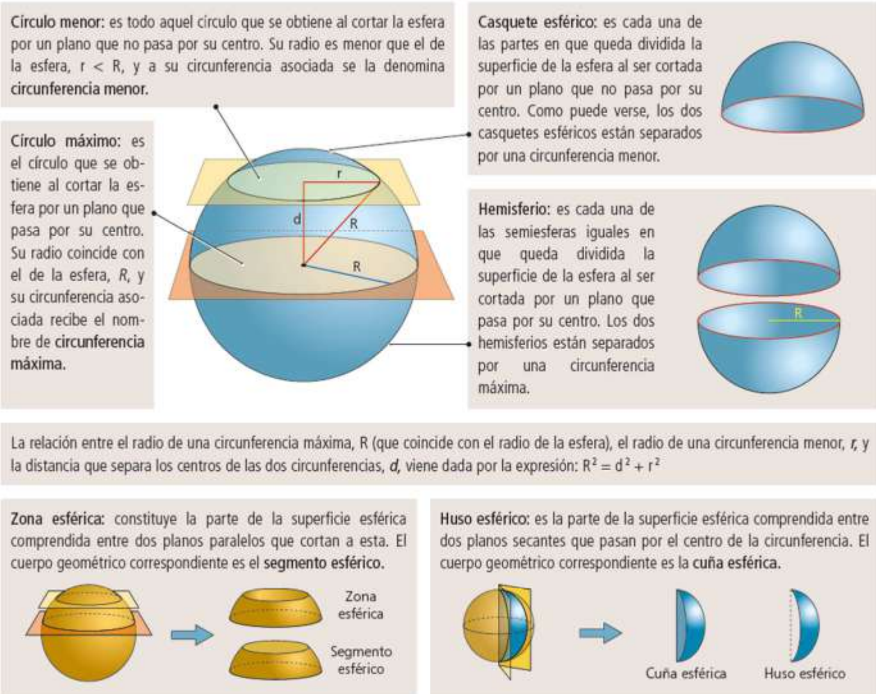
$A_{cono} = \pi \cdot r \cdot (r + g)$
$A_{cilindro} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$

9 Escribe la expresión que proporciona el volumen de un cono a partir de un cilindro de igual base y altura.

$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$
El volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro que tiene la misma base y altura.

10 Define qué es una esfera y enumera las distintas figuras esféricas que conozcas. Escribe sus nombres junto con el dibujo de cada una de ellas.

La esfera es el cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar una semicircunferencia alrededor de su diámetro.



11 ¿Qué es un meridiano? ¿Y un paralelo?

Un meridiano es toda circunferencia máxima que pasa por los polos y que es perpendicular al círculo ecuatorial, mientras que un paralelo es toda circunferencia menor paralela al círculo ecuatorial.

12 ¿Qué son las coordenadas geográficas de un lugar? Explica cómo se calculan, indicando qué meridiano y qué paralelo se toman como referencia.

Las coordenadas geográficas es la forma de expresar un punto cualquiera de la superficie terrestre mediante la latitud y la longitud. La latitud toma como referencia el ecuador, mientras que la longitud toma como referencia el meridiano de Greenwich.

13 ¿Qué son los husos horarios? Explica para qué se crearon y como varía la hora al pasar de uno a otro.

Los husos horarios son cada uno de las 24 zonas en las que se ha dividido el planeta de tal forma que todos los lugares situados en el mismo huso horario tengan la misma hora. Si el desplazamiento es hacia el este, habrá que sumar una hora por cada huso horario que nos desplacemos, pero si es hacia el oeste, habrá que restar una hora por cada huso horario.

14 ¿Qué es la antípoda de un punto?

La antípoda de un punto es otro punto diametralmente opuesto al primero.

SOLUCIONES PÁG. 266

REPASO FINAL

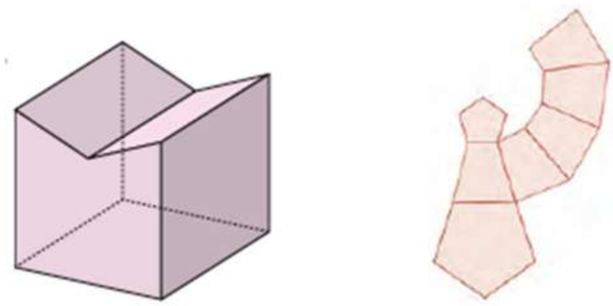
POLIEDROS

1 Dibuja los desarrollos planos de los siguientes poliedros, clasifícalos en cóncavos o convexos y comprueba que los convexos cumplen la fórmula de Euler:

a.

Es convexo: C = 9; V = 9; A = 16. 9 + 9 = 16 + 2 = 18
Se cumple la fórmula de Euler.

b.

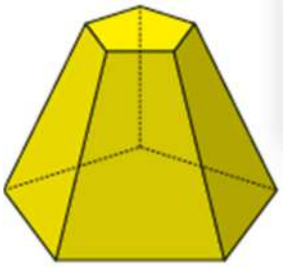
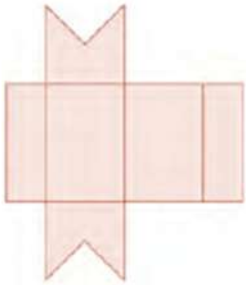


Es cóncavo.

c.

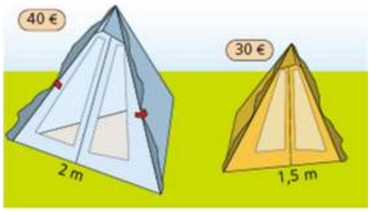
Es convexo: C = 5; V = 6; A = 9. 5 + 6 = 9 + 2 = 11
Se cumple la fórmula de Euler.

d.

Es convexo: C = 12; V = 15; A = 25. 12 + 15 = 25 + 2 = 27
En este caso sí se cumple la fórmula de Euler.

2 Unos grandes almacenes dedicados al deporte y al ocio ofertan estas tiendas de campaña con forma de tetraedro:



¿Qué tienda de campaña aporta más beneficio a los grandes almacenes considerando exclusivamente la relación existente entre el precio de venta y la superficie de tejido que se ha empleado en su fabricación?

Calculamos en primer lugar la apotema del primer tetraedro (tienda grande):
$2^2 = 1^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 1{,}73$ m. El área de la base es $\frac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73$ m^2
Por tanto, el área es $4 \cdot 1{,}73 = 6{,}92$ m^2
Se han empleado 6,92 m^2 de tejido. Sale a 5,78 €/m^2
Calculamos ahora la apotema del segundo tetraedro (tienda pequeña):
$1{,}5^2 = 0{,}75^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 1{,}3$ m. El área de la base es $\frac{1{,}5 \cdot 1{,}3}{2} = 0{,}975$ m^2
Por tanto, el área es $4 \cdot 0{,}975 = 3{,}9$ m^2
Se han empleado 3,9 m^2 de tejido. Sale a 7,69 €/m^2
Aporta más beneficio la tienda pequeña.

3 ¿Cuánto mide el lado del cubo que tiene la misma área que un tetraedro de 12 cm de lado?

Calculamos el área del tetraedro:
Primer calculamos el área de la cara, que es un triángulo equilátero de lado 12:
$12^2 = 6^2 + h^2 \Rightarrow h = 10{,}39$ cm
$A_{cara} = \frac{12 \cdot 10{,}39}{2} = 62{,}34$ m^2
$A = 4 \cdot A_{cara} = 4 \cdot 62{,}34 = 249{,}36$ cm^2
El tetraedro tiene 249,36 cm^2 de área. El cubo tiene como área $6 \cdot l^2$, y queremos calcular l:
$249{,}36 = 6 \cdot l^2 \Rightarrow l = 6{,}45$ cm

4 Visualiza este vídeo y responde luego a las siguientes preguntas:

https://www.youtube.com/watch?v= LZ9Iw4dHpiY

a. ¿Qué poliedro regular identificaba Platón con cada uno de los cuatro elementos que conformaban el universo, según su doctrina?
Identificaba el fuego con tetraedros, el aire con octaedros, el agua con icosaedros y la tierra con cubos.

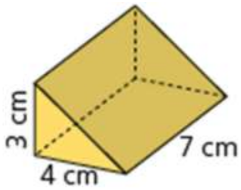
b. ¿Qué poliedro regular identificaba con el universo?
Dodecaedro.

c. ¿Con qué otro nombre se conoce a los poliedros regulares?
Sólidos platónicos.

PRISMAS

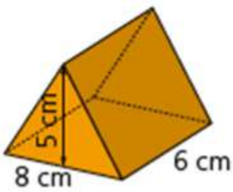
5 Halla el volumen y el área total de los siguientes prismas triangulares:

a.



$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$
Calculamos primero el área de la base: $A_{base} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ cm^2
Por tanto, $V_{prisma} = 6 \cdot 7 = 42$ cm^3
$A_{prisma} = 2A_{base} + A_{lateral}$
Calculamos el área lateral, teniendo en cuenta que la hipotenusa del triángulo de la base es igual a 5: $A_{lateral} = 7 \cdot 5 + 7 \cdot 4 + 7 \cdot 4 = 84$ cm^2
$A_{prisma} = 2 \cdot 6 + 84 = 96$ cm^2

b.

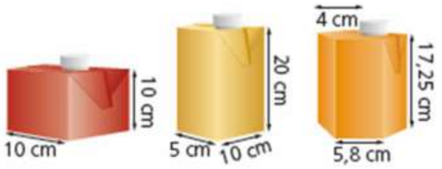


$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$
Calculamos primero el área de la base: $A_{base} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ cm^2
Por tanto, $V_{prisma} = 20 \cdot 6 = 120$ cm^3
$A_{prisma} = 2A_{base} + A_{lateral}$
Calculamos el área lateral, teniendo en cuenta que el lado del triángulo de la base es igual a 6,4: $A_{lateral} = 2 \cdot (6 \cdot 6{,}4) + 6 \cdot 8 = 124{,}8$ cm^2
$A_{prisma} = 2 \cdot 20 + 124{,}8 = 164{,}8$ cm^2

6 Una empresa fabrica cajas de zapatos de 30 cm × 40 cm × 15 cm con cartón reciclado. ¿Cuántos metros cuadrados de cartón necesitará para abastecer un pedido de 800 de estas cajas?

Superficie de 1 caja = 2 · (30 · 40) + 2 · (15 · 40) + 2 · (30 · 15) = 4 500 cm^2 = 0,45 m^2
Para satisfacer el pedido de 800 cajas se necesitan 360 m^2 de cartón.

7 Una conocida marca de refrescos desea lanzar al mercado su nueva gama de productos, que quiere comercializar en briks de 1 L de capacidad. ¿Cuál de estos modelos deberá elegir para reducir costes durante el envasado?



Se puede comprobar que todos los briks tienen 1 000 cm^3 = 1 L de capacidad.
Área cubo = 6 · 10^2 = 600 cm^2
Área ortoedro = 2 · (5 · 10) + 2 · (10 · 20) + 2 ·(5 · 20) = 700 cm^2
Por último, para calcular el área del prisma pentagonal, hay que tener en cuenta que el área de la base, que es un pentágono es $\frac{(5 \cdot 5,8) \cdot 4}{2}$ = 58 cm^2
Área prisma pentagonal = 2 · 58 + 5 · (17,25 · 5,8) = 616,25 cm^2
Se gasta menos cartón en la construcción del primer brik.

8 Se desea colocar en un pueblo una estatua en honor a su ciudadano más ilustre. Para ello, se ha fabricado una peana de cemento en forma de prisma hexagonal con una arista básica de 1 m y una altura de 5 m.

a. ¿Cuántos metros cúbicos de cemento se han empleado en su fabricación?
Primero calculamos la apotema del hexágono:
$1^2 = 0,5^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 0,87$ m
Con lo cual, el área del hexágono es $\frac{6 \cdot 0,87}{2}$ = 2,61 m^2
El volumen del prisma hexagonal es 5 · 2,61 = 13,05 m^3 de cemento.

b. ¿Cuántas teselas cuadradas de 1,5 cm de lado se necesitan para cubrir la peana?
Calculamos el área del prisma. Para ello, primero hallamos el área lateral:
$A_{lateral}$ = 6 · 5 = 30 m^2
Como solo contamos una base, el área del prisma es 32,61 m^2 = 326 100 cm^2
Las teselas tienen un área de 2,25 cm^2, por lo tanto, se necesitan 144 934 teselas.

PIRÁMIDES

9 La gran pirámide de Giza, tumba del faraón egipcio Keops, tiene forma de pirámide cuadrangular regular. Sabiendo que su altura original era de 146,61 m y que la longitud media de cada lado de la base es de 230,347 m, calcula su volumen. Después, investiga sobre este monumento y las diferentes teorías existentes en relación con su método de construcción.

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 230,347^2 \cdot 146,61 = 2\,593\,029,514\ m^3$

10 Un tipi indio tiene forma de pirámide cuadrangular regular de 1,5 m de lado de la base y 2 m de altura. Calcula cuántos metros cuadrados de material se han usado en su fabricación.

Calculamos en primer lugar la apotema de la pirámide:
$ap^2 = 2^2 + 0{,}75^2 \Rightarrow ap = 2{,}14$ m
Por otro lado, el área de la base es $1{,}5^2 = 2{,}25$ m^2
El área lateral es: $4 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 2{,}14}{2} = 6{,}42$ m^2
Por tanto, el área de la pirámide es $6{,}42 + 2{,}25 = 8{,}67$ m^2

SOLUCIONES PÁG. 267

11 El circo ha llegado a la ciudad y ha instalado una enorme carpa con forma de pirámide hexagonal regular que tiene una apotema de 20 m y cuya base mide 15 m de lado.

a. ¿Qué superficie de lona plastificada se ha usado en su fabricación?
Únicamente hay que calcular el área lateral, siendo 6 triángulos cuya altura es 20 m y cuya base es 15 m. Por tanto, $6 \cdot \frac{20 \cdot 15}{2} = 900$ m^2

b. ¿Sabrías calcular la altura de la carpa?
Primero tenemos que calcular la apotema de la base:
$15^2 = ap^2 + 7{,}5^2 \Rightarrow ap = 12{,}99$ m
Por lo tanto, la altura ya se puede calcular:
$20^2 = h^2 + 12{,}99^2 \Rightarrow h = 15{,}21$ m

CUERPOS DE REVOLUCIÓN. CILINDRO

12 Un camión cisterna transporta gasoil en su tanque cilíndrico de 3 m de diámetro y 15 m de largo. ¿Cuántos metros cúbicos de combustible caben en el depósito? Si el precio del gasoil es de 1,39 €/L, ¿a cuánto asciende el valor del combustible que transporta el camión?

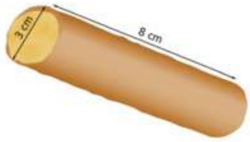
Volumen tanque = $\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 15 = 33{,}75\pi = 106{,}03$ m^3 = 106 030 L
El combustible cuesta 106 030 · 1,39 = 147 381,7 €

13 Una ONG construye en un campo de refugiados un depósito de metal para almacenar agua potable. El depósito es un cilindro de 20 m de altura, cuya base tiene 10 m de radio y al que se le ha añadido una tapa metálica en la parte superior para que no se evapore el agua.

a. ¿Qué capacidad, expresada en litros, tiene el depósito?
Volumen depósito = $\pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2\,000\pi = 6\,283{,}185$ m^3 = 6 283 185 L

b. ¿Cuántos metros cuadrados de chapa se necesitan para construirlo?
Área = $2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot (10 + 20) = 600\pi = 1\,884{,}96$ m^2 de chapa.

14 Antonio es un pastelero cuya especialidad son unos canutillos de hojaldre en forma de cilindro rellenos de crema. Todos los días elabora 125 de estos canutillos.



a. Cuántos metros cuadrados de lámina de hojaldre precisa Antonio cada día?
Área lateral cilindro = $2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 8 = 24\pi = 75{,}4$ cm^2
Hojaldre que se emplea en 125 canutillos = $125 \cdot 75{,}4 = 9\,425$ cm^2 = 0,942 5 m^2

b. Averigua cuántos litros de crema necesita.
Volumen cilindro = $\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 8 = 18\pi = 56{,}55$ cm^3
Crema necesaria para fabricar 125 canutillos = $125 \cdot 56{,}55 = 7\,068{,}75$ cm^3 = 7,068 75 L

c. ¿Por cuánto tiene que vender cada canutillo si quiere obtener un beneficio de 50 cts./unidad, sabiendo que compra el hojaldre a 5 €/m^2 y la crema a 7 €/L?
El hojaldre cuesta $5 \cdot 0{,}942\,5 = 4{,}71$ €
La crema cuesta $7 \cdot 7{,}068\,75 = 49{,}48$ €
En total, sale por 54,19 €. La fabricación de cada canutillo cuesta 54,19 : 125 = 0,43 €, aproximadamente; luego, debe venderse a 93 cts. cada canutillo.

15 Las $\frac{3}{4}$ partes de un vaso cilíndrico de 9 cm de altura y una base de 4 cm de diámetro están ocupadas por un refresco. ¿Qué altura alcanza el refresco en el vaso?

Volumen vaso = $\pi \cdot 2^2 \cdot 9 = 36\pi = 113{,}1$ cm^3
Las $\frac{3}{4}$ partes del vaso cilíndrico corresponden a 84,825 cm^3
Por lo tanto, llamamos x a la altura que alcanza el refresco en el vaso, y tenemos:
$84{,}825 = \pi \cdot 2^2 \cdot x \Rightarrow x = 6{,}75$ cm

16 Calcula la altura, h, que debe tener el cilindro para que las dos figuras tengan el mismo volumen. Para ese valor de h, ¿qué figura tiene menor superficie?

Volumen prisma = $5^2 \cdot 18 = 450$ cm^3
Por lo tanto, el cilindro tiene que tener el mismo volumen:
$450 = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot h \Rightarrow h = 22{,}92$. La altura del cilindro es 22,92
Área prisma = $2 \cdot 5^2 + 4 \cdot (18 \cdot 5) = 410$ cm^2
Área cilindro = $2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot (2{,}5 + 22{,}92) = 127{,}1\pi = 399{,}3$ cm^2
Tiene menor área el cilindro.

17 Indica cuántos briks con forma de ortoedro de 10 cm × 5 cm × 15 cm se pueden llenar con el mosto que cabe en una cuba cilíndrica de 1 m de diámetro y 1 m de altura.

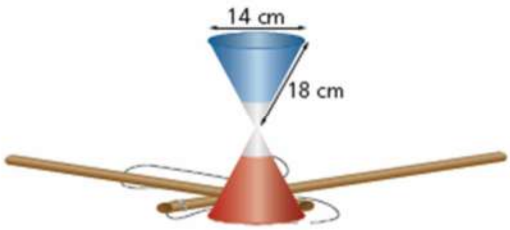
La cuba de mosto tiene una capacidad de: $\pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}25\pi = 0{,}785$ m^3 = 785 L
El brik tiene una capacidad de: $10 \cdot 5 \cdot 15 = 750$ cm^3 = 0,75 L
Como 785 : 0,75 = 1046,67, entonces se pueden llenar 1 046 briks.

CUERPOS DE REVOLUCIÓN. CONO

18 Una manga pastelera tiene forma de cono de 12 cm de diámetro y 30 cm de altura. Calcula los litros de crema que puede contener.

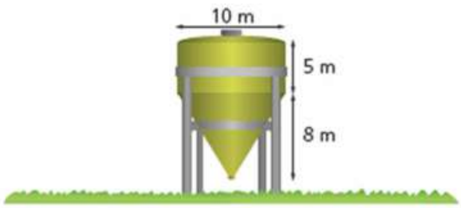
Volumen = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 30 = 360\pi = 1\,130{,}97$ cm^3 = 1,13 L

19 ¿Cuántos metros cuadrados de plástico se han utilizado en la fabricación del diábolo de la figura? Si el precio del material es 5 €/m^2, ¿cuánto cuesta fabricar 1 000 diábolos como este?



Área lateral de un cono (sin bases) = $\pi \cdot 7 \cdot 18 = 126\pi = 395{,}84$ cm^2
Superficie total del diábolo = 791,68 cm^2
1 000 diábolos tienen una superficie de 79,168 m^2; por tanto, fabricarlos cuesta $5 \cdot 79{,}168 = 395{,}84$ €

20 Un silo para almacenar maíz tiene la forma y las dimensiones que se muestran en la siguiente figura:



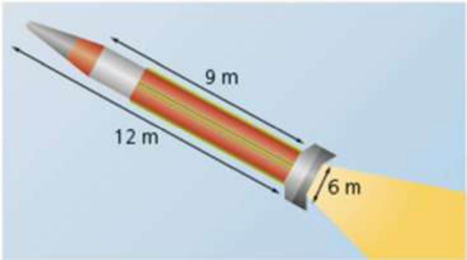
a. ¿Cuántos metros cúbicos de maíz puede contener?
Volumen cilindro = $\pi \cdot 5^2 \cdot 5 = 125\pi = 392{,}7$ m^3
Volumen cono = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 66{,}67\pi = 209{,}45$ m^3
Volumen total = 392,7 + 209,45 = 602,15 m^3 (volumen de maíz que almacena).

b. ¿Cuántos metros cuadrados de chapa de acero se han usado en su fabricación?
Área cilindro (solo 1 base) = $2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 5 + \pi \cdot 5^2 = 50\pi + 25\pi = 75\pi = 235{,}62$ m^2
Calculamos la generatriz del cono
$g^2 = 5^2 + 8^2 \Rightarrow 9{,}43$ m
Área lateral del cono = $\pi \cdot 5 \cdot 9{,}43 = 47{,}15\pi = 148{,}13$ m^2
Por lo tanto, el área total es: 235,62 + 148,13 = 383,75 m^2 de chapa.

c. Cuando se abre una válvula, sale el maíz a razón de 0,65 m^3/min. ¿Cuánto tardará en vaciarse el silo?
Tardará 602,15 : 0,65 = 926,38 min = 15 h 26 min 22 s

SOLUCIONES PÁG. 268

21 Calcula la capacidad de un cohete espacial de las dimensiones que se muestran en la figura.



El cohete tiene dos partes diferenciadas, un cono en la parte superior cuya altura es de 3 m y el radio de su base es 3 m, y un cilindro cuya altura es 9 m y el radio de la base es el mismo que el del cono, 3 m.

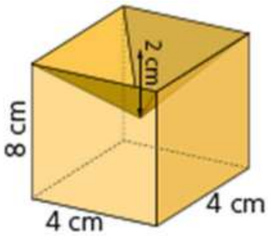
Volumen parte cónica = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi = 28{,}27 \text{ m}^3$

Volumen parte cilíndrica = $\pi \cdot 3^2 \cdot 9 = 81\pi = 254{,}47 \text{ m}^3$

Volumen total del cohete = $28{,}27 + 254{,}47 = 282{,}74 \text{ m}^3$

22 Calcula el volumen de las siguientes figuras:

a.

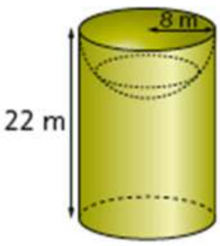


Volumen prisma = $4 \cdot 4 \cdot 8 = 128 \text{ cm}^3$

Volumen pirámide = $\frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2 = 10{,}67 \text{ cm}^3$

Volumen total = $128 – 10{,}67 = 117{,}33 \text{ cm}^3$

b.

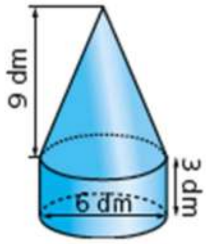


Volumen cilindro = $\pi \cdot 8^2 \cdot 22 = 1\,408\pi = 4\,423{,}36 \text{ m}^3$

Volumen semiesfera = $\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 8^3 = 341{,}33\pi = 1\,072{,}33 \text{ m}^3$

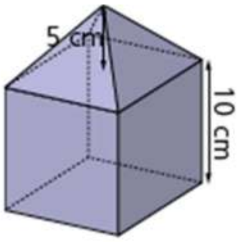
Volumen total = $4\,426{,}36 – 1\,072{,}33 = 3\,351{,}03 \text{ m}^3$

c.



Volumen cilindro = $\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 27\pi = 84{,}82$ dm^3
Volumen cono = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 9 = 27\pi = 84{,}82$ dm^3
Volumen total = 84,82 + 84,82 = 169,64 dm^3

d.



Volumen del cubo = $10^3 = 1\,000$ cm^3
Volumen pirámide = $\frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot 5 = 166{,}67$ cm^3
Volumen total = 1 000 + 166,67 = 1 166,67 cm^3

CUERPOS DE REVOLUCIÓN. ESFERA

23 Para realizar esta actividad, podéis organizaros en grupos de dos o tres alumnos. Se trata de buscar imágenes de objetos, edificios o estructuras que tengan las formas esféricas que se indican a continuación. Aseguraos de encontrar al menos dos imágenes de cada categoría.

Esfera	Semiesfera	Casquete esférico
Segmento esférico	Cuña esférica	Huso esférico

Respuesta abierta.

24 ¿Cuántas bolas de helado de 5 cm de diámetro se pueden obtener con 5 L de helado?

Volumen 1 bola = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^3 = 20{,}83\pi = 65{,}45$ cm^3 = 0,06545 L
Entonces, como 5 : 0,06545 = 76,39, se pueden obtener 76 bolas de helado.

25 Una fábrica de balones de playa produce balones de goma de dos tipos: uno de 4 dm de diámetro y otro de 6 dm.

a. Calcula cuántos metros cuadrados de goma se necesitan diariamente, sabiendo que al día se producen 500 balones del primer tipo y 300 del segundo.
Área balón grande = $4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 36\pi = 113{,}1$ dm^2
Goma que se emplea en 300 balones = $113{,}1 \cdot 300 = 33\,930$ dm^2
Área balón pequeño = $4 \cdot \pi \cdot 2^2 = 16\pi = 50{,}27$ dm^2
Goma que se emplea en 500 balones = $50{,}27 \cdot 500 = 25\,135$ dm^2
Goma total = $33\,930 + 25\,135 = 59\,065$ dm^2 = 590,65 m^2

b. Si los balones se hinchan con gas, ¿cuántos metros cúbicos de gas consume la fábrica en un día?

Volumen balón grande = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi = 113{,}1$ dm^3
Gas que se emplea en 300 balones = $113{,}1 \cdot 300 = 33\,930$ dm^3
Volumen balón pequeño = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 10{,}67\pi = 33{,}52$ dm^3
Gas que se emplea en 500 balones = $33{,}52 \cdot 500 = 16\,760$ dm^3
Gas total = $33\,930 + 16\,760 = 50\,690$ dm^3 = 50,69 dm^3

26 La cúpula del mausoleo de Gol Gumbaz (Karnataka, India) es la segunda cúpula más grande del mundo, después de la que corona la basílica de San Pedro, en Roma. Calcula su superficie exterior sabiendo que es una semiesfera de 37,92 m de diámetro interior y que los muros tienen, por término medio, un grosor de 3 m. ¿Qué volumen encierra esta cúpula?

El radio exterior de la cúpula mide 21,96 m, ya que el radio interior sería de 18,96, a lo que hay que añadirle los 3 m de grosor. Por lo tanto, calculamos el área de la esfera y dividimos entre dos, al ser una semiesfera.
$A_{semiesfera} = 2 \cdot \pi \cdot 21{,}96^2 = 3\,030$ m^2 aproximadamente.
El radio interior de la cúpula mide 18,96 m. Calculamos el volumen que encierra la cúpula:
$V_{semiesfera} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 18{,}96^3 = 14\,274{,}92$ m^3

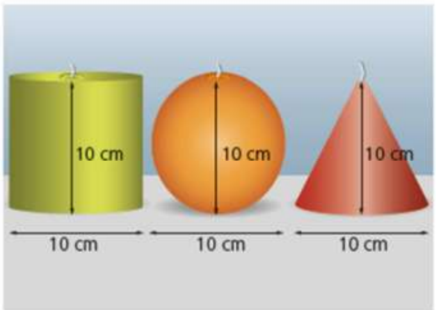
27 Determina cuál de los siguientes coladores tiene mayor capacidad:

Colador cónico de 20 cm de diámetro y 20 cm de altura

Colador esférico de 10 cm de radio

Volumen colador cónico = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2\,094{,}4\ cm^3 = 2{,}0944$ L
Volumen colador esférico = $\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 10^3 = 2\,094{,}4\ cm^3 = 2{,}0944$ L
Tienen la misma capacidad.

28 Estas velas están hechas con el mismo tipo de cera aromática:



Todas ellas tienen 10 cm de alto y miden 10 cm de diámetro. ¿Cuál de ellas se consumirá antes?

Volumen cilindro = $\pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 785{,}4\ cm^3$
Volumen esfera = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 = 523{,}6\ cm^3$
Volumen cono = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 261{,}8\ cm^3$
La vela cónica es la primera en consumirse, ya que tiene menor volumen, mientras que la vela con forma de cilindro será la que más dure. Se puede ver la relación de que la vela cónica es la tercera parte del cilindro.

SOLUCIONES PÁG. 269

29 Averigua cuántos barriles cilíndricos de 50 cm de radio y 1 m de altura se pueden llenar con el petróleo contenido en un tanque esférico de 90 m de diámetro.

Volumen tanque esférico = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 45^3 = 121\,500\pi = 381\,703{,}51\ m^3$
Volumen barril = $\pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}25\pi = 0{,}785\ m^3$
Entonces, 381 703,51 : 0,785 = 486 246,51
Se pueden llenar 486 246 barriles.

30 Se corta una esfera de 9 m de diámetro por un plano que dista 2,5 m de su centro. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia resultante?

Llamamos r al radio de la circunferencia resultante. Por tanto: $4{,}5^2 = 2{,}5^2 + r^2 \Rightarrow r = 3{,}74$ m.

31 Al cortar una esfera por un plano que dista 7 cm de su centro, se obtiene una circunferencia de 6 cm de diámetro. ¿Cuánto vale el radio de la esfera?

Llamamos R al radio de la esfera. Por tanto:
$R^2 = 7^2 + 3^2 \Rightarrow R = 7{,}62$ cm

LA ESFERA TERRESTRE

32 Sabiendo que el radio de la Tierra mide aproximadamente 6 371 km, calcula:

a. La longitud del ecuador.
Longitud del ecuador (perímetro) = $2 \cdot \pi \cdot 6\,371 = 40\,030{,}17$ km

b. La superficie total de la Tierra.
Superficie total (área) = $4 \cdot \pi \cdot 6\,371^2 = 510\,064\,471{,}91$ km^2

c. El volumen del globo terráqueo. Si las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie terrestre corresponden a la hidrosfera, ¿qué superficie corresponde a la litosfera?
Volumen globo terráqueo = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6\,371^3 = 1\,083\,206\,916\,845{,}75$ km^3
La litosfera ocupa una superficie de 510 064 471,91 : 4 = 127 516 117,98 km^2

33 Averigua las coordenadas geográficas de las siguientes ciudades y calcula las coordenadas geográficas de sus antípodas:

a. Berlín.
Berlín (52° 31' 0'' N, 13° 22' 0'' E)
Latitud = –52° 31' 0'' N = 52° 31' 0'' S
Longitud = 13° 22’ E – 180º = –166° 38’ E = 166° 38’ O
⇒ Antípoda (52° 31' 0'' S, 166° 38' 0'' O)

b. Nueva York.
Nueva york (40° 40' N, 73° 56'' O)
Latitud = –40° 40' N = 40° 40' S
Longitud = 73° 56'' O – 180º = –106° 4' O = 106° 4' E
⇒ Antípoda (40° 40' S, 106° 4' E)

c. Tokio.
Tokio (35° 41' N, 139° 46'' E)
Latitud = –35° 41' N = 35° 41' S
Longitud = 139° 46'' E – 180º = –40° 14'' E = 40° 14'' O
⇒ Antípoda (35° 41' S, 40° 14'' O)

d. Buenos Aires.
Buenos Aires (34° 35' 59'' S, 58° 22' 55'' O)
Latitud = –34° 35' 59'' S = 34° 35' 59'' N
Longitud = 58° 22' 55'' O – 180º = –121° 37' 5'' O = 121° 37' 5'' E
⇒ Antípoda (34° 35' 59'' N, 121° 37' 5'' E)

34 Isidro toma un avión en Moscú (55° 45’ N , 37° 37’ E) rumbo a Madrid (40° 26’ N , 3° 41’ O). Si el avión despega de la capital rusa a las 16:00 h y llega a Madrid a las 18:00 h, ambas horas locales, ¿cuánto dura el vuelo?

Calculamos primero los meridianos en los que se encuentran Moscú y Madrid.
Meridiano Moscú: (37º 37’ – 7,5º) : 15º = 2,01
Meridiano Madrid: (3º 41’ – 7,5º) : 15º = –0,25
Moscú se encuentra a tres meridianos al este de Greenwich, mientras que Madrid está en el meridiano de Greenwich, por lo tanto, hay 3 h de diferencia. Así que, si el vuelo despegó a las 16:00 h en Moscú, serían las 13:00 en Madrid, y como aterriza en Madrid a las 18:00 h, entonces el vuelo dura 5 horas.

35 Averigua que diferencia horaria hay entre Guadalajara (España) (40° 38’ N , 3° 10’ O) y Guadalajara (México) (20° 36’ N , 103° 21’ O). Investiga si existe alguna otra ciudad en el mundo con el nombre de tu ciudad y calcula la diferencia horaria entre ambas.

Meridiano Guadalajara (España): (3º 10’ – 7,5º) : 15º = –0,29
Meridiano Guadalajara (México): (103º 21’ – 7,5º) : 15º = 6,39
Guadalajara (México) está siete meridianos al oeste de Greenwich, mientras que Guadalajara (España) se encuentra en el meridiano de Greenwich. Así pues, en Guadalajara (México) hay 7 horas menos que en Guadalajara (España).
Algunos ejemplos de ciudades que se llamen igual son:
Tarragona, en Perú; Mérida, en México, Argentina y Venezuela; Valencia, en Venezuela; San Martín, en Perú; Barcelona, en Venezuela; Córdoba, en Argentina; Mendoza, en Argentina; Santander, en Colombia; Trujillo, en Venezuela; San Martín, en Perú; Cuenca, en Ecuador; Santiago, en Chile; Linares, en México y en Chile; Cartagena, en Colombia; Puerto de la Cruz, en Venezuela (Puerto La Cruz); Madrid, en Suecia

EVALUACIÓN

1 El volumen de un prisma hexagonal regular de 10 cm de arista básica y 7 cm de altura es:

a. 4 200 cm^3 **c. 1 818,7 cm^3**
b. 210 cm^3 **d. 2 347,87 cm^3**

Primero calculamos el área de la base. Hallamos primero la apotema del hexágono, que vamos a llamar ap.
$10^2 = 5^2 + ap^2 \Rightarrow 100 = 25 + ap^2 \Rightarrow ap^2 = 75 \Rightarrow ap = 8{,}6603$ cm
El perímetro del hexágono es 60 cm, con lo que el área de la base es:

$\frac{60 \cdot 8{,}6603}{2} = 259{,}81$ cm^2
Así que, el volumen del prisma es 259,81 · 7 = 1 818,7
Solución c.

2 Los metros cuadrados de cartón que se emplearon en la fabricación de 1 000 envases de zumo con forma de ortoedro de dimensiones 15 cm × 5 cm × 20 cm son:

a. 1 500 m^2 **b. 95 m^2** **c. 47,5 m^2** **d. 9 500 m^2**

Calculamos en primer lugar el área de un envase:
$A = 2 \cdot (15 \cdot 5) + 2 \cdot (15 \cdot 20) + 2 \cdot (5 \cdot 20) = 950\ cm^2$
Por lo tanto, en la fabricación de 1 000 envases se emplean:
$950 \cdot 1\,000 = 950\,000\ cm^2 = 95\ m^2$
Solución b.

3 Dado un depósito cilíndrico, con tapa, de 7 m de altura y 12 m de diámetro de la base:

• Su capacidad es:

a. 3 165,12 L **c. 3 165 120 L**
b. 791,68 L **d. 791 680 L**

$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 7 = 791{,}68\ m^2 = 791\,680\ dm^2 = 791\,680\ L$
Solución d.

• La cantidad de chapa, expresada en metros cuadrados, que se ha usado en su fabricación es:

a. 1 431,84 m^2 **c. 339,12 m^2**
b. 490,09 m^2 **d. 1 582,56 m^2**

$A = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot (6 + 7) = 490{,}09\ m^2$
Solución b.

4 El volumen que contiene un colador cónico de 5 cm de radio de la base y 8 cm de altura es:

a. 628 cm^3 **c. 209,44 cm^3**
b. 251,2 cm^3 **d. 83,73 cm^3**

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 209{,}44\ cm^3$
Solución c.

5 Un balón de voleibol tiene 66 cm de circunferencia. El volumen de aire necesario para hincharlo es:

a. 1,39 L **b. 4,85 L** **c. 0,46 L** **d. 14,58 L**

Primero hallamos el radio del balón de voleibol:
$66 = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = 10{,}5\ cm$
Ahora calculamos el volumen:
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10{,}5^3 = 4\,849{,}05\ cm^3 = 4{,}85\ dm^3 = 4{,}85\ L$
Solución b.

6 La superficie total de la Luna, suponiendo que se trata de una esfera perfecta de 1 740 km de radio, es:

a. 19 013 328 km^2 **c. 38 045 943 km^2**
b. 12 675 552 km^2 **d. 22 055 460 480 km^2**

A = 4 · π · 1 740^2 = 38 045 943 km^2
Solución c.

7 Se toma un avión de San Petersburgo (59° 57´ N , 30° 19´ E) a Lisboa (38° 43’ N , 9° 10’ O). Si se despega de San Petersburgo a las 6 de la tarde y el vuelo dura 3 h y 46 aproximadamente, se aterrizará en Lisboa a las:

a. 18:46 h **b. 21:46 h** **c. 17:46 h** **d. 22:46 h**

Calculamos en primer lugar en qué meridianos se encuentran:
Meridiano San Petersburgo: (30º 19’ – 7,5º) : 15º = 1,52
Meridiano Lisboa: (9º 10’ – 7,5º) : 15º = 0,11
Por lo tanto, San Petersburgo se encuentra a dos meridianos al este de Greenwich y Lisboa a un meridiano al oeste de Greenwich. Así que hay tres horas más en San Petersburgo.
Si despega de San Petersburgo a las 6 de la tarde, quiere decir que en Lisboa son las 3 de la tarde, y si el vuelo dura 3 h y 46 minutos aproximadamente, entonces en Lisboa aterrizará a las 18:46 h.
Solución a.