1 Naturaleza eléctrica de la materia

Página 68

1 Determina cuántos electrones tendrían que extraerse de un cuerpo para que quedara con una carga de 1 C.

La carga de un electrón es $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C aproximadamente. Si un electrón se escapa de un cuerpo, este queda con una carga igual pero positiva. Si la carga es de 1 C, es porque la cantidad de electrones que se han marchado es:

$$N = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 6{,}25 \cdot 10^{18} \text{ electrones}$$

2 Si por un circuito eléctrico circula una intensidad de corriente de 1 mA, ¿cuántos minutos tardará en pasar una carga de 1 C?

La intensidad de corriente eléctrica, en unidades del SI, es:

$$I = 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$$

Con la definición de intensidad eléctrica, podemos determinar el tiempo que tarda en pasar una carga de 1 C:

$$I = \frac{q}{t} \quad \rightarrow \quad t = \frac{q}{I} = \frac{1}{10^{-3}} = 10^{3} \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 16{,}67 \text{ min} = 16 \text{ min } 40 \text{ s}$$

Página 69

3 Si una pila del tipo AAA tiene una carga de 1 000 mAh (miliamperios hora), expresa esta carga en culombios.

La unidad mAh es una unidad de carga, aunque no es la del SI. Para expresarla en culombios, simplemente tenemos que realizar un cambio de unidades:

$$q = 1000 \text{ mAh} = 1 \text{ Ah} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3\,600 \text{ A} \cdot \text{s} = 3\,600 \text{ C}$$

4 Calcula a qué distancia habrá que colocar dos cargas de 1 C, en el vacío, para que se repelan con una fuerza equivalente al peso de 1 000 kg.

Los datos son:

$$q_1 = q_2 = q = 1 \text{ C} \quad ; \quad m = 1\,000 \text{ kg}$$

El peso de un cuerpo de masa 1 000 kg es:

$$P = m \cdot g = 1\,000 \cdot 9{,}8 = 9\,800 \text{ N}$$

Por tanto, debemos calcular la distancia a la que hay que poner las cargas para que se repelan con una fuerza de 9 800 N:

$$F = K_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = K_0 \cdot \frac{q^2}{r^2} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{K_0 \cdot \frac{q^2}{F}} = \sqrt{9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{1}{9\,800}} = 958 \text{ m}$$

Este resultado da una idea de la fortaleza de la interacción eléctrica.

5 La distancia media entre un protón y un electrón en un átomo de hidrógeno es de 0,052 nm. Compara la fuerza de atracción eléctrica con la gravitatoria.

Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

El módulo de la fuerza de atracción gravitatoria entre un protón y un electrón es:

$$F_g = G \cdot \frac{m_p \cdot m_e}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{(0{,}052 \cdot 10^{-9})^2} = 3{,}7 \cdot 10^{-47}\ \text{N}$$

El módulo de la fuerza electrostática con la que se atraen es:

$$F_e = K_0 \cdot \frac{q_p \cdot |q_e|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(0{,}052 \cdot 10^{-9})^2} = 8{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

Comparamos las dos fuerzas:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8{,}5 \cdot 10^{-8}}{3{,}7 \cdot 10^{-47}} = 2{,}3 \cdot 10^{39}$$

Luego la fuerza eléctrica es unos dos mil trescientos sextillones de veces la gravitatoria, por lo que podemos despreciar totalmente la atracción gravitatoria entre partículas cargadas.

6 ¿A qué distancia habrá que colocar dos electrones para que se repelan con 1 N?

Utilizamos la ley de Coulomb:

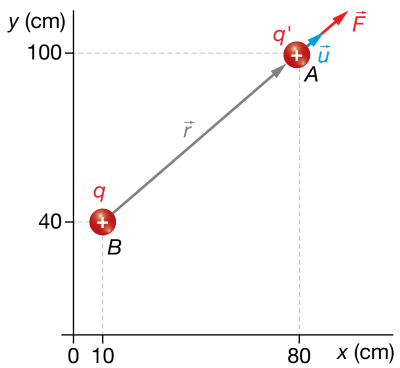
$$F_e = K_0 \cdot \frac{|q_e| \cdot |q_e|}{r^2} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{K_0}{F}} \cdot |q_e| = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{1}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 1{,}5 \cdot 10^{-14}\ \text{m}$$

2 Campo electrostático

Página 70

7 Determina la expresión vectorial de la fuerza que se ejerce sobre una carga de 5 μC en (80, 100) cm, debido a una carga de 2 mC colocada en el punto (10, 40) cm.

La situación de las cargas se representa en la imagen siguiente, junto a los datos del problema:



$$q' = 5\ \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

$$q = 2\ \text{mC} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$$

$$A = (80, 100)\ \text{cm}$$

$$B = (10, 40)\ \text{cm}$$

El vector de posición es:

$$\vec{r} = \overrightarrow{BA} = (80, 100) - (10, 40) = (70, 60)\ \text{cm} = (70 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

El vector unitario, $\vec{u}$, es radial hacia afuera. Para calcularlo, podemos usar la unidad que queramos para $\vec{r}$ y para *r*, siempre y cuando sean la misma, ya que $\vec{u}$ es adimensional:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{70 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}}{\sqrt{70^2 + 60^2}} = \frac{1}{\sqrt{8\,500}} \cdot (70 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j})$$

Ahora calculamos el módulo de la fuerza con su signo, y multiplicamos por este vector:

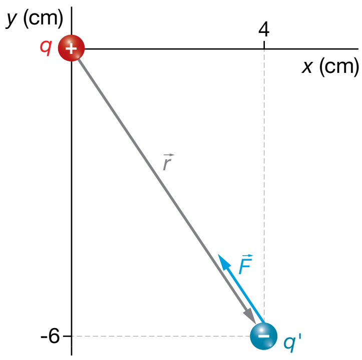
$$F_e = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{8\,500 \cdot 10^{-4}} = 105{,}88\ \text{N}$$

La fuerza, escrita como vector, es:

$$\vec{F} = F \cdot \vec{u} = 105{,}88 \cdot \frac{1}{\sqrt{8\,500}} \cdot (70 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}) = (80{,}39 \cdot \vec{i} + 68{,}91 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

8 **Determina la fuerza eléctrica que se ejercerá sobre una carga testigo de –2 μC colocada en el punto *A* = (4, –6) cm, debido a una carga fuente de 1,5 mC colocada en el origen de coordenadas.**

Las cargas están colocadas como se indica en la imagen:



$$q' = -2\ \mu\text{C} = -2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

$$q = 1{,}5\ \text{mC} = 1{,}5 \cdot 10^{3}\ \text{C}$$

$$A = (4, -6)\ \text{cm}$$

El vector $\vec{r}$ es:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OA} = (4 \cdot \vec{i} - 6 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Calculemos su módulo y el vector $\vec{u}$:

$$r = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{52}\ \text{cm} = \sqrt{52} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{4 \cdot \vec{i} - 6 \cdot \vec{j}}{\sqrt{52}}$$

El módulo de la fuerza con su signo es:

$$F = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{52 \cdot 10^{-4}} = -5\,192\ \text{N}$$

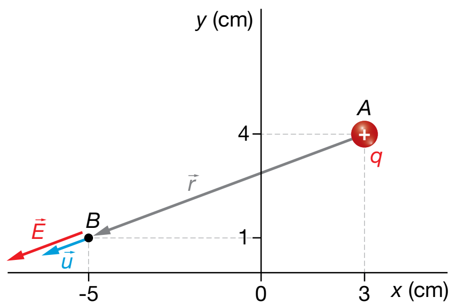
Si lo multiplicamos por el vector $\vec{u}$, tendremos la fuerza en forma vectorial:

$$\vec{F} = F \cdot \vec{u} = -5\,192 \cdot \frac{4 \cdot \vec{i} - 6 \cdot \vec{j}}{\sqrt{52}} = (-2\,880 \cdot \vec{i} + 4\,320 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

Página 71

9 **Determina el campo eléctrico creado en el punto *B* = (–5, 1) cm por una carga de 2 nC colocada en *A* = (3, 4) cm.**

La situación del problema se representa en la imagen de la derecha.



El vector de posición es:

$$\vec{r} = \overrightarrow{AB} = (-5, 1) - (3, 4) =$$

$$= (-8, -3)\ \text{cm} = (-8 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Calculamos ahora el vector $\vec{u}$:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{-8 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}}{\sqrt{(-8)^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{73}} \cdot (-8 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j})$$

El módulo del campo con el signo es:

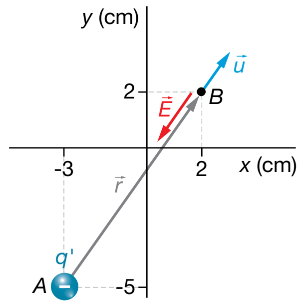
$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{73 \cdot 10^{-4}} = 2\,466\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Ahora, lo multiplicamos por el vector unitario:

$$\vec{E} = E \cdot \vec{u} = 2\,466 \cdot \frac{1}{\sqrt{73}} = (-8 \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}) = (-2\,309 \cdot \vec{i} - 866 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

10 **Encuentra el campo eléctrico que crea una carga de –5 μC colocada en el punto (–3, –5) cm en el punto (2, 2) cm.**

La situación del problema se muestra en la figura de la derecha.



El vector de posición es:

$$\vec{r} = \overrightarrow{AB} = (2, 2) - (-3, -5) =$$

$$= (5, 7)\ \text{cm} = (5 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Cuyo módulo es:

$$r = \sqrt{5^2 + 7^2} \cdot 10^{-2}\ \text{m} = \sqrt{74} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

El vector unitario en la dirección radial es:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{5 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j}}{\sqrt{5^2 + 7^2}} = \frac{5 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j}}{\sqrt{74}}$$

El módulo del campo con su signo es:

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{74 \cdot 10^{-4}} = -6{,}081 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

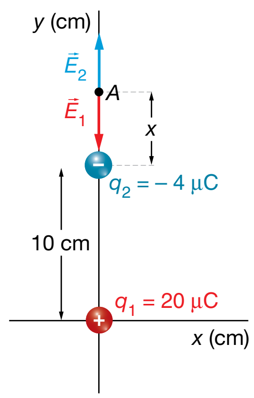
Entonces, el campo es:

$$\vec{E} = E \cdot \vec{u} = -6{,}081 \cdot 10^6 \cdot \frac{5 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j}}{\sqrt{74}} = (-3{,}53 \cdot 10^6 \cdot \vec{i} - 4{,}95 \cdot 10^6 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Página 73

11 **Se coloca una carga de 20 mC en el punto (0, 0), y otra de –4 mC en el punto (0, 10) cm. Encuentra el punto donde el campo eléctrico es cero.**

La situación del problema es la que se muestra en la imagen:



El punto buscado solo puede estar sobre el eje *Y* por encima de la carga q_2. Llamaremos x a la distancia del punto *A* a la carga q_2. En el punto *A* se cumple:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \;\rightarrow\; E_1 = E_2 \;\rightarrow\; K_0 \cdot \frac{q_1}{(d+x)^2} = K_0 \cdot \frac{|q_2|}{x^2} \;\rightarrow\; x^2 \cdot q_1 = (d+x)^2 \cdot |q_2| \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; (q_1 - |q_2|) \cdot x^2 - 2 \cdot d \cdot x \cdot |q_2| - d^2 \cdot |q_2| = 0$$

Sustituimos los datos, y resolvemos la ecuación de segundo grado:

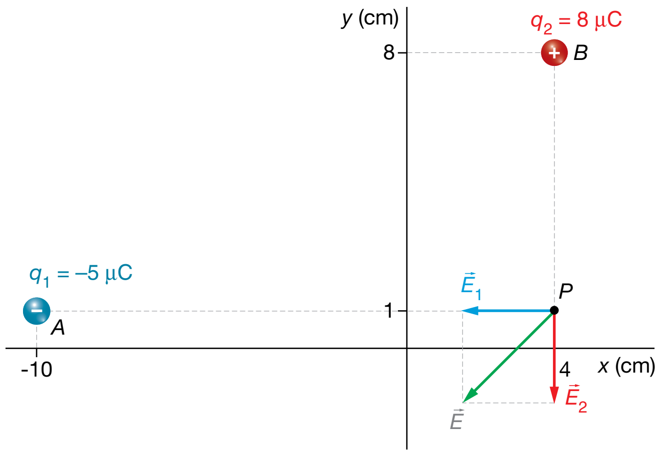
$$(20-4) \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot x - 0{,}1^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 16 \cdot x^2 - 0{,}8 \cdot x - 0{,}04 = 0 \;\rightarrow\; x = \frac{0{,}8 \pm \sqrt{(-0{,}8)^2 - 4 \cdot 16 \cdot (-0{,}04)}}{2 \cdot 16} = 8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

Por tanto, el campo se anula en el punto *A* = (0, 8) cm.

12 Una carga de –5 μC se encuentra en el punto (–10, 1) cm, y otra de 8 μC, en el punto (4, 8) cm. ¿Cuánto valdrá el campo en el punto (4, 1) cm?

La situación del problema es la siguiente:



El vector de posición de la primera carga es:

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{AP} = (4,1) - (-10,1) = (14,0)\ \text{cm} = 14 \cdot \vec{i}\ \text{cm}$$

El vector de posición de la segunda carga es:

$$\vec{r}_2 = \overrightarrow{BP} = (4,1) - (4,8) = (0,-7)\ \text{cm} = -7 \cdot \vec{j}\ \text{cm}$$

Los vectores unitarios en las direcciones radiales de cada carga son:

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{14 \cdot \vec{i}}{14} = \vec{i} \quad ; \quad \vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{-7 \cdot \vec{j}}{7} = -\vec{j}$$

Calculemos ahora el módulo con el signo de cada campo eléctrico:

$$E_1 = K_0 \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{14^2 \cdot 10^{-4}} = -2{,}30 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = K_0 \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{7^2 \cdot 10^{-4}} = 14{,}70 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Vectorialmente, los campos creados por cada carga son:

$$\vec{E}_1 = E_1 \cdot \vec{u}_1 = -2{,}30 \cdot 10^6 \cdot \vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad ; \quad \vec{E}_2 = E_2 \cdot \vec{u}_2 = -14{,}70 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{j}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Ahora sumamos para obtener el campo eléctrico total:

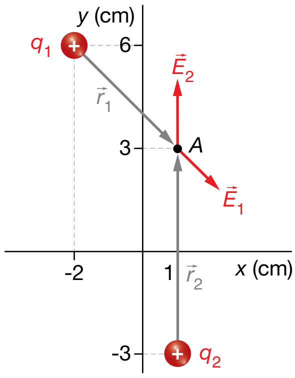
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (-2{,}30 \cdot 10^6 \cdot \vec{i} - 14{,}70 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

13 **Se coloca una carga de 2 nC en el punto (–2, 6) cm y otra de 5 nC en el punto (1, –3) cm. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el punto (1, 2) cm?**

Las cargas que crean el campo son:

$$q_1 = 2\ \text{nC} = 2 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \quad ; \quad q_2 = 5\ \text{nC} = 5 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$$

La situación del problema se muestra en la imagen:



Los vectores de posición de las cargas q_1 y q_2 son:

$$\vec{r}_1 = (3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j})\ \text{cm} \quad ; \quad \vec{r}_2 = 5 \cdot \vec{i}\ \text{cm}$$

Veamos el módulo de cada campo con su signo:

$$E_1 = K_0 \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{[3^2 + (-4)^2] \cdot 10^{-4}} = 7\,200\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = K_0 \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5^2 \cdot 10^{-4}} = 18\,000\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Tenemos que escribir vectorialmente el campo; para ello, necesitamos los vectores unitarios:

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{5} \cdot (3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}) \quad ; \quad \vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{5 \cdot \vec{i}}{5} = \vec{i}$$

Ya podemos escribir los campos vectorialmente:

$$\vec{E}_1 = E_1 \cdot \vec{u}_1 = 7\,200 \cdot \frac{1}{5} \cdot (3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}) = (4\,320 \cdot \vec{i} - 5\,760 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \cdot \vec{u}_2 = 18\,000 \cdot \vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

El campo total es la suma de los campos individuales:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 4\,320 \cdot \vec{i} - 5\,760 \cdot \vec{j} + 18\,000 \cdot \vec{i} = (22\,320 \cdot \vec{i} - 5\,760 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

3 Potencial eléctrico

Página 75

14 **Encuentra el potencial a 50 cm de una carga de 1 C. ¿Qué energía tendrá ahí una carga de 1 nC?**

Los datos del ejercicio son:

$$q = 1\ \text{C} \quad ; \quad q' = 1\ \text{nC} = 10^{-9}\ \text{C} \quad ; \quad r = 50\ \text{cm} = 0{,}50\ \text{m}$$

El potencial a 50 cm de la carga q es:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{0,50} = 18 \cdot 10^9 \text{ V}$$

La energía potencial de una carga de 1 nC colocada ahí es:

$$E_p = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9}}{0,50} = 18 \text{ J}$$

15 Calcula el trabajo que realiza el campo que crea una carga de –5 μC cuando transporta una carga de 2 pC desde una distancia de 20 m hasta 5 m.

La carga fuente es q = –5 μC = –5 · 10^{-6} C, y la carga testigo, q' = 2 pC = 2 · 10^{-12} C.

Veamos cuánto vale el potencial a las distancias indicadas:

$$V\,(20\text{ m}) = K_0 \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{20} = -2\,250 \text{ V}$$

$$V\,(5\text{ m}) = K_0 \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{5} = -9\,000 \text{ V}$$

La energía potencial que tiene la carga testigo en estos potenciales es:

$$E_p\,(20\text{ m}) = q' \cdot V\,(20\text{ m}) = 2 \cdot 10^{-12} \cdot (-2\,250) = -4,5 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

$$E_p\,(5\text{ m}) = q' \cdot V\,(5\text{ m}) = 2 \cdot 10^{-12} \cdot (-9\,000) = -18,0 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

El trabajo que realiza el campo es:

$$W = -\Delta E_p = E_p\,(20\text{ m}) - E_p\,(5\text{ m}) = -4,5 \cdot 10^{-9} - (-18,0 \cdot 10^{-9}) = 1,35 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

Puesto que el trabajo es positivo, esto significa que la carga se mueve a favor del campo. Si fuese negativo, significaría que se ha forzado a la carga a moverse en contra del campo (con una fuerza externa).

16 Para el campo eléctrico creado por una carga de 1 mC, determina las distancias que separan las superficies equipotenciales:

a) De 4000 V a 3000 V. b) De 3000 V a 2000 V. c) De 2000 V a 1000 V. d) De 1000 a 0 V.

Veamos a qué distancia de la carga el potencial toma los valores indicados en el enunciado:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{r} \;\rightarrow\; V_a = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{r_a} = 4\,000 \text{ V} \;\rightarrow\; r_a = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{4\,000} = 2\,250 \text{ m}$$

$$V_b = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{r_b} = 3\,000 \text{ V} \;\rightarrow\; r_b = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{3\,000} = 3\,000 \text{ m}$$

$$V_c = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{r_c} = 2\,000 \text{ V} \;\rightarrow\; r_c = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{2\,000} = 4\,500 \text{ m}$$

$$V_d = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{r_d} = 1000 \text{ V} \;\rightarrow\; r_d = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{1000} = 9\,000 \text{ m}$$

$$V_e = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{r_e} = 0 \;\rightarrow\; r_e \rightarrow \infty$$

Veamos las distancias que separan las superficies equipotenciales de:

a) 4000 V a 3000 V: $r_b - r_a$ = 3000 – 2250 = 750 m

b) 3000 V a 2000 V: $r_c - r_b$ = 4500 – 3000 = 1500 m

c) 2000 V a 1000 V: $r_d - r_c$ = 9000 – 4500 = 4500 m

d) 1000 V a 0 V: $r_e - r_d$ = ∞ – 9000 = ∞

Como vemos, las esferas que representan las superficies equipotenciales se van espaciando cada vez más para un mismo incremento de potencial.

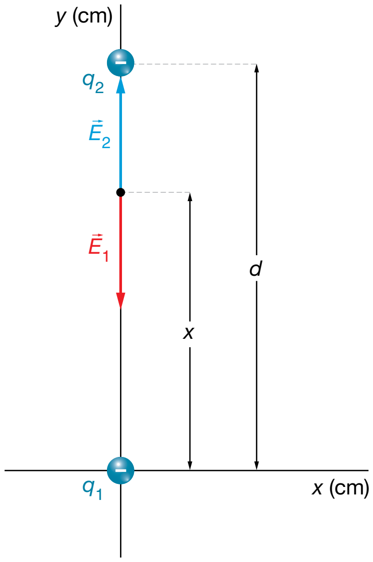
Página 77

17 **¿Crees que una hipotética partícula de carga positiva y sin masa seguiría las líneas de fuerza del campo eléctrico?**

Una hipotética partícula con carga eléctrica positiva y sin masa (que realmente no existe), seguiría las líneas de fuerza del campo eléctrico, y si la carga fuese negativa, también seguiría las líneas de fuerza del campo pero en sentido contrario. Pero, realmente, las partículas con carga eléctrica tienen también masa. Es decir, tienen inercia. Por consiguiente, no siguen las líneas de fuerza del campo, puesto que si el campo curva repentinamente en un punto, la partícula no puede hacerlo instantáneamente debido a su inercia.

18 **En el origen de coordenadas hay una carga de –6 μC y en el punto (0, 12) cm otra de –3 μC. Determina el punto donde el campo es cero y el potencial en dicho punto.**

La disposición de las cargas es la que se muestra en la imagen.



$q_1 = -6\ \mu C = -6 \cdot 10^{-6}$ C

$q_2 = -3\ \mu C = -3 \cdot 10^{-6}$ C

Llamamos x a la distancia que hay desde el punto que buscamos hasta la carga q_1. A la distancia que separa las dos cargas la llamamos d = 12 cm = 12 · 10^{-2} cm.

En el punto donde se anula el campo se cumple:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \;\rightarrow\; E_1 = E_2$$

$$K_0 \cdot \frac{|q_1|}{x^2} = K_0 \cdot \frac{|q_2|}{(d-x)^2} \;\rightarrow\; |q_1| \cdot (d-x)^2 = |q_2| \cdot x^2$$

$$|q_1| \cdot (d^2 + x^2 - 2 \cdot d \cdot x) = |q_2| \cdot x^2$$

$$(|q_1| - |q_2|) \cdot x^2 - 2 \cdot d \cdot |q_1| \cdot x + d^2 \cdot |q_1| = 0$$

Introducimos los datos:

$$(6 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-6}) \cdot x^2 - 2 \cdot 12 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot x + (12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 0$$

$$3 \cdot x^2 - 1{,}44 \cdot x + 0{,}0864 = 0 \;\rightarrow\; x = 0{,}070\ \text{m} = 7{,}0\ \text{cm}$$

La segunda solución la hemos descartado porque no es compatible con el ejercicio.

El potencial en este punto es:

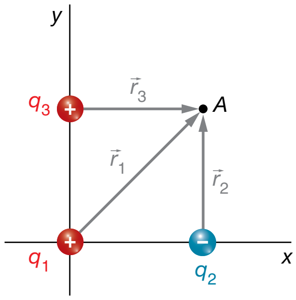
$$V = V_1 + V_2 = K_0 \cdot \frac{q_1}{x} + K_0 \cdot \frac{q_2}{d-x} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-6 \cdot 10^{-6}}{7{,}0 \cdot 10^{-2}} + \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{(12-7{,}0) \cdot 10^{-2}} \right) = -1{,}31 \cdot 10^6\ \text{V}$$

19 **Tenemos la siguiente disposición de cargas: en el origen de coordenadas, q_1 = 0,5 mC; en el punto (40, 0) cm, otra carga q_2 = –0,4 mC, y en el punto (0, 40) cm está q_3 = 0,8 mC. Determina el potencial en el punto (40, 40) cm. ¿Qué trabajo realizará el campo si lleva una carga de –1 pC desde el punto (40, 40) cm hasta el (20, 20) cm?**

Las cargas, expresadas en unidades del SI, son las siguientes:

$$q_1 = 0,5\,\text{mC} = 0,5 \cdot 10^{-3}\,\text{C} \quad ; \quad q_2 = -0,4\,\text{mC} = -0,4 \cdot 10^{-3}\,\text{C} \quad ; \quad q_3 = 0,8\,\text{mC} = 0,8 \cdot 10^{-3}\,\text{C}$$

Están colocadas como se muestra en el dibujo:



Los módulos de los vectores de posición de cada carga hasta el punto donde vamos a calcular el potencial son:

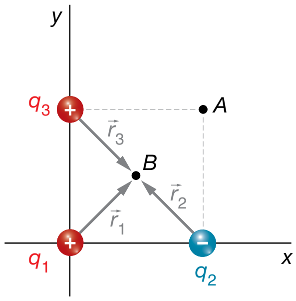
$$r_1 = \sqrt{40^2 + 40^2} = 56,57\,\text{cm} \quad ; \quad r_2 = 40\,\text{cm} \quad ; \quad r_3 = 40\,\text{cm}$$

Aplicamos el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = K_0 \cdot \frac{q_1}{r_1} + K_0 \cdot \frac{q_2}{r_2} + K_0 \cdot \frac{q_3}{r_3}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{56,57 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-0,4 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2}} = 16\,954\,746\,\text{V}$$

El campo lleva a la carga $q' = 1\text{pC} = 10^{-12}\,\text{C}$ desde el punto (40, 40) cm al (20, 20) cm. Para hallar el trabajo, necesitamos calcular el potencial en el punto (20, 20) cm; la situación ahora es la siguiente:



Los módulos de los vectores de posición son iguales:

$$r_1 = r_2 = r_3 = \frac{56,57\,\text{cm}}{2} = 28,285\,\text{cm} = 28,285 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

Por tanto, el potencial en el punto (20, 20) cm es:

$$V' = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{28,285 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-0,4 \cdot 10^{-3}}{28,285 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{28,285 \cdot 10^{-2}} = 28\,637\,087\,\text{V}$$

El trabajo es:

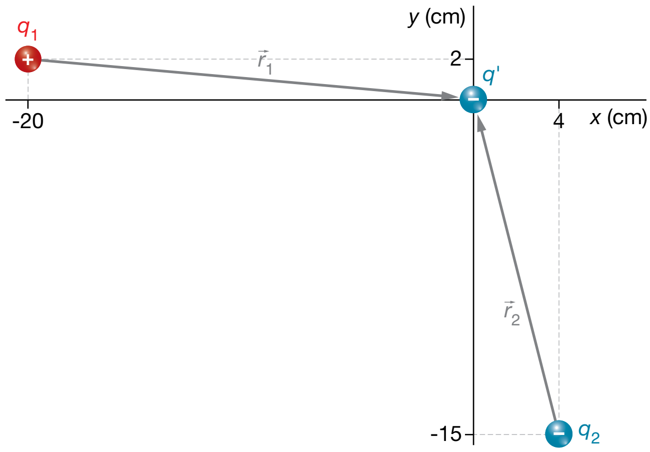
$$W = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V = -(-10^{-12}) \cdot (28\,637\,087 - 16\,954\,746) = 11,7 \cdot 10^{-6}\,\text{J}$$

20 **Determina la energía potencial que tendrá una carga $q' = -2,4\,\text{nC}$ colocada en el origen de coordenadas, si en el punto (–20, 2) cm hay una carga q_1 = 1,1 μC y en (4, –15) cm está q_2 = –2,3 μC. Interpreta el resultado.**

Las cargas son:

$$q_1 = 1,1\,\mu\text{C} = 1,1 \cdot 10^{-6}\,\text{C} \quad ; \quad q_2 = -2,3\,\mu\text{C} = -2,3 \cdot 10^{-6}\,\text{C} \quad ; \quad q' = -2,4\,\text{nC} = -2,4 \cdot 10^{-9}\,\text{C}$$

La situación de las cargas del problema es la mostrada en la imagen:



Vamos a calcular el potencial en el origen de coordenadas y después multiplicaremos por el valor de la carga testigo para obtener la energía potencial de esta.

Los vectores de posición de cada carga con respecto al punto donde se va a calcular el potencial son:

$$\vec{r}_1 = (20 \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j})\ \text{cm} \quad ; \quad \vec{r}_2 = (-4 \cdot \vec{i} + 15 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Y sus módulos son:

$$r_1 = \sqrt{20^2 + (-2)^2} = 20,10\ \text{cm} = 20,10 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$r_2 = \sqrt{(-4)^2 + 15^2} = 15,52\ \text{cm} = 15,52 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

Aplicamos el principio de superposición para el potencial:

$$V = V_1 + V_2 = K_0 \cdot \frac{q_1}{r_1} + K_0 \cdot \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^{-6}}{20,10 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2,3 \cdot 10^{-6}}{15,52 \cdot 10^{-2}} = -8,4 \cdot 10^4\ \text{V}$$

La energía potencial de la carga q' en este punto es:

$$E_p = q' \cdot V = -2,4 \cdot 10^{-9} \cdot (-8,4 \cdot 10^4) = 2,02 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

La energía potencial que tiene esta partícula es la que se debió aplicar sobre la partícula en reposo a una distancia infinita para llevarla hasta el punto donde está, dejándola en reposo. Efectivamente:

$$W_{ext} = \Delta E_p = E_p - E_{p0} = 2,02 \cdot 10^{-4} - 0 = 2,02 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

21 ¿Cuánta energía tendrán dos cargas de 1 nC colocadas a 1 cm de distancia?

Imaginamos una carga de 1 nC colocada en un punto estático y que tomamos otra carga de 1 nC en reposo a una distancia infinita. Si llevamos a esta segunda carga hasta 1 cm de distancia de la primera carga, el trabajo que realizamos para conseguirlo es, precisamente, la energía potencial que tiene la carga testigo colocada en este punto. Puesto que la interacción es mutua, la energía potencial que calculamos de esta manera es, en realidad, la asociada a las dos cargas por estar cerca la una de la otra. El resultado obtenido es indiferente de cómo imaginemos que acercamos las dos cargas hasta la distancia de 1 cm; podríamos suponer que acercamos la primera carga hasta 10 cm, y luego la segunda 9 cm más, etc.

$$E_p = K_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-9} \cdot 10^{-9}}{10^{-2}} = 9 \cdot 10^{-7}\ \text{J}$$

Si en lugar de dos cargas tuviéramos tres, cuatro o más, la energía potencial asociada a todas ellas la podríamos calcular imaginando que tenemos una carga inicial a la que vamos acercando sucesivamente el resto de cargas una a una, sumando el trabajo realizado en cada etapa.

4 Consideraciones energéticas

Página 79

22 En el origen de coordenadas hay una carga eléctrica de 5 mC. Mediante una fuerza externa, se mueve una carga de 1 nC, que inicialmente estaba en reposo en el punto (90, 50) cm, hasta el punto (10, 10) cm, donde se deja nuevamente en reposo. ¿Qué trabajo ha realizado el campo eléctrico? ¿Qué trabajo ha realizado la fuerza externa?

Las cargas son:

$$q = 5\,\text{mC} = 5 \cdot 10^{-3}\,\text{C} \quad ; \quad q' = 1\,\text{nC} = 10^{-9}\,\text{C}$$

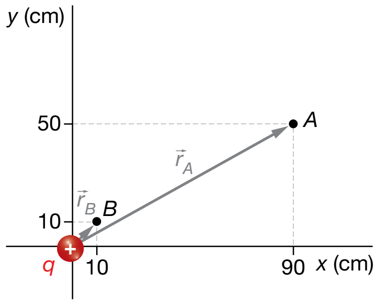
La carga q' se mueve entre los puntos:

$$A = (90, 50)\ \text{cm} \quad ; \quad B = (10, 10)\ \text{cm}$$

Como sabemos, el trabajo que realiza la fuerza conservativa del campo es igual a:

$$W_C = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V$$

Luego, necesitamos calcular el valor del potencial eléctrico en los puntos inicial y final:



$$V_A = K_0 \cdot \frac{q}{r_A} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{90^2 + 50^2} \cdot 10^{-2}} = 4,37 \cdot 10^7\ \text{V}$$

$$V_B = K_0 \cdot \frac{q}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{10^2 + 10^2} \cdot 10^{-2}} = 3,18 \cdot 10^8\ \text{V}$$

Por tanto, el trabajo que realiza el campo es:

$$W_C = -q' \cdot \Delta V = -q' \cdot (V_B - V_A) = -10^{-9} \cdot (3,18 \cdot 10^8 - 4,37 \cdot 10^7) = -0,27\ \text{J}$$

El signo menos significa que el campo se opone a este movimiento.

Si la carga sale del reposo y termina en reposo, no hay incremento de energía cinética; por tanto, según el teorema de las fuerzas vivas, el trabajo total es cero. En consecuencia, el trabajo de la fuerza externa es opuesto al trabajo que realiza el campo:

$$W_T = \Delta E_c = 0 \;\rightarrow\; W_T = W_C + W_{ext} = 0 \;\rightarrow\; W_{ext} = W_C = 0,27\ \text{J}$$

Como el trabajo de la fuerza externa es positivo, esta fuerza favorece el movimiento.

23 Tenemos una carga de 10 mC en el origen de coordenadas. ¿Qué trabajo externo habrá que realizar a una carga de –5 μC para colocarla a 1 m de distancia de la primera carga?

Tenemos que calcular el trabajo que realiza una fuerza externa sobre la carga $q' = -5\ \mu\text{C}$ para moverlo desde una distancia infinita hasta un metro de distancia de la carga q = 10 mC = = 10^{-2} C. Como no nos dicen otra cosa, supondremos que la carga estaba en reposo y la dejaremos en reposo, por lo que no va a haber incremento de energía cinética. Esto quiere decir que, de acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas, el trabajo total (el de la fuerza externa y el de la fuerza conservativa del campo) es cero:

$$W_T = \Delta E_c = 0$$

Entonces, el trabajo que realiza la fuerza externa es el opuesto al que realiza el campo:

$$W_T = W_{ext} + W_C = 0 \;\rightarrow\; W_{ext} = -W_C$$

Es decir:

$$W_{ext} = -W_C = -(-\Delta E_p) = \Delta E_p = E_p\,(1\text{ m}) - E_p\,(\infty) = E_p\,(1\text{ m}) - 0 = E_p\,(1\text{ m}) =$$

$$= q' \cdot V\,(1\text{ m}) = q' \cdot K_0 \cdot \frac{q}{r} = -5 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{10^{-2}}{1} = -450\text{ J}$$

El trabajo del campo es:

$$W_C = -W_{ext} = 450\text{ J}$$

Que el trabajo externo sea negativo significa que la partícula se va a desplazar oponiéndose a la fuerza externa; le va a quitar 450 J. Sin embargo, el trabajo del campo es positivo, lo que indica que la partícula se mueve a favor de las fuerzas del campo; le va a proporcionar 450 J. En consecuencia, lo que ocurre en esta experiencia es que para que la carga testigo vaya desde una distancia infinita hasta un metro de distancia de una carga fuente, que la está atrayendo, hay que ir aplicando una fuerza externa frenándola para poderla dejar en su destino en reposo. Si la fuerza externa no se ejerciera, la carga también haría el mismo recorrido, pero llegaría con 450 J de energía cinética.

24 Una carga de 20 µC está colocada en el punto (20, 40) cm. Situamos en el punto (50, 80) cm otra carga de 1 pC. Si esta carga puede moverse libremente, ¿con cuánta energía cinética llegará a una distancia que tiende al infinito?

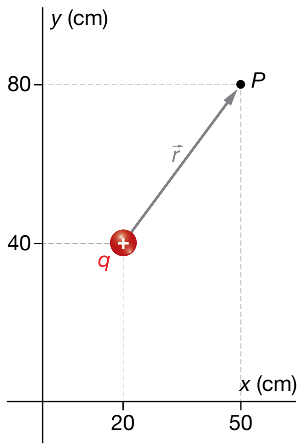
La única fuerza que actúa sobre la carga testigo $q' = 1\text{ pC} = 10^{-12}$ C es la fuerza electrostática de la carga fuente $q = 20$ µC $= 20 \cdot 10^{-6}$ C. Al tratarse una fuerza conservativa, la energía mecánica de la carga testigo se mantiene constante. En consecuenc ia, la energía potencial que va a perder la carga se va a transformar en energía cinética:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_c = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V = -q' \cdot [V\,(\infty) - V_P] = q' \cdot V_P$$

Así que necesitamos calcular el potencial en el punto P = (50, 80) cm:

$$V_P = K_0 \cdot \frac{q}{r}$$

$$V_P = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{30^2 + 40^2} \cdot 10^{-2}} = 360\,000\text{ V}$$



Por tanto:

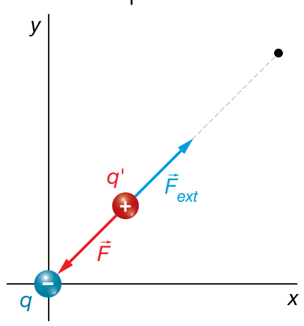
$$\Delta E_c = E_c\,(\infty) - E_{cP} = E_c\,(\infty) - 0 = E_c\,(\infty)$$

$$\Delta E_c = q' \cdot V_P$$

$$\Delta E_c = 10^{-12} \cdot 360\,000 = 3{,}6 \cdot 10^{-7}\text{ J}$$

25 Disponemos de una carga puntual de –5 mC en el origen de coordenadas. A una distancia de 20 cm de esta hay una carga de 3 nC en reposo. Le aplicamos una fuerza radial hacia afuera de 4 N. ¿Qué energía cinética tendrá cuando se encuentre a una distancia de 1 m?

La situación propuesta en el enunciado del problema es la siguiente:



La fuerza electrostática tiende a atraer a la carga testigo hacia la carga fuente, mientras que la fuerza externa tiende a alejarla. Veamos, primeramente, que la fuerza externa es realmente mayor que la eléctrica, y por tanto, podrá alejar la carga testigo de la carga fuente.

$$|F| = K_0 \cdot \frac{|q| \cdot q'}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{(20 \cdot 10^{-2})^2} = 3,375 \text{ N}$$

El teorema de las fuerzas vivas nos dice que el trabajo total es igual al incremento de energía cinética:

$$W_T = \Delta E_c = E_c\,(1 \text{ m}) - E_c\,(0,20 \text{ m}) = E_c\,(1 \text{ m}) - 0 = E_c\,(1 \text{ m})$$

Así que calcularemos el trabajo total:

$$W_T = W_{ext} + W_C$$

$$W_T = F_{ext} \cdot \Delta r = 4 \cdot 0,80 = 3,20 \text{ J}$$

$$W_C = -\Delta E_p = E_p\,(0,20 \text{ m}) - E_p\,(1 \text{ m}) = q' \cdot [V\,(0,20 \text{ m}) - V\,(1 \text{ m})]$$

Para terminar este cálculo, necesitamos los potenciales a 20 cm y a 1 m:

$$V\,(0,20 \text{ m}) = K_0 \cdot \frac{q}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-3}}{0,20} = -225\,000\,000 \text{ V}$$

$$V\,(1 \text{ m}) = K_0 \cdot \frac{q}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-3}}{1} = -45\,000\,000 \text{ V}$$

Entonces:

$$W_C = q' \cdot [V\,(0,20 \text{ m}) - V\,(1 \text{ m})] = 3 \cdot 10^{-9} \cdot [-225\,000\,000 - (-45\,000\,000)] = -0,54 \text{ J}$$

Entonces:

$$W_T = W_{ext} + W_C = 3,20 - 0,54 = 2,66 \text{ J} = E_c\,(1 \text{ m})$$

5 Flujo del campo eléctrico

Página 80

26 Demuestra que la unidad de flujo eléctrico también es V · m.

Puesto que el flujo eléctrico es:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

su unidad es la del campo eléctrico multiplicada por la de superficie:

$$1\,\frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}^2 = 1\,\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}} \cdot \text{m} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{C}} \cdot \text{m} = 1 \text{ V} \cdot \text{m}$$

donde hemos utilizado que 1 N · m = 1 J y que 1 V = 1 J/C.

27 En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme y estacionario igual a $\vec{E} = 1000 \cdot \vec{i}$ N/C. Determina el flujo eléctrico de este campo a través de una superficie cuadrada de 10 cm de lado colocada:

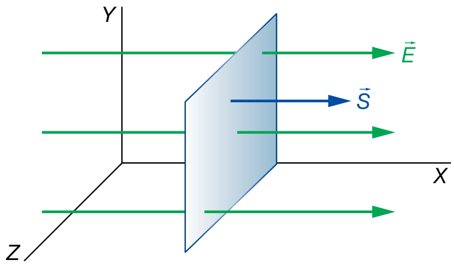
a) Paralela al plano *YZ*.

b) Paralela al plano *XY*.

El módulo del vector superficie es:

$$S = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

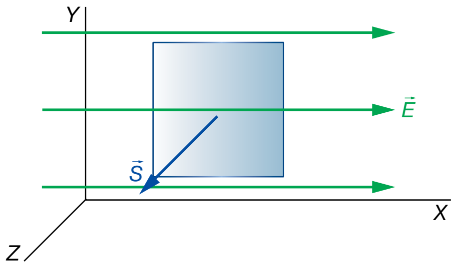
a) En el primer caso:



El vector del campo y el vector superficie son paralelos:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = 1000 \cdot 10^{-2} \cdot cos\, 0 = 10 \text{ V} \cdot \text{m}$$

b) En el segundo caso:



Vemos que el vector del campo y el vector superficie son perpendiculares; por tanto:

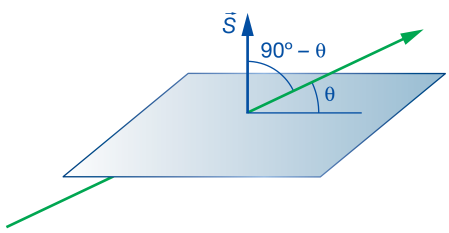
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot cos\, 90° = 0$$

28 Determina el flujo de un campo eléctrico uniforme y estacionario de 2 000 N/C cuando atraviesa una superficie rectangular de 4 × 8 cm formando un ángulo de 30° con dicha superficie.

El módulo del vector superficie es:

$$S = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2 = 32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

La situación es la siguiente:



El ángulo que forma el vector del campo eléctrico con el vector superficie es 90° – 30° = 60°. Por tanto:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot cos\,(90° - \theta) = 2\,000 \cdot 32 \cdot 10^{-4} \cdot cos\,(90° - 30°) = 3{,}2 \text{ V} \cdot \text{m}$$

29 ¿Cuánto vale el flujo eléctrico de una carga de 1 mC situada en el centro de una esfera de 1 m de radio a través de la superficie de la esfera? ¿Y si la carga es de –2 mC?

No aplicamos el teorema de Gauss para resolver esta actividad porque en este punto de la unidad aun no se ha estudiado.

Aunque el campo eléctrico que crea la carga no es uniforme, sí toma el mismo valor (en módulo) a lo largo de toda la superficie esférica. Para cada trozo elemental de superficie de la esfera, el vector del campo y el vector superficie son paralelos y con el mismo sentido.

Por consiguiente, podemos escribir:

$$\Phi_E = \int d\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E \cdot dS = E \cdot \int dS = E \cdot S$$

El módulo del campo a la distancia de la superficie indicada es:

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-3}}{1^2} = 9 \cdot 10^6 \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Y la superficie vale:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 4 \cdot \pi \cdot \text{m}^2$$

Entonces:

$$\Phi_E = E \cdot S = 9 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot \pi = 1{,}13 \cdot 10^8 \ \text{V} \cdot \text{m}$$

Procedemos de manera análoga con la carga de –2 mC:

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-3}}{1^2} = -18 \cdot 10^6 \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\Phi_E = E \cdot S = -18 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot \pi = -2{,}26 \cdot 10^8 \ \text{V} \cdot \text{m}$$

Aunque el alumnado aún no lo ha estudiado, puede razonar que en el primer caso el fujo es positivo porque las líneas de fuerza salen de la esfera. Para el segundo caso, el alumnado puede razonar que puesto que el flujo es negativo, las líneas de fuerza entran en la esfera.

Página 81

30 Si el número de líneas de fuerza de un campo uniforme y estacionario que atraviesan una superficie plana y perpendicular al campo es de 30, y al girar la superficie lo hacen 10, ¿qué ángulo se ha girado la superficie?

Puesto que el flujo es directamente proporcional al número de líneas de fuerza que atraviesan una superficie, si las líneas de fuerza se reducen a la tercera parte, el flujo disminuye también a la tercera parte. Llamamos Φ_0 al flujo inicial y Φ al final; tendremos que:

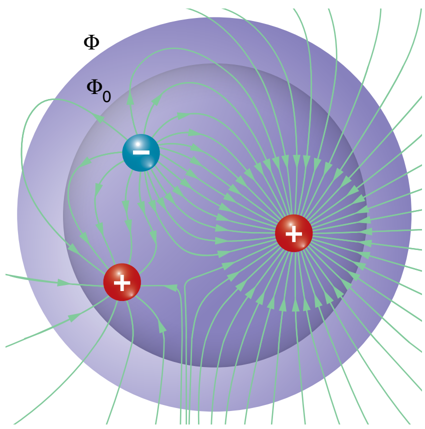
$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \ \rightarrow \ \Phi = \frac{1}{3} \cdot \Phi_0 \ \rightarrow \ E \cdot S \cdot \cos\theta = \frac{1}{3} \cdot E \cdot S \cdot \cos 0° \ \rightarrow \ \cos\theta = \frac{1}{3}$$

$$\theta = \arccos \frac{1}{3} = 70{,}5°$$

31 El flujo eléctrico a través de una superficie esférica es 10^9 V · m, ¿cuánto será el nuevo flujo si el radio de la esfera aumenta al doble y no se han incorporado nuevas cargas al interior de su volumen?

Para resolver este ejercicio aún no podemos utilizar la ley de Gauss, ya que aún no se ha visto.

Si el número de cargas que hay en el interior no cambia al aumentar el tamaño de la esfera, el número de líneas de fuerza del campo que atraviesan la esfera mayor será el mismo. Por consiguiente, el flujo tampoco cambia.



32 **Indica qué signo tendrá el flujo a través de una superficie cerrada si en su interior hay:**

a) Una carga eléctrica positiva.

b) Una carga eléctrica negativa.

c) No hay ninguna carga, pero hay una positiva cerca en el exterior.

Para resolver este ejercicio aún no podemos utilizar el teorema de Gauss, ya que aún no se ha visto.

a) Las cargas positivas son fuentes del campo, luego las líneas de fuerza salen de ellas. Por eso, el flujo tiene que ser positivo.

b) Las cargas negativas son sumideros del campo. Por tanto, las líneas del campo entran en ellas. En consecuencia, el flujo es negativo.

c) Si hay una carga positiva en el exterior, sus líneas de fuerza entrarán y saldrán de la superficie cerrada, dejando un flujo neto igual a cero.

33 **Si el flujo a través de una superficie cerrada es cero, ¿podremos estar seguros de que en su interior no hay ninguna carga eléctrica?**

Si el flujo a través de una superficie cerrada es cero, puede ser porque no haya ninguna línea de fuerza que la atraviese, en cuyo caso no habría cargas eléctricas, o que entren el mismo número de líneas de fuerza que las que salen, lo que puede suceder si hay cargas cercanas o si hay cargas en su interior de modo que la suma de todas ellas dé una carga neta igual a cero. Por tanto, no podemos asegurar que no haya cargas eléctricas en su interior.

6 Teorema de Gauss

Página 82

34 **Si en el interior de una superficie cerrada hay cargas eléctricas, pero la suma es cero, ¿qué significa esto desde el punto de vista de las líneas de fuerza del campo que atraviesan las superficie?**

Según el teorema de Gauss:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Puesto que q representa la suma de todas las cargas que existen en el interior de la esfera cerrada, cada una con su signo, si esta es cero, entonces el flujo eléctrico es cero también. Esto significa que el número de líneas de fuerza que atraviesan la superficie es cero; bien porque no haya líneas de fuerza, o bien porque entren y salgan el mismo número de líneas.

Página 83

35 **El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es –9 · 10⁸ V · m. Si sabemos que la carga positiva en el interior de la superficie suma 2 mC, ¿habrá carga negativa en el interior? En caso de que sea así, calcula cuánta.**

El teorema de Gauss nos dice que el flujo eléctrico que atraviesa una superficie cerrada, en cuyo interior hay una carga neta q, es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{q_+ + q_-}{\varepsilon_0} = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot (q_+ + q_-)$$

La carga q la podemos separar en la suma de toda la carga positiva ($q_+ > 0$) más toda la negativa ($q_- < 0$). Si el flujo es negativo, la carga neta negativa supera a la positiva.

$$-9 \cdot 10^8 = 4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-3} + q_-)$$

$$q_- = \frac{-9 \cdot 10^8}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} - 2 \cdot 10^{-3} = -100 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$$

36 Una carga de –10 pC está en el centro de un cubo de 12 cm de arista. Determina el flujo de esta carga a través de uno de los lados. Si cambiamos el cubo por otro de 6 cm de arista manteniendo la carga en el centro, ¿cuánto será ahora el flujo?

Según el teorema de Gauss, el flujo eléctrico total a través de las seis caras del cubo es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Puesto que la carga está en el centro del cubo, no hay ninguna diferencia entre una cara u otra. Por tanto, el flujo en cada cara (Φ'_E), es idéntico, y debe cumplirse que:

$$\Phi_E = 6 \cdot \Phi'_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi'_E = \frac{q}{6 \cdot \varepsilon_0} = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \frac{q}{6} = 4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-12}}{6} = -0,188\ \text{V} \cdot \text{m}$$

Como vemos, este resultado es independiente del tamaño del cubo.

7 Aplicaciones del Teorema de Gauss

Página 84

37 Una lámina plana infinita está cargada con –0,5 pC/dm².

a) Determina el valor del campo eléctrico que crea.

b) Calcula la diferencia de potencial de dos puntos separados un metro de distancia.

a) Vamos a escribir la carga por unidad de superficie en unidades del SI:

$$\sigma = -0,5\ \frac{\text{pC}}{\text{dm}^2} \cdot \frac{1\ \text{C}}{10^{12}\ \text{pC}} \cdot \frac{10^2\ \text{dm}^2}{1\text{m}^2} = -5 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

El campo creado por una superficie plana infinita es:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0} = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \frac{\sigma}{2} = 2 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot \sigma = 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-11}) = -2,827\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La expresión del potencial eléctrico en función de la distancia, x, es:

$$V = E \cdot x = -2,827 \cdot x\ \text{V}$$

Veamos la diferencia de potencial entre dos puntos situados a distancias a y $a + 1$:

$$V_a = -2,827 \cdot a\ \text{V} \quad ; \quad V_{a+1} = -2,827 \cdot (a + 1) = (-2,827 \cdot a - 2,827)\ \text{V}$$

$$V_a - V_{a+1} = -2,827 \cdot a + 2,827 \cdot a + 2,827 = 2,827\ \text{V}$$

El potencial, que es negativo, va aumentando en 2,827 V cada metro hasta llegar al valor cero en el infinito.

Página 85

38 **Disponemos de un condensador plano donde la carga superficial es de 0,02 nC/cm². Determina el valor del campo eléctrico que crea en su interior, y el voltaje entre las placas separadas 5 mm.**

Vamos a expresar la carga por unidad de superficie en unidades del SI:

$$\sigma = 0{,}02\,\frac{\text{nC}}{\text{cm}^2}\cdot\frac{1\text{ C}}{10^9\text{ nC}}\cdot\frac{10^4\text{ cm}^2}{1\text{ m}^2} = 2\cdot 10^{-7}\,\frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

Esta es la carga por unidad de superficie de la placa positiva. La placa negativa tiene la misma carga por unidad de superficie, pero negativa.

El campo eléctrico que se crea en el espacio intermedio de dos láminas planas paralelas viene dado por la expresión:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 4\cdot\pi\cdot K_0\cdot\sigma = 4\cdot\pi\cdot 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-7} = 22\,619\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

El voltaje entre las dos placas a una distancia *a* es:

$$V = E\cdot a = 22\,619\cdot 5\cdot 10^{-3} = 113\text{ V}$$

39 **Una esfera de radio 6 cm está uniformemente cargada con 0,12 pC/dm³. Determina el campo eléctrico y su potencial a 10 cm de su superficie.**

Determinemos la carga de la esfera:

$$q = \rho\cdot V = \rho\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3 = 0{,}12\,\frac{\text{pC}}{\text{dm}^3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 0{,}6^3\text{ dm}^3 = 0{,}109\text{ pC}$$

Tanto el campo eléctrico como el potencial eléctrico que crea una esfera uniformemente cargada en su exterior son iguales al creado por una carga puntual del mismo valor colocada en su centro.

Por tanto:

$$E = K_0\cdot\frac{q}{r^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{0{,}109\cdot 10^{-12}}{[(6+10)\cdot 10^{-2}]^2} = 0{,}038\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$V = K_0\cdot\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{0{,}109\cdot 10^{-12}}{(6+10)\cdot 10^{-2}} = 6{,}1\cdot 10^{-3}\text{ V} = 6{,}1\text{ mV}$$

8 Campo y potencial en conductores eléctricos

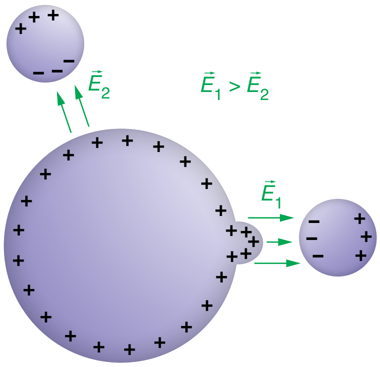
Página 86

40 **Cuando un cuerpo conductor tiene una carga neta muy grande, puede descargarse en parte si le acercamos otro cuerpo.**

¿Por dónde piensas que saltará la descarga, por una zona plana o por un pico? Justifica la respuesta con ayuda de un dibujo.

Un conductor cargado tiene sus cargas en la superficie puesto que al repelerse entre sí y tener movilidad, estas se alejan lo máximo posible unas de otras. Por eso, en los salientes del conductor, se acumulan cargas, haciendo que, en el exterior del conductor, el campo eléctrico sea mayor cerca de los picos.

Cuando acercamos otro cuerpo, se induce en él carga eléctrica de signo contrario a la del conductor en la zona más próxima a este y, conforme se acerca, el campo total en el aire va creciendo hasta que el propio aire ya no puede soportar un valor tan grande del campo, y es cuando se produce la descarga. Esto ocurre antes si acercamos el cuerpo a un pico del conductor que si lo acercamos a otra parte, ya que de inicio el campo eléctrico en esta zona es mayor.



41 Una esfera metálica de 10 cm de diámetro está cargada con un potencial eléctrico de 20 V.

a) ¿Con qué carga eléctrica está cargada?

b) Determina el potencial a 5 cm de la superficie exterior de la esfera.

a) Tanto el potencial como el campo que crea una esfera conductora en el exterior son como los de una carga puntual colocada en el centro de la esfera con el mismo valor de carga. Tanto el potencial como el campo toman valores continuos. Por tanto, el potencial en la superficie de la esfera de radio R es:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{R} \rightarrow q = \frac{V \cdot R}{K_0} = \frac{20 \cdot 10^{-1}}{9 \cdot 10^9} = 2{,}2 \cdot 10^{-10}\ \text{C}$$

b) Un punto situado a 5 cm de la superficie de la esfera está a 15 cm de su centro. El potencial en este punto es:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{R} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}2 \cdot 10^{-10}}{15 \cdot 10^{-2}} = 13{,}2\ \text{V}$$

Página 87

42 El módulo del campo eléctrico en la superficie de una esfera conductora de 2 cm de radio es 2,25 · 10^2 N/C, ¿qué potencial eléctrico hay en su interior?

El potencial eléctrico en el interior de la superficie es constante e igual al que hay en la superficie. Recordemos que el campo eléctrico y el potencial de una esfera conductora en su exterior (e incluso en su superficie) son los mismos que los que crearía una carga puntual colocada en su centro con la misma carga:

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} \quad ; \quad V = K_0 \cdot \frac{q}{r} \quad \rightarrow \quad V = E \cdot r$$

En la superficie, $r = R$:

$$V = E \cdot R = 2{,}25 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 4{,}50\ \text{V}$$

43 El campo eléctrico en el interior de un conductor inmerso en un campo eléctrico externo es siempre cero; sin embargo, en los materiales aislantes, no. ¿Dónde radica la diferencia?

Que un material sea conductor quiere decir que tiene partículas cargadas con libertad de movimiento. Los metales son conductores de primera especie, es decir, las partículas cargadas con libertad de movimiento son los electrones. Por tanto, si un metal, por ejemplo, es atravesado por un campo eléctrico externo, sobre sus electrones actúa una fuerza eléctrica que los desplaza. Aparece una zona con exceso de electrones y otra con defecto. Es decir, surge una carga negativa en una parte del conductor y otra positiva en la contraria. Debido a esto, se crea en el interior del conductor otro campo eléctrico que se opone al externo. El campo interno va creciendo hasta que anula el externo, alcanzándose el equilibrio.

En un material que no sea conductor, el campo en su interior no se puede anular, ya que no hay cargas que se puedan desplazar para crear un campo que anule el externo. Como mucho, pueden formarse dipolos eléctricos en las moléculas, que entre todas crean un campo eléctrico oponiéndose al exterior, pero que no llegan a anularlo.

44 Si una jaula de Faraday anula en su interior el campo eléctrico debido a las cargas externas, ¿anulará también en el exterior el campo de las cargas eléctricas que pueda haber en su interior?

No se anula. Una demostración de esto se muestra en la resolución del ejercicio 35, en el que una carga eléctrica en el centro de una esfera conductora hueca deja sentir su campo en el exterior de la esfera.

45 Un trozo de metal como el de la imagen derecha está inmerso en un campo externo de 200 N/C perpendicular a las caras de 2 × 3 cm. ¿Qué carga se forma en ellas?

El campo eléctrico neto en el interior del metal es cero; por tanto, en el metal con forma paralelepípeda se producirá una separación de cargas para crear un campo interno que anule el externo. Luego, se crea un campo de 200 N/C en sentido contrario.

Si consideramos que se comporta como un condensador, el campo entre los planos cargados es:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad Q = E \cdot S \cdot \varepsilon_0 = \frac{E \cdot S}{4 \cdot \pi \cdot K_0} = \frac{200 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{9}} = 10^{-12}\ \text{C} = 1\ \text{pC}$$

Página 92

Naturaleza eléctrica de la materia

1 **Se define la constante de Faraday como la cantidad de carga eléctrica de un mol de electrones; ¿qué valor tendrá?**

Cada electrón tiene una carga de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, y el número de partículas que hay en un mol es el número de Avogadro, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ partículas/mol. Por tanto, tenemos:

$$F = N_A \cdot e = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \frac{\text{electrones}}{\text{mol}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{C}}{\text{electrón}} = 96\,352\ \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

Cuando se escriben con mayor precisión los valores del número de Avogadro y de la carga de un electrón, se obtiene:

$$F = 96\,485\ \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

2 **Si un cuerpo ha quedado cargado con una carga de 1 pC, ¿cuántos electrones ha perdido aproximadamente?**

Por cada electrón que se marche, la carga aumenta en $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Veamos cuantos electrones tienen que escapar para que la carga sea de 1 pC = 10^{-12} C:

$$N = \frac{10^{-12}\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C/electrón}} = 6\,250\,000\ \text{electrones}$$

3 **Un circuito eléctrico es alimentado con dos pilas de 1 000 mAh cada una. Si el circuito está funcionando constantemente con una intensidad de 10 μA, ¿cuánto tiempo durarán las pilas?**

La carga eléctrica que dos pilas de 1 000 mAh pueden proporcionar a un circuito es:

$$Q = 2 \cdot 1000\ \text{mAh} \cdot \frac{1\ \text{A}}{10^3\ \text{mA}} \cdot \frac{3\,600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 7\,200\ \text{A} \cdot \text{s} = 7\,200\ \text{C}$$

Si se gasta a un ritmo de 10 μA = 10^{-5} A, el tiempo que tardará en agotarse será:

$$I = \frac{Q}{t} \ \rightarrow\ t = \frac{Q}{I} = \frac{7\,200\ \text{C}}{10^{-5}\ \text{A}} = 7{,}2 \cdot 10^{8}\ \text{s} = 22{,}8\ \text{años}$$

Campo eléctrostático

4 **Demuestra que otra unidad del campo eléctrico en el SI es el V/m.**

Puesto que el campo eléctrico es la fuerza por unidad de carga eléctrica, su unidad en el SI es N/C, pero es fácil demostrar que también es V/m. Efectivamente:

$$1\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{C} \cdot \text{m}} = 1\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Donde hemos utilizado que 1 J = 1 N · m y que 1 J/C = 1 V. La interpretación que se le puede dar a esta expresión de la unidad de la intensidad del campo eléctrico es que el potencial asociado al campo varía con la distancia. Por ejemplo, un campo uniforme de 100 V/m quiere decir que por cada metro que se avance a lo largo de una línea de fuerza, el voltaje cae 100 voltios.

5 **Una carga q ejerce una fuerza F_0 a otra carga q' a una distancia r_0. Desde la posición de q', ¿cuánto habrá que alejarla para que la fuerza sea la mitad?**

Utilizando la ley de Coulomb, la fuerza F_0 en el punto r_0 es:

$$F_0 = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r_0^2}$$

Si a una distancia r la fuerza eléctrica es $F = F_0/2$, entonces:

$$F = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} \rightarrow r = \sqrt{K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{F}} = \sqrt{K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{\frac{F_0}{2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{F}} = \sqrt{2} \cdot r_0$$

Luego, la distancia desde la carga fuente q hasta el punto donde la fuerza es la mitad de la anterior es:

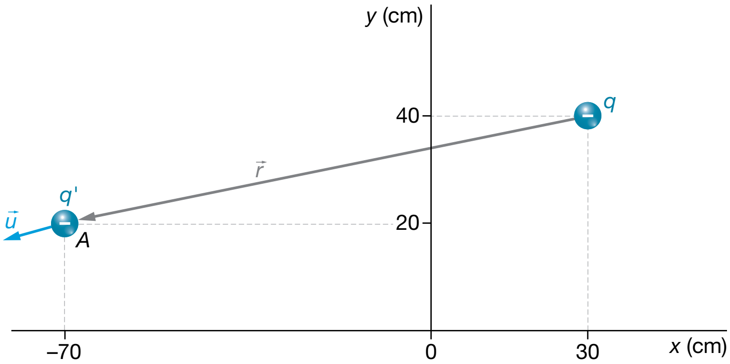
$$r = \sqrt{2} \cdot r_0$$

Pero el problema nos pide calcular cuánto habrá que alejar la carga desde la posición inicial, que es r_0. Entonces, esa distancia es:

$$h = r - r_0 = \sqrt{2} \cdot r_0 - r_0 = (\sqrt{2} - 1) \cdot r_0 = 0{,}41 \cdot r_0$$

6 **Determina la expresión vectorial de la fuerza que se ejerce sobre una carga de –2 μC colocada en el punto *A* = (–70, 20) cm, debido a una carga de –6 mC en *B* = (30, 40) cm.**

La situación del problema es la siguiente:



El vector que nos indica la posición de la carga testigo, $q' = -2 \cdot 10^{-6}$ C, con respecto a la carga fuente, $q = -6 \cdot 10^{-3}$ C, es:

$$\vec{r} = \overrightarrow{BA} = (-70, 20) - (30, 40) = (-100 \cdot \vec{i} - 20 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Un vector unitario en la dirección de $\vec{r}$ es:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{-100 \cdot \vec{i} - 20 \cdot \vec{j}}{\sqrt{(-100)^2 + (-20)^2}} = \frac{-100 \cdot \vec{i} - 20 \cdot \vec{j}}{\sqrt{10\,400}}$$

Ahora, vamos a calcular el módulo de la fuerza con su signo, y lo multiplicamos por este vector unitario.

$$F = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-3} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{[(-100)^2 + (-20)^2 \cdot 10^{-4}]} = 103{,}8\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{F} = F \cdot \vec{u} = 103{,}8 \cdot \frac{-100 \cdot \vec{i} - 20 \cdot \vec{j}}{\sqrt{10\,400}}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = (-101{,}8 \cdot \vec{i} - 20{,}4 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

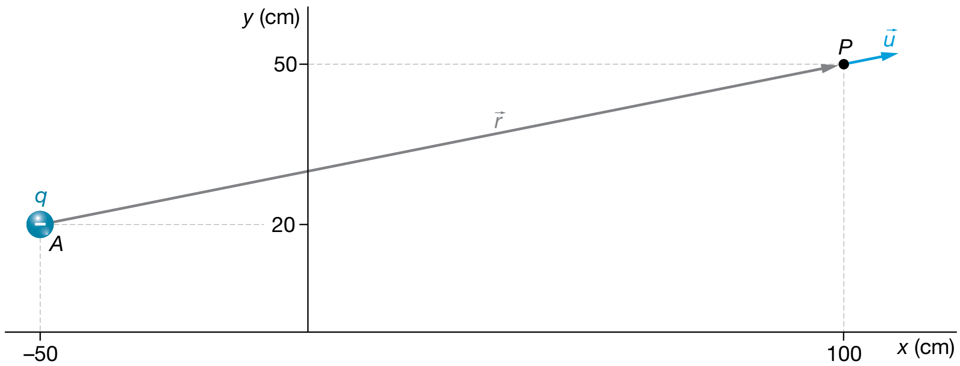
7 **Encuentra el campo eléctrico que hay en el punto *P* = (100, 50) cm debido a una carga de –3 μC colocada en el punto *A* = (–50, 20) cm. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre una carga de 5 pC colocada en el punto *A*?**

El vector que indica la posición del punto donde se va a calcular el campo eléctrico con respecto a la carga fuente, según se aprecia en la imagen de la página siguiente, que representa la situación del problema, es:

$$\vec{r} = (150 \cdot \vec{i} + 30 \cdot \vec{j})\ \text{cm}$$

Y el vector unitario en esta dirección es:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{150 \cdot \vec{i} + 30 \cdot \vec{j}}{\sqrt{150^2 + 30^2}} = \frac{150 \cdot \vec{i} + 30 \cdot \vec{j}}{\sqrt{23\,400}}$$



Ahora determinamos el módulo del campo eléctrico con su signo, que multiplicaremos posteriormente al vector unitario radial, $\vec{u}$.

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{[150^2 + 30^2] \cdot 10^{-4}} = -11\,538\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Entonces:

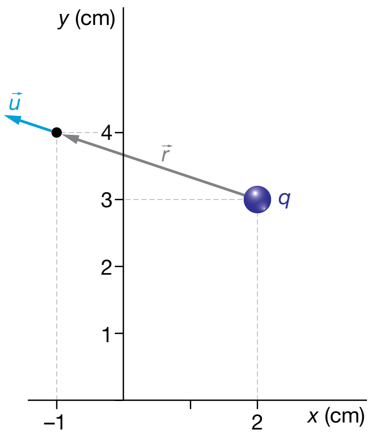
$$\vec{E} = E \cdot \vec{u} = -11\,538 \cdot \frac{150 \cdot \vec{i} + 30 \cdot \vec{j}}{\sqrt{23\,400}} = (-11\,314 \cdot \vec{i} - 2\,263 \cdot \vec{j})\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La fuerza que se ejercerá sobre una carga $q' = 5\ \text{pC} = 5 \cdot 10^{-12}\ \text{C}$ es:

$$\vec{F} = q' \cdot \vec{E} = 5 \cdot 10^{-12} \cdot (-11314 \cdot \vec{i} - 2\,263 \cdot \vec{j}) = (-5,7 \cdot \vec{i} - 1,1 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

8 **En el punto *P* = (2, 3) m hay una carga *q*. ¿De qué valor será esta carga si la componente *x* del campo eléctrico que crea en el punto (–1, 4) m es 100 N/C?**

La situación del problema se muestra a continuación:



El vector que indica la posición del punto con respecto a la carga *q* es:

$$\vec{r} = (-3 \cdot \vec{i} + \vec{j})\ \text{m}$$

El vector unitario radial es:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{-3 \cdot \vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2}} = \frac{-3 \cdot \vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{10}}$$

El módulo del campo en el punto (–1, 4) m es:

$$E = K_0 \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{(-3)^2 + 1^2} = 9 \cdot 10^8 \cdot q \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La expresión vectorial del campo la obtenemos al multiplicar el módulo, teniendo en cuenta su signo, por el vector $\vec{u}$:

$$\vec{E} = E \cdot \vec{u} = 9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot \frac{-3 \cdot \vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot (-27 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j}) \cdot q \cdot 10^8 \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Si la componente *x* del campo es:

$$E_x = 100 \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

entonces:

$$100 = \frac{-27 \cdot q \cdot 10^8}{\sqrt{10}} \quad \rightarrow \quad q = \frac{100 \cdot \sqrt{10}}{-27 \cdot 10^8} = -1{,}17 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

9 **Una carga puntual de 2 μC se encuentra en el punto *A* (–1, 2), y otra, de –2 μC, en *B* (2, 2). Calcula el vector campo eléctrico total, *E*, en el origen si los valores de todas las coordenadas están expresados en metros.**

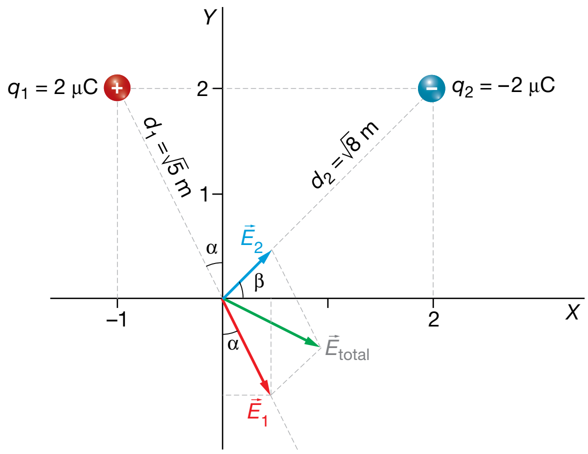
El esquema siguiente muestra la distribución de cargas, las distancias y los ángulos:

$$d_1 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \text{ m}$$

$$tg\ \alpha = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha = 26{,}56°$$

$$tg\ \beta = \frac{2}{2} \quad \rightarrow \quad \beta = 45°$$



El módulo del campo, $\vec{E}_1$, creado por la carga q_1 = 2 μC en el origen es:

$$\left|\vec{E}_1\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{5})^2} = 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

De acuerdo con la figura, el campo $\vec{E}_1$ se puede escribir en forma vectorial como:

$$\vec{E}_1 = 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot sen\ 26{,}56° \cdot \vec{i} - 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot cos\ 26{,}56° \cdot \vec{j} =$$

$$= 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}447 \cdot \vec{i} - 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}894 \cdot \vec{j} = (1{,}61 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 3{,}22 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

El módulo del campo, $\vec{E}_2$, creado por la carga q_2 = –2 μC en el origen es:

$$\left|\vec{E}_2\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{8})^2} = 2{,}25 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Como la carga q_2 es negativa, el campo $\vec{E}_2$ se puede escribir como:

$$\vec{E}_1 = 2{,}25 \cdot 10^3 \cdot cos\ 45° \cdot \vec{i} + 2{,}25 \cdot 10^3 \cdot sen\ 45° \cdot \vec{j} =$$

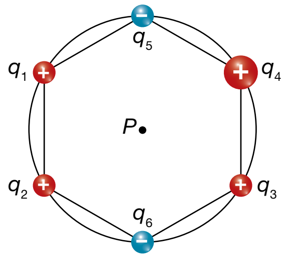
$$= 2{,}25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 \cdot \vec{i} + 2{,}25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 \cdot \vec{j} = (1{,}59 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} + 1{,}59 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

El campo total en el origen será la suma vectorial de ambos vectores:

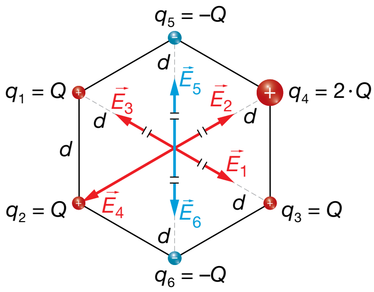
$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1,61 \cdot 10^3 + 1,59 \cdot 10^3) \cdot \vec{i} + (-3,22 \cdot 10^3 + 1,59 \cdot 10^3) \cdot \vec{j} =$$

$$= (3,20 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 1,63 \cdot 10^3 \cdot \vec{j})\ \text{N/C}$$

10 **Seis cargas se encuentran en los vértices de un hexágono regular de 10 cm de lado, como se muestra en la figura. ¿Cuánto vale el módulo del campo eléctrico en el punto *P* si $q_1 = q_2 = q_3 = Q$, $q_4 = 2 \cdot Q$ y $q_5 = q_6 = -Q$, siendo $Q = 2$ nC?**



La distribución de cargas en el problema es la que se muestra en la imagen siguiente:



Los campos creados por las cargas q_1 y q_3 se anulan, ya que son dos vectores iguales y de sentidos contrarios. Lo mismo ocurre con los campos creados por las cargas q_5 y q_6, esto es:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_3\right| = K \cdot \frac{Q}{d^2} \quad \rightarrow \quad \vec{E}_1 + \vec{E}_3 = 0$$

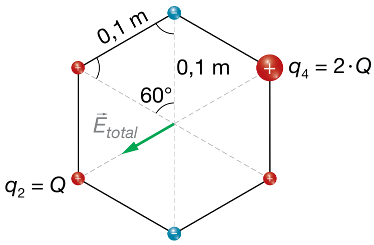
$$\left|\vec{E}_5\right| = \left|\vec{E}_6\right| = K \cdot \frac{Q}{d^2} \quad \rightarrow \quad \vec{E}_5 + \vec{E}_6 = 0$$

Los campos creados por las cargas q_4 y q_2 tienen sentidos contrarios, siendo el módulo del campo creado por q_4 doble que el creado por q_2. El campo total tendrá la dirección y el sentido del campo creado por q_4, y su módulo será la diferencia entre ambos módulos.

Los módulos de $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_4$ son:

$$\left|\vec{E}_2\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,1^2} = 1800\ \text{N/C}$$

$$\left|\vec{E}_4\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}}{0,1^2} = 3\,600\ \text{N/C}$$

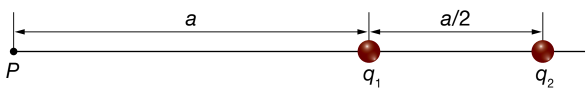


Por tanto:

$$\left|\vec{E}_{total}\right| = 3\,600 - 1800 = 1800\ \text{N/C}$$

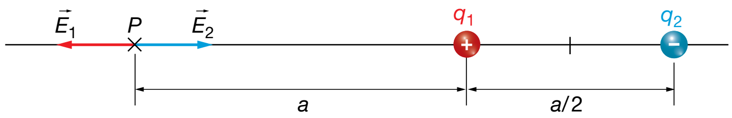
El campo eléctrico total tiene la dirección de la recta que une las cargsas q_4 y q_2, y su sentido está dirigido hacia q_2.

11 **Sabiendo que la intensidad del campo eléctrico en el punto *P* es nula, determina razonadamente la relación entre las cargas, q_1/q_2.**



Para que el campo se anule en el punto *P*, se debe cumplir que los campos creados por ambas cargas sean iguales en módulo, dirección y de sentido contrario. Para ello, las cargas deben ser de signo contrario.

En la siguiente figura se representa la situación planteada en la cuestión:



$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| \rightarrow K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{a^2}{\left(3 \cdot \frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}$$

La relación entre las cargas, $\frac{q_1}{q_2}$, es $\frac{4}{9}$.

Potencial eléctrico

12 **La energía potencial de una carga q' a una distancia r_0 de otra carga q es E_{p0}. Desde donde está q', ¿cuánto tendríamos que alejarla para que su energía potencial disminuyera a la mitad?**

La energía potencial se calcula mediante la expresión:

$$E_{p0} = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r_0}$$

Si suponemos que a una distancia r la energía potencial es $E_p = E_{p0}/2$, entonces:

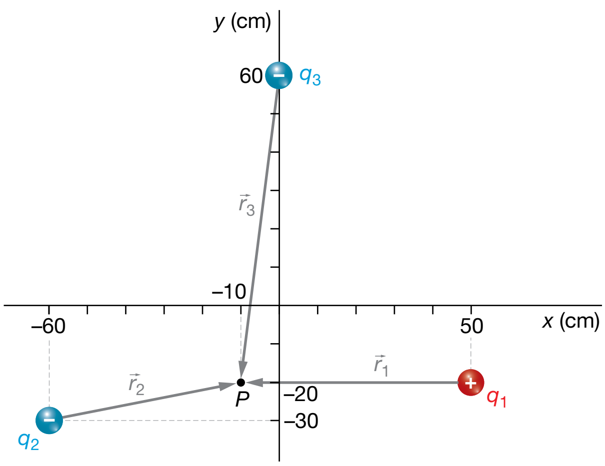
$$E_p = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r} \rightarrow \frac{E_{p0}}{2} = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r} \rightarrow r = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{\frac{E_{p0}}{2}} = 2 \cdot K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{E_{p0}} = 2 \cdot r_0$$

Luego la distancia desde la carga hasta el punto en el que la energía potencial es la mitad que la anterior es $2 \cdot r_0$. Por tanto, la distancia que hay desde r_0 hasta $2 \cdot r_0$ es:

$$h = 2 \cdot r_0 - r_0 = r_0$$

13 **En la posición A = (50, –20) cm hay una carga q_1 = 2 μC, en B = (–60, –30) cm está q_2 = –4 μC, y en C = (0, 60) cm se encuentra q_3 = –3 μC. Determina el potencial eléctrico en P = (–10, –20) cm. ¿Qué energía potencial tendrá en P una carga q' = –5 pC?**

La situación del problema es la representada en la imagen siguiente:



$$\vec{r}_1 = -60 \cdot \vec{i} \text{ cm}$$

$$\vec{r}_2 = (50 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}) \text{ cm}$$

$$\vec{r}_3 = (-10 \cdot \vec{i} - 80 \cdot \vec{j}) \text{ cm}$$

El potencial eléctrico total es igual a la suma de los potenciales creados por cada carga:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{r} \rightarrow V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-2}} = 30\,000 \text{ V}$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{50^2 + 10^2} \cdot 10^{-2}} = -70\,602 \text{ V} \; ; \; V_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(-10)^2 + (-80)^2} \cdot 10^{-2}} = -33\,489 \text{ V}$$

Por tanto:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 30000 - 70602 - 33489 = -74\,091 \text{ V}$$

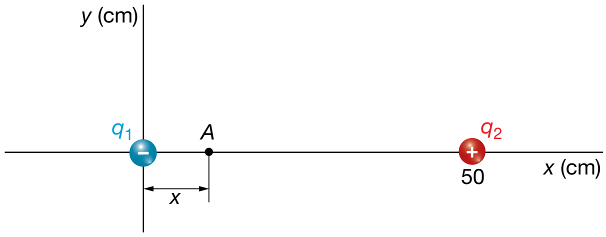
La energía potencial que tendría una carga $q' = -5\,\text{pC} = -5 \cdot 10^{-12}$ C es:

$$E_p = q' \cdot V = -5 \cdot 10^{-12} \cdot (-74\,901) = 3{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

Página 92

14 Una carga de –0,2 mC está en *A* = (0, 0) y otra, de 0,8 mC, en *B* = (50, 0) cm. ¿En qué punto del eje *X* el potencial es cero? Determina el campo eléctrico en dicho punto.

La situación de las cargas es la que se muestra en la imagen:



Alrededor de las cargas no existe un único punto donde el potencial eléctrico es cero, sino que hay toda una superficie equipotencial de potencial cero. Pero nosotros solo tenemos que averiguar en qué punto del eje *X* el potencial es cero. Supongamos que es en el punto *P*, situado a una distancia *x* de la carga que hemos llamado q_1 y $d - x$ de q_2. Entonces:

$$V = V_1 + V_2 = 0 \quad \rightarrow \quad K_0 \cdot \frac{q_1}{x} + K_0 \cdot \frac{q_2}{d - x} = 0$$

$$\frac{q_2}{d - x} = -\frac{q_1}{x} \quad \rightarrow \quad q_2 \cdot x = -q_1 \cdot (d - x)$$

$$0{,}8 \cdot x = 0{,}2 \cdot (50 - x) \quad \rightarrow \quad 0{,}8 \cdot x = 10 - 0{,}2 \cdot x \quad \rightarrow \quad x = 10 \text{ cm}$$

Hemos dejado las cargas expresadas en mC y las distancias en cm; por eso, nos sale el resultado directamente en cm.

Entonces, el punto es:

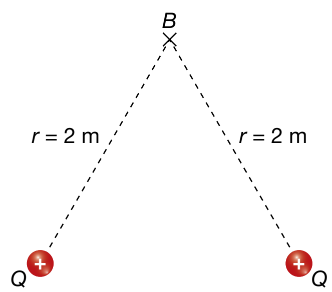
$$A = (10, 0) \text{ cm}$$

El campo eléctrico en este punto no tiene por qué ser cero.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -E_1 \cdot \vec{i} - E_2 \cdot \vec{i} = -K_0 \cdot \frac{|q_1|}{x^2} \cdot \vec{i} - K_0 \cdot \frac{q_2}{(d - x)^2} \cdot \vec{i} =$$

$$= -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}2 \cdot 10^{-3}}{(10 \cdot 10^{-2})^2} \cdot \vec{i} - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}8 \cdot 10^{-3}}{(40 \cdot 10^{-2})^2} \cdot \vec{i} = -2{,}25 \cdot 10^8 \cdot \vec{i} \ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

15 Tres cargas puntuales, *q*, –*q* y 2 · *q*, se sitúan en los vértices de un triángulo rectángulo isósceles, como indica la figura, en la que *O* es el punto medio de la hipotenusa del triángulo. Determina en qué punto de la línea a trazos debe situarse otra carga de valor absoluto *q*, y de qué signo será, para que el potencial en *O* sea 0.



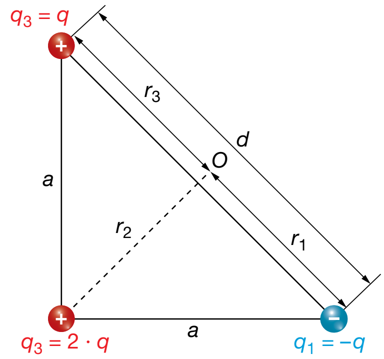
Para calcular el potencial total en el punto *O*, tenemos en cuenta que:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2 \cdot a^2 \;\rightarrow\; d = \sqrt{2} \cdot a = 1{,}41 \cdot a \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; r_1 = r_3 = \frac{d}{2} = 0{,}71 \cdot a$$

$$cos\ 45° = \frac{r_2}{a} \;\rightarrow$$

$$r_2 = cos\ 45° \cdot a = 0{,}71 \cdot a$$



Con estos valores, y teniendo en cuenta que el potencial en *O* es 0, se puede calcular el signo de la carga de valor absoluto *q* y la distancia a la que debe situarse:

$$V_O = K \cdot \frac{q_1}{r_1} + K \cdot \frac{q_2}{r_2} + K \cdot \frac{q_3}{r_3} + K \cdot \frac{q_4}{r_4}$$

$$V_O = K \cdot \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} = 0$$

$$K \cdot \left(\frac{-q}{0{,}71 \cdot a} + \frac{2 \cdot q}{0{,}71 \cdot a} + \frac{q}{0{,}71 \cdot a} + \frac{q}{r_4} \right) = 0$$

$$K \cdot \left(\frac{2 \cdot q}{0{,}71 \cdot a} + \frac{q}{r_4} \right) = 0 \;\rightarrow\; \frac{2 \cdot q}{0{,}71 \cdot a} = \frac{-q}{r_4}$$

De la última igualdad anterior se deduce que el signo de la carga debe ser negativo, y la distancia será:

$$\frac{2 \cdot q}{0{,}71 \cdot a} = \frac{-q}{r_4} \;\rightarrow\; \frac{2}{0{,}71 \cdot a} = \frac{1}{r_4} \;\rightarrow\; r_4 = \frac{0{,}71 \cdot a}{2} = 0{,}355 \cdot a\,\text{m}$$

Al realizar el cálculo anterior, hemos tenido en cuenta que la carga *q* debe ser negativa; el resultado indica que, además, está situada en el punto medio de la línea de puntos para que el potencial total en el punto *O* sea 0.

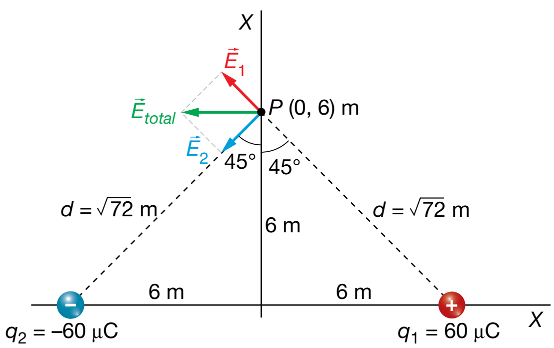
16 **Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de –60 μC se fija en el punto (–6, 0):**

a) Dibuja y calcula el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0, 6).

b) Halla el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

c) Describe brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

a) En el siguiente esquema se dibuja la distribución de cargas, distancias y vectores campo:



El módulo del campo creado por cada una de las cargas en el punto (0, 6) es:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{72})^2} = 7\,500 \text{ N/C}$$

Escritos en forma vectorial, los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son:

$$\vec{E}_1 = 7\,500 \cdot sen\,45° \cdot \vec{i} + 7\,500 \cdot cos\,45° \cdot \vec{j} = (-5\,303 \cdot \vec{i} + 5\,303 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = -7\,500 \cdot sen\,45° \cdot \vec{i} - 7\,500 \cdot cos\,45° \cdot \vec{j} = (-5\,303 \cdot \vec{i} - 5\,303 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

El campo total en (0, 6) será la suma de ambos:

$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 \cdot (-5\,303 \cdot \vec{i}) = (-10\,606 \cdot \vec{i}) \text{ N/C}$$

b) El potencial creado por las dos cargas en el punto (0, 0) es la suma de los potenciales creados por cada carga:

$$V_{total} = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-6}}{6} - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-6}}{6} = 0$$

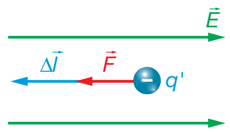
c) El vector campo eléctrico, $\vec{E}$, en un punto P es la fuerza ejercida sobre la unidad de carga positiva, q', colocada en ese punto. Sobre una carga eléctrica colocada en ese punto, el campo eléctrico ejerce una fuerza eléctrica proporcional al valor de la carga:

Si la carga es positiva, la fuerza tendrá la misma dirección y el mismo sentido que el campo. Si la carga es negativa, el sentido de la fuerza será el contrario al del campo.

Consideraciones energéticas

17 **Un electrón parte del reposo y es acelerado por un campo eléctrico uniforme de 500 N/C. ¿Qué velocidad adquirirá cuando haya recorrido 2 m?**

Si el electrón parte del reposo, se moverá en la dirección y sentido de la fuerza que actúe sobre él; en este caso, se trata de la fuerza eléctrica que, por ser la carga del electrón negativa, tendrá el sentido contrario al campo eléctrico:



Podemos obtener el trabajo que realiza la fuerza eléctrica de dos maneras:

– Calculando el trabajo que realiza la fuerza eléctrica durante esos 2 m:

$$W_C = \vec{F} \cdot \Delta\vec{l} = F \cdot \Delta l = |q'| \cdot E \cdot \Delta l = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 2 = 1{,}6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

– O también, utilizando el teorema de la energía potencial:

$$W_C = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V = q' \cdot \vec{E} \cdot \Delta\vec{l} = -q' \cdot E \cdot \Delta l = -(-1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot 500 \cdot 2 = 1{,}6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

Ahora aplicamos el teorema de las fuerzas vivas, puesto que este trabajo es también el total, ya que no hay más fuerzas:

$$W_C = W_T = \Delta E_c = E_c - E_{c_0} = E_c - 0 = E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}9 \cdot 10^7 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

18 **¿Cuánta energía tendremos que proporcionar a una carga de q' = 7 pC para situarla en reposo a 5 m de otra carga de 3 mC? Si posteriormente la dejamos escapar, ¿con qué energía cinética llegaría a una distancia donde la interacción ya fuese despreciable?**

Suponemos que la carga q' = 7 pC está infinitamente lejos de la carga q = 3 mC. Deberemos aplicar una fuerza externa que tome la carga q' en reposo y la lleve a 5 m de la carga q y la deje de nuevo en reposo. No habrá, por tanto, incremento de energía cinética. Aplicando el teorema de las fuerzas vivas, deducimos que el trabajo neto es cero, y por tanto:

$$W_T = W_C + W_{NC} = \Delta E_c = 0 \quad \rightarrow \quad W_{NC} = -W_C = -(\Delta E_p) = E_p - E_{p0} = E_p - 0 = E_p$$

Luego, vemos que la energía potencial que tiene la carga testigo cuando está cerca de la carga fuente es, precisamente, la energía que hubo que invertir para llevarla desde una distancia infinita hasta la posición que ocupa:

$$W_{NC} = E_p = K_0 \cdot \frac{q \cdot q'}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-12}}{5} = 3,8 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

Si dejamos escapar la carga q', se repelerá de q, puesto que las dos son positivas. Puesto que la única fuerza que actúa sobre ella es la fuerza eléctrica, que es conservativa, la energía mecánica se conserva. Esto quiere decir que la energía potencial que tiene inicialmente se va a transformar en cinética a una distancia infinita:

$$W_{NC} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_m = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_p + \Delta E_c = 0 \quad \rightarrow$$

$$(E_p - E_{p0}) + (E_c - E_{c0}) = 0 \quad \rightarrow \quad (0 - E_{p0}) + (E_c - 0) = 0 \quad \rightarrow \quad E_c = 3,8 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

Como vemos, la carga testigo tenía inicialmente una energía igual a cero, y al final de todo el proceso, ha vuelto a una distancia infinita pero con una energía cinética que es igual al trabajo que se realizó sobre ella para acercarla a la carga fuente.

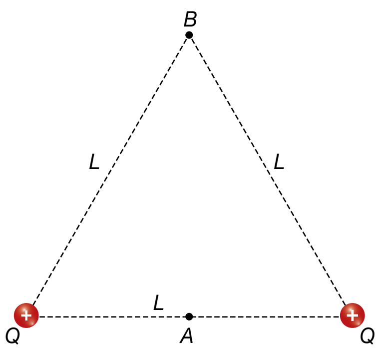
19 **Determina el trabajo que realiza el campo sobre una carga de 4 nC al llevarla desde un potencial de 200 V a otro de 500 V. Interpreta el resultado.**

El trabajo que realiza el campo es el trabajo de las fuerzas conservativas:

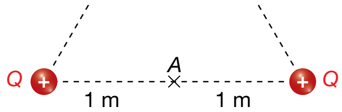
$$W_C = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V = -q' \cdot (V - V_0) = -4 \cdot 10^{-9} \cdot (500 - 200) = -1,2 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

Puesto que el trabajo del campo es negativo, quiere decir que se opone a este desplazamiento. Si la única fuerza que actúa sobre la carga es la eléctrica, entonces, la carga ha tenido que ser lanzada hacia potenciales crecientes. También puede suceder que, además de la fuerza eléctrica, exista otra fuerza externa que obligue a la carga a moverse hacia potenciales crecientes.

20 **Dos partículas con igual carga Q = 2 µC están situadas en dos de los vértices de un triángulo equilátero de lado L = 2 m. Calcula el campo eléctrico en el punto medio entre ambas, A. Calcula el trabajo necesario para llevar una carga q = 1 µC desde dicho punto A hasta el punto B, vértice libre del triángulo.**

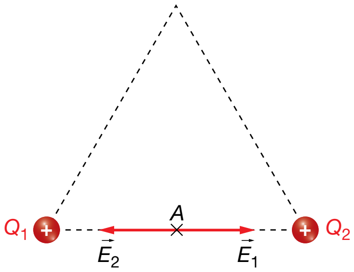


Como las dos partículas tienen cargas iguales y están a la misma distancia del punto *A*, el módulo del campo creado por las cargas en *A* es el mismo:



$$\left|\vec{E}\right| = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1^{2}} = 1{,}8 \cdot 10^{4}\ \text{N/C}$$

Los sentidos son opuestos, como se observa en la figura siguiente, y, por tanto, el campo total en *A* es cero:



$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

El trabajo para trasladar una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre los dos puntos cambiada de signo:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = E_{pA} - E_{pB}$$

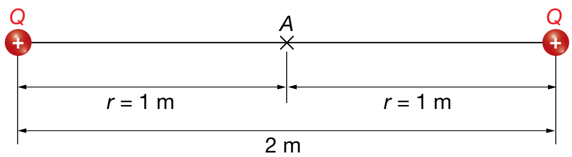
La energía potencial de una carga en un punto es igual al producto de la carga por el potencial eléctrico en ese punto:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

El trabajo para trasladar la carga *q* desde el punto *A* al punto *B* será, por tanto:

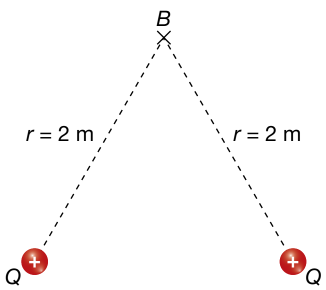
$$W_{A\to B} = E_{pA} - E_{pB} = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q \cdot (V_A - V_B)$$

El potencial creado por las dos cargas *Q* en *A* será, según el principio de superposición, la suma de los potenciales creados por cada una de ellas:



$$V_A = 2 \cdot K_0 \cdot \frac{Q}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} = 3{,}6 \cdot 10^{4}\ \text{V}$$

El potencial creado por las cargas *Q* en *B* será:



$$V_B = 2 \cdot K_0 \cdot \frac{Q}{r}$$

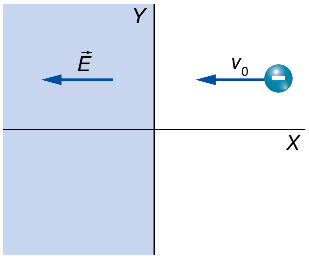
$$V_B = 2 \cdot 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} = 1{,}8 \cdot 10^{4}\ \text{V}$$

El trabajo para trasladar la carga $q' = 1\ \mu\text{C}$ desde *A* hasta *B* será:

$$W_{A\to B} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot (3{,}6 \cdot 10^{4} - 1{,}8 \cdot 10^{4}) = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

Como en este problema la carga que se traslada, $q' = 1\ \mu\text{C}$, es positiva y va del punto de mayor potencial, *A*, al de menor potencial, *B*, la carga se mueve libremente empujada por el campo eléctrico, que es el que realiza el trabajo.

21 **Un electrón se propaga en el plano *XY* con velocidad v_0 constante de 100 m · s⁻¹ en el sentido negativo del eje *X*. Cuando el electrón cruza el plano *x* = 0, se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de $8 \cdot 10^{-9}$ N · C⁻¹ en el sentido negativo del eje *X*, tal y como se indica en la figura:**

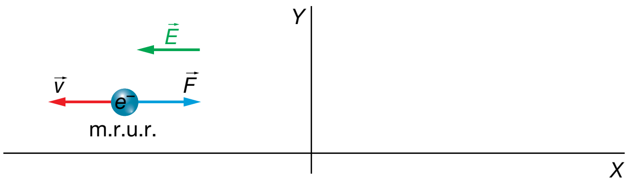


a) Describe el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discute cuál será la velocidad final del electrón.

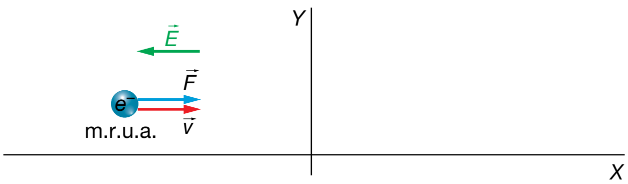
b) Calcula la fuerza ejercida sobre el electrón, así como la aceleración que este experimenta.

a) Cuando el electrón entra en la región donde actúa el campo eléctrico, este ejerce sobre él una fuerza constante en el sentido positivo del eje *X*, cuyo valor es:

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q = -8 \cdot 10^{-9} \cdot \vec{i} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) = 1,28 \cdot 10^{-27} \cdot \vec{i}\ \text{N}$$



Esta fuerza es de sentido contrario al movimiento del electrón. Por tanto, el electrón estará sometido a un movimiento uniformemente retardado que hará que vaya disminuyendo su velocidad hasta llegar a anularse (*v* = 0); el electrón se detiene. A partir de ese momento, el electrón comenzará a moverse en el sentido positivo del eje *X*, por efecto de la fuerza, $\vec{F}$, que sigue actuando sobre él. Estará sometido a un movimiento uniformemente acelerado hasta que sale de la región donde existe el campo eléctrico, que hará que su velocidad vaya aumentando.



A partir de ese momento (cuando el electrón cruza de nuevo el eje *X*, *x* = 0), el electrón se mueve sin que se ejerzan fuerzas sobre él, es decir, con velocidad constante. Como no existen pérdidas de energía en el proceso, se cumple que la energía mecánica final del electrón ha de ser igual a la energía mecánica inicial:

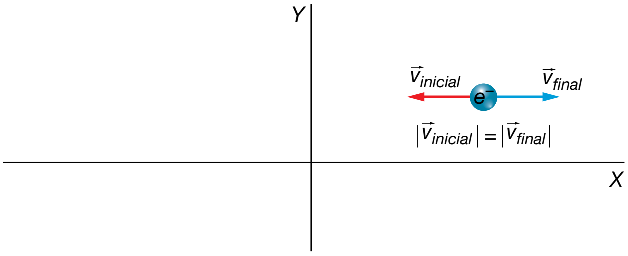
$$E_{mec.\ final} = E_{mec.\ inicial}$$

En los instantes inicial y final solo existe energía cinética. Por tanto, se cumple:

$$E_{c\ final} = E_{c\ inicial} \rightarrow \frac{m \cdot v_{final}^2}{2} = \frac{m \cdot v_{inicial}^2}{2} \rightarrow v_{final} = v_{inicial}$$

Por tanto, el módulo de la velocidad final es igual al módulo de la velocidad inicial, y sus sentidos son opuestos:

$$\vec{v}_{final} = -\vec{v}_{inicial} = 100 \cdot \vec{i}\ \text{m/s}$$



b) Para calcular la aceleración del electrón, aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Sustituyendo valores, se obtiene la expresión vectorial de la aceleración a la que está sometido el electrón mientras permanece en el seno del campo eléctrico:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-27} \cdot \vec{i}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1{,}4 \cdot 10^{3} \cdot \vec{i}\ \text{m/s}^2$$

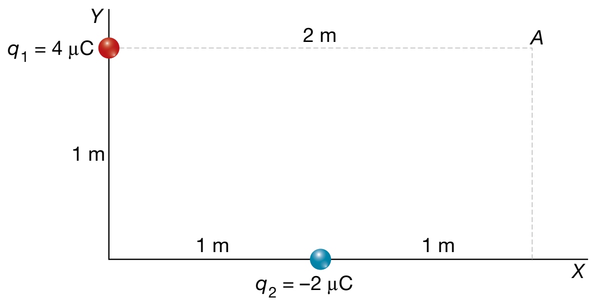
Página 94

22 Dada la distribución de cargas que se muestra en la figura adjunta, calcula:

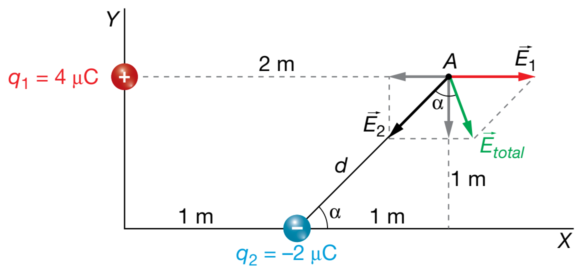
a) El campo eléctrico total en el punto *A*.

b) El potencial eléctrico en *A* y en el infinito.

c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de +3 μC desde el punto *A* hasta el infinito. Comenta el significado del resultado.



a) A continuación, dibujamos la distribución de cargas, indicando en ella las distancias, los ángulos y los vectores campo:



$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ \text{m}$$

$$tg\ \alpha = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha = 45°$$

El módulo del campo $\vec{E}_1$ creado por la carga q_1 en A es:

$$\left|\vec{E}_1\right| = K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \rightarrow \left|\vec{E}_1\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2^2} = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Escrito en forma vectorial, dicho campo eléctrico es:

$$\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} \text{ N/C}$$

El módulo del campo $\vec{E}_2$ creado por la carga q_2 en A es:

$$\left|\vec{E}_2\right| = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow \left|\vec{E}_2\right| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Escrito en forma vectorial, el campo eléctrico $\vec{E}_2$ se representa como sigue:

$$\vec{E}_2 = -9 \cdot 10^3 \cdot sen\, 45° \cdot \vec{i} - 9 \cdot 10^3 \cdot cos\, 45° \cdot \vec{j} =$$

$$= (-6{,}36 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 6{,}36 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

El campo total en A será la suma vectorial de los campos creados por cada una de las cargas:

$$\vec{E}_{total} = 9 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} + (-6{,}36 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 6{,}36 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) =$$

$$= (2{,}64 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 6{,}36 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) \text{ N/C}$$

b) El potencial eléctrico, V, creado por una carga en un punto es un escalar dado por la siguiente expresión:

$$V = K_0 \cdot \frac{q}{r}$$

El potencial eléctrico creado por la carga q_1 en A será:

$$V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} = 18 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial eléctrico creado por la carga q_2 en A será:

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} = -12{,}72 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial eléctrico total en el punto A será la suma de ambos:

$$V_{total} = 18 \cdot 10^3 - 12{,}72 \cdot 10^3 = 5{,}28 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial eléctrico en el infinito es cero.

c) El trabajo que realiza el campo eléctrico para trasladar una carga q' entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial eléctrica entre los puntos cambiada de signo:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_{A \rightarrow B} = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = E_{p_A} - E_{p_B}$$

La energía potencial de una carga, q', en un punto A es:

$$E_{p_A} = q' \cdot V_A$$

Por tanto, el trabajo necesario para trasladar la carga q' del punto A al B será:

$$W_{A \rightarrow B} = q' \cdot V_A - q' \cdot V_B = q' \cdot (V_A - V_B)$$

En el caso del problema, se traslada una carga $q' = +3\ \mu\text{C}$ desde A hasta el infinito. El trabajo realizado será:

$$W_{A \rightarrow \infty} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (5{,}28 \cdot 10^3 - 0) = 15{,}84 \cdot 10^{-3} = 1{,}584 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

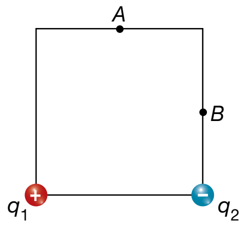
El signo positivo indica que el trabajo lo realiza el campo.

23 **Las cargas q_1 = 2,1 nC y q_2 = –1,8 nC están fijas en dos vértices de un cuadrado de 1,5 µm. Si una partícula q_3 de 1,5 nC se mueve y pasa de *A* a *B***

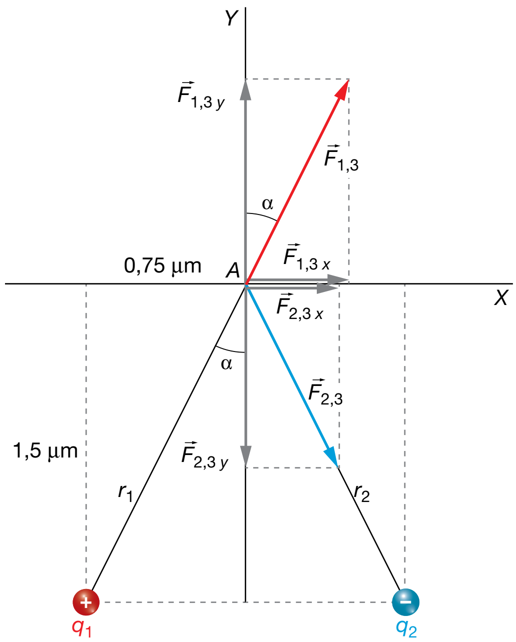
a) Calcula la fuerza total (vector y módulo) que actúa sobre q_3 cuando pasa por el punto *A*.

b) Calcula el valor del potencial eléctrico en el punto *B* debido a las cargas eléctricas q_1 y q_2.

c) Determina la energía cinética con la que llega q_3 al punto *B* si en el punto *A* está en reposo.



a) El esquema de la situación de las cargas es el que se muestra en la figura. De acuerdo con ella y con los datos del enunciado del problema:



$$tg\,\alpha = \frac{0,75 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \quad \rightarrow \quad \alpha = 26,56°$$

$$r_1^2 = r_2^2 = (1,5 \cdot 10^{6})^2 + (0,75 \cdot 10^{-6})^2$$

$$r_1^2 = r_2^2 = 2,81 \cdot 10^{-12}\ \text{m}^2$$

Los valores de los módulos de las fuerzas eléctricas que ejercen q_1 y q_2 sobre q_3 son, de acuerdo con la ley de Coulomb:

$$F_{1,3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2,1 \cdot 10^{-9} \cdot 1,5 \cdot 10^{-9}}{2,81 \cdot 10^{-12}} = 10\,088,97\ \text{N}$$

$$F_{2,3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,8 \cdot 10^{-9} \cdot 1,5 \cdot 10^{-9}}{2,81 \cdot 10^{-12}} = 8\,647,69\ \text{N}$$

Las fuerzas, escritas en forma vectorial, son:

$$\vec{F}_{1,3} = 10\,088,97 \cdot sen\,26,56° \cdot \vec{i} + 10\,088,97 \cdot cos\,26,56° \cdot \vec{j} =$$

$$= (4\,511,13 \cdot \vec{i} + 9\,024,25 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{2,3} = 8\,647,69 \cdot sen\,26,56° \cdot \vec{i} + 8\,647,69 \cdot cos\,26,56° \cdot (-\vec{j}) =$$

$$= (3\,866,68 \cdot \vec{i} - 7\,735,07 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

La fuerza total experimentada por q_3 será la suma vectorial de $\vec{F}_{1,3}$ y $\vec{F}_{2,3}$:

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} = 4\,511,13 \cdot \vec{i} + 9\,024,25\ \vec{j} = 3\,866,68 \cdot \vec{i} - 7\,735,07\ \vec{j} =$$

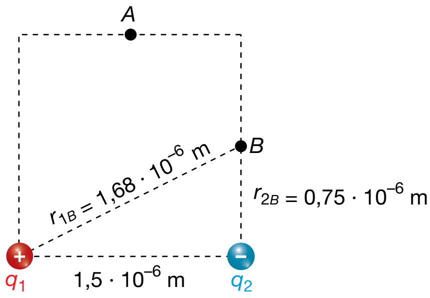
$$= (8\,377,81 \cdot \vec{i} + 1289,18 \cdot \vec{j})\ \text{N}$$

El módulo de la fuerza total será, por tanto:

$$\vec{F}_{total} = \sqrt{8\,377,81^2 + 1289,18^2} = 8\,476,42\ \text{N}$$

b) En este caso, el potencial eléctrico creado por q_1 y q_2 en el punto B será:

$$V_B = V_{1,B} + V_{2,B} = \frac{K \cdot q_1}{r_{1,B}} + \frac{K \cdot q_2}{r_{2,B}}$$



$$V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2{,}1 \cdot 10^{-9})}{1{,}68 \cdot 10^{-6}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-1{,}8 \cdot 10^{-9})}{0{,}75 \cdot 10^{-6}} = -1{,}03 \cdot 10^7 \text{ V}$$

c) Si la única fuerza que actúa sobre la carga q_3 es la fuerza eléctrica, que es conservativa, significa, por tanto, que no hay trabajo no conservativo. Esto quiere decir que se conserva la energía mecánica:

$$W_{NC} = \Delta E_m = 0 \;\rightarrow\; E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \;\rightarrow\; 0 + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \;\rightarrow$$
$$E_{c_B} = E_{p_A} - E_{p_B} = q_3 \cdot V_A - q_3 \cdot V_B$$

Como vemos, necesitamos conocer el potencial eléctrico en el punto A también:

$$V_A = K_0 \cdot \frac{q_1}{r_1} + K_0 \cdot \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}1 \cdot 10^{-9}}{2{,}81 \cdot 10^{-12}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-1{,}8 \cdot 10^{-9}}{2{,}81 \cdot 10^{-12}} = 1{,}61 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Entonces:

$$E_{c_B} = 1{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}61 \cdot 10^6 - 1{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot (-1{,}03 \cdot 10^7) = 1{,}79 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

24 Entre dos puntos A y B se establece una diferencia de potencial $V_A - V_B = -200$ V. Colocamos una partícula de masa $m = 1$ g y carga $q = -2$ µC en reposo en uno de los puntos y llega al otro punto. ¿En qué punto la colocamos? ¿Con qué velocidad llega al otro punto?

En este problema, como la carga que se traslada libremente es negativa, se moverá, empujada por las fuerzas del campo eléctrico, desde los puntos de menor a los de mayor potencial. Por ello, la carga se colocará en el punto A y se desplazará hacia el punto B:

$$V_A - V_B = -200 \text{ V} \;\rightarrow\; V_A < V_B$$

Si consideramos que la partícula está sometida únicamente a la interacción eléctrica, su energía total permanece constante, pues la fuerza eléctrica es conservativa.

Por tanto, entre los puntos A y B debe cumplirse lo siguiente:

$$E = \text{cte} \;\rightarrow\; E_c + E_p = \text{cte} \;\rightarrow\; E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

El trabajo que se realiza sobre la partícula se acumula en ella en forma de energía potencial. Entonces, podemos escribir lo siguiente:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = W_{AB}$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{AB} = -\Delta E_p = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = -(q \cdot V_B - q \cdot V_A) \\ W_{AB} = \Delta E_c \end{array}\right\} \rightarrow \Delta E_c = -(q \cdot V_B - q \cdot V_A)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - 0 = -q \cdot (V_B - V_A)$$

$$v_B^2 = \frac{-2 \cdot q \cdot (V_B - V_A)}{m} \;\rightarrow\; v_B = \sqrt{\frac{-2 \cdot q \cdot (V_B - V_A)}{m}} \;\rightarrow\; v_B = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 200}{1 \cdot 10^{-3}}} = 0{,}89 \text{ m/s}$$

25 **Una carga eléctrica es impulsada por el campo hacia potenciales mayores. ¿Se puede deducir el signo de esta carga?**

El trabajo que realiza el campo sobre una carga q' es:

$$W_C = -\Delta E_p = -q' \cdot \Delta V$$

Cuando el trabajo es positivo, la fuerza eléctrica favorece el desplazamiento de la carga. De acuerdo con el enunciado:

$$V - V_0 = \Delta V > 0$$

Por tanto, para que el trabajo sea positivo, la carga eléctrica tiene que ser negativa:

$$W_C = -q' \cdot \Delta V > 0 \quad \rightarrow \quad q' < 0$$

Flujo del campo eléctrico

26 **En una región hay un campo eléctrico igual a $\vec{E} = (10^3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 10^3 \cdot \vec{j})$ N/C. Determina el flujo del campo a través de una superficie cuadrada cuyo vector superficie es: $\vec{S} = (0,5 \cdot \vec{i} + 0,2 \cdot \vec{j})\ \text{m}^2$. ¿Y si sustituimos la superficie cuadrada por otra circular cuyo vector superficie es el mismo?**

Si el campo eléctrico es uniforme, como el de este ejercicio, el flujo eléctrico no depende de la forma que tenga la superficie. Únicamente depende del valor del área y de su orientación con respecto al campo. En este ejercicio, si las dos superficies tienen el mismo vector superficie significa que tienen el mismo área y con la misma orientación; por tanto, el flujo es el mismo en ambos casos.

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = (10^3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 10^3 \cdot \vec{j}) \cdot (0,5 \cdot \vec{i} + 0,2 \cdot \vec{j}) = (0,5 + 0,4) \cdot 10^3 = 0,9 \cdot 10^3\ \text{V} \cdot \text{m}$$

27 **Un campo eléctrico tiene la dirección del eje *X* y sentido positivo, y un valor de 10^4 N/C. Colocamos una superficie cuadrada de 10 cm de lado con un cierto ángulo con respecto a la dirección del campo, siendo el flujo a través de ella de 60 N · m²/C. ¿Qué porcentaje de líneas de fuerza atraviesan la superficie con respecto a las que lo harían si la superficie estuviera perpendicular al campo?**

Recordemos que el flujo es directamente proporcional al número de líneas del campo que atraviesan la superficie. Cuando la superficie se coloca perpendicular al campo, el número de líneas de fuerza que la atraviesan es máximo. El flujo en este caso es:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = 10^4 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 = 100\ \text{V} \cdot \text{m}$$

Cuando la superficie se inclina un cierto ángulo, el flujo disminuye en la misma proporción en que disminuye el número de líneas de fuerza del campo que la atraviesan. Por tanto:

$$\frac{60\ \text{V} \cdot \text{m}}{100\ \text{V} \cdot \text{m}} = \frac{x}{100\ \%} \quad \rightarrow \quad x = 60\ \%$$

El ángulo que se ha inclinado la superficie es:

$$\Phi'_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = 10^4 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot \cos\theta = 60 \quad \rightarrow \quad \theta = \arccos\frac{60}{10^2} = 53,1°$$

Teorema de Gauss

28 **El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es de 12 566 N · m²/C. ¿Qué carga neta hay en su interior? ¿Puede haber alguna carga negativa?**

Según el teorema de Gauss, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

donde q es la carga neta que hay en su interior.

Por tanto:

$$\Phi_E = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot q \quad \rightarrow \quad q = \frac{\Phi_E}{4 \cdot \pi \cdot K_0} = \frac{12\,566}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 1,1 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

La carga neta es aproximadamente 1,1 · 10^{-7} C. Esto no quiere decir que no exista carga eléctrica negativa en el interior de la superficie, puede haber, pero al sumar todas las cargas, cada una con su signo, se obtiene 1,1 · 10^{-7} C.

29 **En el interior de una esfera imaginaria hay dos cargas eléctricas, una de ellas es de 0,7 µC. Si el flujo a través de la superficie es 18 000 N · m²/C, ¿de cuánto es la otra carga?**

Según el teorema de Gauss, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

donde q es la carga neta que hay en su interior.

Por tanto:

$$\Phi_E = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot q \quad \rightarrow \quad q = \frac{\Phi_E}{4 \cdot \pi \cdot K_0} = \frac{18\,000}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 1,6 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

Si llamamos q_2 a la segunda carga:

$$q = q_1 + q_2 = 7 \cdot 10^{-7} + q_2 = 1,6 \cdot 10^{-7} \quad \rightarrow \quad q_2 = 1,6 \cdot 10^{-7} - 7 \cdot 10^{-7} = -5,4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

30 **¿Cuánto será el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada que envuelve las dos placas de un condensador cargado?**

Según el teorema de Gauss, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

donde q es la carga neta que hay en su interior.

Las dos placas de un condensador tienen el mismo valor de la carga eléctrica pero de signos opuestos; una carga es positiva, y otra, negativa. Por consiguiente, la carga neta encerrada en la superficie es cero. Luego, aplicando el teorema de Gauss, el flujo eléctrico es cero también.

31 **El flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica es de –10⁴ N · m²/C. Si aumentamos el tamaño de la esfera, ahora, el nuevo flujo es cero. ¿Qué carga neta habrá en el espacio limitado por las dos esferas?**

Según el teorema de Gauss, el flujo a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

donde q es la carga neta que hay en su interior.

Inicialmente, hay una carga neta negativa en el interior de la superficie, igual a:

$$\Phi_E = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot q \quad \rightarrow \quad q = \frac{\Phi_E}{4 \cdot \pi \cdot K_0} = \frac{-10^4}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} = -8,8 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$$

Si al aumentar la superficie el flujo cambia es porque se ha incorporado carga eléctrica al interior de la superficie. Si, en nuestro caso, el flujo se hace cero es porque la carga neta en el interior es cero. Luego, la nueva carga neta que se ha incorporado al aumentar la superficie es $8{,}8 \cdot 10^{-8}$ C.

Página 95

Aplicaciones del teorema de Gauss

32 **A una distancia de 1 m de un plano infinito con carga por unidad de superficie –3 μC/m² se coloca una superficie esférica de 20 cm de radio. ¿Qué flujo atraviesa esta superficie? ¿Y si la esfera cortara el plano simétricamente?**

En el primer caso, la esfera no corta el plano. Por tanto, en su interior no hay carga eléctrica. Aplicando el teorema de Gauss, podemos deducir que el flujo eléctrico en esta esfera es cero.

En el segundo caso, la esfera corta un círculo en el plano de radio 20 cm. Toda la carga de este círculo queda dentro de la esfera:

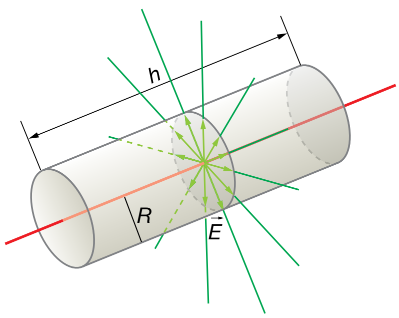
$$q = \sigma \cdot S = \sigma \cdot \pi \cdot R^2 = -3 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0{,}20^2 = -3{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

Aplicamos el teorema de Gauss:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = 4 \cdot \pi \cdot K_0 \cdot q = 4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-3{,}8 \cdot 10^{-7}) = -42\,977\ \text{V} \cdot \text{m}$$

33 **Consideremos un hilo recto uniformemente cargado, con una densidad lineal de carga λ. Utilizando el teorema de Gauss en una superficie cilíndrica con eje el hilo, encuentra el campo eléctrico que crea a una distancia *r*.**

Consideremos una superficie cilíndrica que corta el hilo tal y como aparece en la imagen:



La carga eléctrica que ha quedado encerrada en la superficie es:

$$q = \lambda \cdot h$$

Si aplicamos el teorema de Gauss, el flujo es:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda \cdot h}{\varepsilon_0}$$

Por la simetría que tiene el hilo, sabemos que las líneas de fuerza del campo eléctrico tienen que ser perpendiculares al hilo y radiales. Por tanto, las tapas circulares del cilindro no contribuyen al flujo ya que ninguna línea de fuerza las atraviesa. Únicamente lo hace la superficie lateral del cilindro. Las líneas de fuerza cortan perpendicularmente esa superficie lateral; además, el módulo del campo se mantiene constante en toda esta superficie. Por tanto:

$$\Phi_E = E \cdot S = E \cdot h \cdot 2 \cdot \pi \cdot R$$

Igualando las dos expresiones del flujo, tenemos:

$$E \cdot h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \frac{\lambda \cdot h}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$$

34 **Un condensador formado por dos láminas planas y paralelas de 10 × 5 cm crea un campo de 4,5 · 10⁴ N/C, ¿qué flujo habrá sobre una superficie cerrada que envuelva la placa negativa?**

El campo eléctrico que se crea entre las placas de un condensador plano es:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0}$$

Luego, la carga de la placa positiva es:

$$Q_+ = S \cdot \varepsilon_0 \cdot E$$

y en la negativa, igual pero de signo contrario:

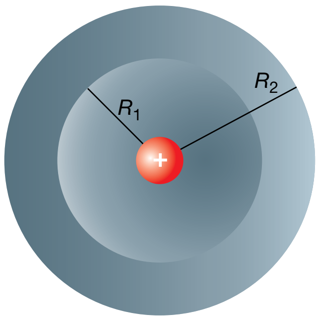
$$Q_- = -S \cdot \varepsilon_0 \cdot E$$

Si una superficie está envolviendo la placa negativa, en su interior le quedará esta carga, y aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi_E = \frac{Q_-}{\varepsilon_0} = \frac{-S \cdot \varepsilon_0 \cdot E}{\varepsilon_0} = -S \cdot E = -10 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-4} = -225 \text{ V} \cdot \text{m}$$

35 **Disponemos de una esfera metálica descargada con un hueco en su centro. En dicho hueco hay una carga eléctrica *q*. ¿Inducirá esta carga una separación de cargas en la esfera hueca? ¿Cómo?**

La situación que plantea el enunciado es la siguiente:



Si tomamos una superficie esférica imaginaria de radio r menor que el radio de la superficie interior, R_1, quedará encerrada la carga positiva en su interior. Luego aplicando el teorema de Gauss, deducimos que el flujo eléctrico es:

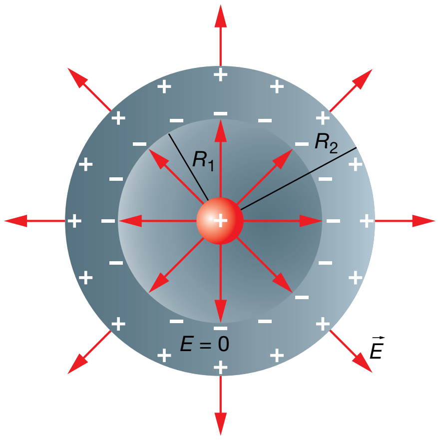
$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Por tanto, en el hueco, existe campo eléctrico igual al que crea una carga puntual situada en el centro:

$$\Phi_E = E \cdot S = E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = K_0 \cdot \frac{q}{r^2}$$

Si ahora tomamos una superficie esférica imaginaria de radio r comprendido entre R_1 y R_2, su superficie está en el interior del conductor, y sabemos que no existe campo eléctrico. Aplicando el teorema de Gauss, deducimos que en el interior de esta esfera imaginaria la carga neta es cero. Puesto que solamente puede haber carga en la superficie de un conductor, deducimos que en la superficie interior del hueco de la esfera tiene que existir una carga neta $-q$.

Puesto que la esfera hueca conductora la estamos suponiendo sin carga eléctrica neta, deducimos que en la superficie exterior hay una carga eléctrica igual a q. Es decir, en la esfera hueca ha habido una separación de carga eléctrica pero manteniéndose neutra. Por último, si ahora imaginamos una superficie de radio r mayor de R_2, y aplicamos el teorema de Gauss, concluimos que en el exterior de la esfera hay un campo eléctrico igual al que crearía una carga q colocada en el centro sin que estuviera la esfera de por medio.



Campo y potencial en conductores eléctricos

36 **¿Cómo es posible que una jaula metálica sea una jaula de Faraday si tiene huecos por donde podría entrar el campo eléctrico?**

Como se explica en el ejercicio anterior, las cargas eléctricas con libertad de movimiento, que en el caso de los metales son los electrones, se redistribuyen rápidamente en el interior del conductor para formar un campo eléctrico interno que anula al exterior. Si la jaula es lo suficientemente tupida, los electrones pueden anular el campo en el interior de la jaula. En caso contrario, podría ocurrir que el campo no se pudiera anular totalmente y simplemente se consiguiera debilitarlo.

37 **¿Crees que un cable de corriente por el que circula una intensidad de corriente está cargado? ¿Y crees que está en equilibrio electrostático?**

Un hilo de corriente, es decir, un cable por el que pasa una corriente eléctrica, es neutro puesto que por cada unidad de longitud de este, hay la misma carga positiva debido a los protones fijos en los núcleos atómicos, que electrones desplazándose. Debido a este desplazamiento de electrones, el conductor no está en equilibrio, y podemos asegurar que en su interior hay un campo eléctrico que provoca este movimiento.

Comparación entre el campo electrostático y el gravitatorio

38 **¿Qué dirías para justificar que en el campo electrostático las cargas se puedan repeler mientras que en el campo gravitatorio las masas siempre se atraigan?**

El campo electrostático es creado por dos tipos de cargas, las cargas positivas, que son fuentes del campo, y las cargas negativas, que son sumideros. Así, las cargas se atraen o se repelen dependiendo del tipo. Sin embargo, para la fuerza gravitatoria solo existe un tipo de masa, que son sumideros. En consecuencia, no existen varias posibilidades para su interacción; o bien se atraen (como es el caso) o podrían repelerse (si las leyes de la física fueran distintas), pero no hay posibilidad de que ocurran los dos casos.