# MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
# 3.º ESO

## somoslink

## SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

## Unidad 2. Números reales

# Unidad 2. Números reales

**SOLUCIONES PÁG. 39**

**1** **Copia esta tabla en tu cuaderno y clasifica los números en naturales, enteros y racionales, irracionales y reales. Ten en cuenta que un número puede pertenecer a más de una categoría.**

| | N | Z | Q | I | R |
|---|---|---|---|---|---|
| $2,\widehat{5}$ | | | X | | X |
| $-6$ | | X | X | | X |
| $\sqrt{3}$ | | | | X | X |
| 51,0908... | | | | X | X |
| $\frac{1}{4}$ | | | X | | X |
| 18 | X | X | X | | X |
| $-3,\widehat{09}$ | | | X | | X |
| $\sqrt{-1}$ | | | | | |
| 9,333... | | | X | | X |
| 17,2 | | | X | | X |

**2** **Entre tú y tu compañero, investigad si los siguientes números son racionales o irracionales:**

**a.** $3\pi + 1 \rightarrow$ Irracional.

**b.** $4e \rightarrow$ Irracional.

**c.** $\sqrt{2} - 3 \rightarrow$ Irracional.

**d.** $\frac{3}{4} - 0,\widehat{5} \rightarrow$ Racional.

**e.** $\frac{\sqrt{5}}{7} \rightarrow$ Irracional.

**f.** $\left(\pi + \sqrt{6}\right) \cdot \frac{3}{2} \rightarrow$ Irracional.

**3** **Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona tu respuesta.**

**a. Todos los números reales son racionales.**

Falsa: son racionales o irracionales.

**b. Todos los números racionales son reales.**

Verdadera.

**c. Todos los números negativos son enteros.**

Falsa: por ejemplo, los decimales negativos no son enteros.

**d. Hay números decimales que no son reales.**

Falsa: todos los decimales son reales.

**e. Todos los números reales son racionales o irracionales.**

Verdadera: pues $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

**4 Entre tú y tu compañero, encontrad dos números que cumplan las siguientes condiciones:**

**a. Son enteros, pero no naturales.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: –7, –5.

**b. No son racionales, pero sí reales.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\pi, \sqrt{2}$

**c. Son reales, pero no irracionales.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 3, $\frac{2}{5}$

**d. No son enteros, pero sí racionales.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\frac{1}{4}, \frac{7}{9}$

**5 ¿Es posible encontrar dos números enteros cuyo cociente sea 0,101 001 000…? ¿Y dos números racionales? Justifica ambas respuestas.**

No se puede expresar como cociente de dos números enteros pues el número es irracional.

Tampoco se puede expresar como el cociente de dos números racionales, pues el cociente de dos números racionales es siempre otro número racional.

**6 ¿A qué conjunto numérico pertenecen los siguientes números?**

**a. La diagonal de un cuadrado de 3 cm de lado.**

Irracional, ya que es la raíz cuadrada de 18.

**b. La diagonal de un rectángulo de 8 cm de base y 6 cm de altura.**

Racional, ya que es la raíz cuadrada de 100, cuya solución es 10.

**c. El lado de un cuadrado cuya área mide 5 cm$^2$.**

Irracional, ya que es la raíz cuadrada de 5.

**d. La arista de un cubo cuyo volumen es de 10 cm$^3$.**

Irracional, ya que es la raíz cúbica de 10.

**7 Calcula las siguientes raíces con la calculadora y clasifica los resultados en números racionales o irracionales. ¿Alguno de estos números no es real? Razona tu respuesta.**

**a.** $\sqrt{\mathbf{0{,}36}}$ = 0,6 → Racional.

**b.** $\sqrt{\mathbf{2{,}34}}$ = 1,529 7… → Irracional.

**c.** $\sqrt[3]{\mathbf{2}}$ = 1,259 92… → Irracional.

**d.** $\sqrt[4]{\mathbf{0{,}001\,6}}$ = 0,2 → Racional.

**e.** $\sqrt[5]{\mathbf{0{,}000\,001}}$ = 0,1 → Racional.

**f.** $\sqrt[4]{\mathbf{-81}}$ → No es real.

**8 Clasifica estos números en racionales e irracionales:**

**a. 2,188 888 8…** → Racional.

**b. 5,011 222 333 3…** → Irracional.

**c. –89,010 020 03…** → Irracional.

**d. 9,999 999 9…** → Racional.

**e. 0,652 652 652…** → Racional.

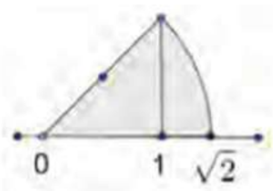
**f. –3,798 989 8…** → Racional.

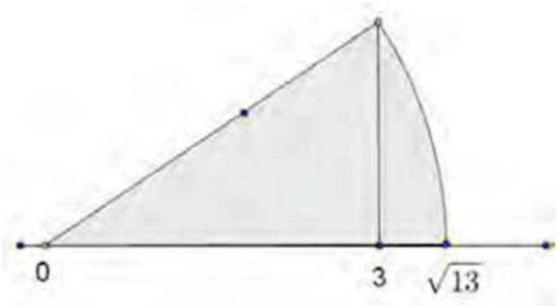
**9 Representa en la recta numérica los números irracionales** $\sqrt{\mathbf{2}}, \sqrt{\mathbf{13}}, \sqrt{\mathbf{17}}$.

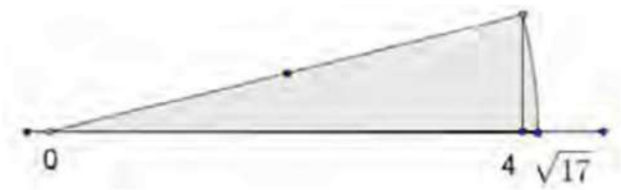
Para representar $\sqrt{2}$, se expresa como $\sqrt{1^2+1^2}$. A continuación, construimos un cuadrado cuyo lado valga 1, y se traza la diagonal. Como la diagonal del cuadrado es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden ambos 1, tenemos que dicha hipotenusa vale $\sqrt{2}$. Entonces, trazamos un arco de circunferencia con centro en el punto 0 y que tenga la distancia de la hipotenusa y cortamos con la recta numérica en el punto $\sqrt{2}$.

Se sigue de igual forma para $\sqrt{13}$, pero en esta ocasión la expresamos como $\sqrt{2^2+3^2}$, por lo que el rectángulo que hay que formar tendrá como lados una longitud de 2 y 3. Y se realizan los mismos pasos que en el caso de $\sqrt{2}$.

De igual manera, expresamos $\sqrt{17}$ como $\sqrt{4^2+1^2}$ y se procede de manera similar a los casos anteriores.






**10 Busca información sobre las distintas aproximaciones del número $\pi$ utilizadas a lo largo de la historia por las distintas civilizaciones. Averigua quién utilizó por primera vez ese símbolo para representarlo y quién generalizó su uso.**

Respuesta abierta.

**11 Mide las dimensiones de un DNI y de un folio DIN A4. Divide, en ambos casos, el largo entre el ancho: $\frac{a}{b}$.**


**a. ¿Qué valor obtienes en ambas divisiones?**

En el DNI: $\frac{8}{4,8} = 1,\widehat{6}$; en el DIN A4: $\frac{29,6}{20,9} = 1,416267...$

**b. ¿A qué número irracional se aproxima?**

El cociente es el número áureo: $\frac{a}{b} \approx \Phi$

**12 Elaborad, en grupos, una presentación en Power Point sobre los números irracionales $\pi$, e y $\Phi$, que incluya situaciones reales en las que aparezcan estos números.**

Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 41**

**13 Redondea los siguientes números hasta cuatro cifras significativas:**

Para realizar el redondeo, hay que tener en cuenta que, si la primera cifra que se elimina es mayor o igual que cinco, se aumenta en una unidad la cifra anterior, y, si la primera cifra que se elimina es menor que cinco, se mantiene igual la cifra anterior.

**a. 6,123 58** → 6,124

**b. 9,923 4** → 9,923

**c. 7,064 81** → 7,065

**d. 0,659 8** → 0,66

**e. 0,074 5** → 0,075

**f. 15,671 2** → 15,67

**g. 1,003 4** → 1,003

**h. 3,000 99** → 3,001

**i. 563,96** → 564

**14 Aproxima por redondeo el número π con 2, 3, y 4 cifras significativas. ¿Cuál de las tres es la mejor aproximación? Razona tu respuesta.**

Con 2 cifras significativas: 3,1.

Con 3 cifras significativas: 3,14.

Con 4 cifras significativas: 3,142.

Es mejor aproximación la de 3,142 porque tiene más cifras significativas.

**15 Calcula los errores absoluto y relativo cometidos en la actividad 13.**

Error absoluto ($E_a$) = |número exacto – número aproximado|

$$\text{Error relativo } (E_r) = \frac{\text{error absoluto}}{\text{número exacto}}$$

**a. 6,123 58**

$E_a = |6{,}123\ 58 - 6{,}124| = 0{,}000\ 42$

$$E_r = \frac{0{,}000\,42}{6{,}123\,58} = 0{,}000\,068\,58$$

**b. 9,923 4**

$E_a = |9{,}923\ 4 - 9{,}923| = 0{,}000\ 4$

$$E_r = \frac{0{,}000\,4}{9{,}923\,4} = 0{,}000\,040\,3$$

**c. 7,064 81**

$E_a = |7,064\ 81 - 7,065| = 0,000\ 19$

$$E_r = \frac{0,00019}{7,06481} = 0,0000269$$

**d. 0,659 8**

$E_a = |0,659\ 8 - 0,66| = 0,000\ 2$

$$E_r = \frac{0,0002}{0,6598} = 0,000303$$

**e. 0,074 5**

$E_a = |0,074\ 5 - 0,075| = 0,000\ 5$

$$E_r = \frac{0,0005}{0,0745} = 0,0067$$

**f. 15,671 2**

$E_a = |15,671\ 2 - 15,67| = 0,0012$

$$E_r = \frac{0,0012}{15,6712} = 0,0000766$$

**g. 1,003 4**

$E_a = |1,003\ 4 - 1,003| = 0,000\ 4$

$$E_r = \frac{0,0004}{1,003\ 4} = 0,000398$$

**h. 3,000 99**

$E_a = |3,000\ 99 - 3,001| = 0,000\ 01$

$$E_r = \frac{0,00001}{3,000\ 99} = 0,0000033 3$$

**i. 563,96**

$E_a = |563,96 - 564| = 0,04$

$$E_r = \frac{0,04}{563,96} = 0,0000709$$

**16. Escribe en notación científica los siguientes números:**

Un número en notación científica consta del producto de un número decimal cuya parte entera está formada por una sola cifra distinta de cero seguido de una potencia de base 10 con exponente entero.

**a. 7 425 000** = $7,425 \cdot 10^6$

**b. 0,000 000 89** = $8{,}9 \cdot 10^{-7}$

**c. 10 000 000 000** = $10^{10}$

**d. 268,34** = $2{,}6834 \cdot 10^{-2}$

**e. 0,000 000 06** = $6 \cdot 10^{-8}$

**f. 0,000 000 001** = $10^{-9}$

**17 Escribe en forma decimal.**

**a.** $\mathbf{3{,}85 \cdot 10^{4}}$ = 38 500

**b.** $\mathbf{2{,}953 \cdot 10^{-8}}$ = 0,000 000 029 53

**c.** $\mathbf{6 \cdot 10^{-4}}$ = 0,000 6

**d.** $\mathbf{7{,}902 \cdot 10^{8}}$ = 790 200 000

**e.** $\mathbf{10^{-5}}$ = 0,000 01

**f.** $\mathbf{4{,}005 \cdot 10^{6}}$ = 4 005 000

**18 Actividad resuelta.**

**19 Realiza las siguientes operaciones en notación científica y comprueba las soluciones con la calculadora:**

**a.** $\mathbf{4{,}76 \cdot 10^{6} - 2{,}39 \cdot 10^{6}} = (4{,}76 - 2{,}39) \cdot 10^{6} = 2{,}37 \cdot 10^{6}$

**b.** $\mathbf{1{,}8 \cdot 10^{-3} + 9{,}34 \cdot 10^{-4}} = (18 + 9{,}34) \cdot 10^{-4} = 27{,}34 \cdot 10^{-4} = 2{,}734 \cdot 10^{-3}$

**c.** $\mathbf{(8{,}7 \cdot 10^{2}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-3})} = (8{,}7 \cdot 1{,}6) \cdot 10^{2 + (-3)} = 13{,}92 \cdot 10^{-1} = 1{,}392$

**d.** $\dfrac{\mathbf{1{,}3 \cdot 10^{4} + 7 \cdot 10^{4}}}{\mathbf{2 \cdot 10^{-2}}} = \dfrac{(1{,}3 + 7) \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-2}} = \dfrac{8{,}3 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-2}} = 4{,}15 \cdot \left(10^{4} \cdot 10^{-(-2)}\right) = 4{,}15 \cdot 10^{6}$

**e.** $\mathbf{(7{,}14 \cdot 10^{-5}) : (4{,}2 \cdot 10^{3})} = 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} = 1{,}7 \cdot 10^{-5+(-3)} = 1{,}7 \cdot 10^{8}$

**f.** $\mathbf{(6{,}04 \cdot 10^{4})^{3}} = 6{,}04^{3} \cdot 10^{4 \cdot 3} = 220{,}348864 \cdot 10^{12} = 2{,}203 \cdot 10^{14}$

**g.** $\mathbf{(3{,}1 \cdot 10^{-1})^{2} \cdot (6 \cdot 10^{2})} = 3{,}1^{2} \cdot 10^{(-1) \cdot 2} \cdot 6 \cdot 10^{2} = 9{,}61 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{2} =$

$= 57{,}66 \cdot 10^{(-2) + 2} = 5{,}766 \cdot 10$

**h.** $\dfrac{\mathbf{(1{,}3 \cdot 10^{4})^{2}}}{\mathbf{10^{5}}} = \dfrac{1{,}3^{2} \cdot 10^{4 \cdot 2}}{10^{5}} = 1{,}69 \cdot 10^{8} \cdot 10^{-5} = 1{,}69 \cdot 10^{8-5} = 1{,}69 \cdot 10^{3}$

**SOLUCIONES PÁG. 43**

**20 Calcula mentalmente, si es posible, estas raíces:**

**a.** $\sqrt{\mathbf{25}} = \sqrt{5^2} = \pm 5$

**b.** $\sqrt[4]{\mathbf{81}} = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{\left(3^2\right)^2} = \sqrt[4]{3^4} = \pm 3$

**c.** $\sqrt[3]{\mathbf{27}} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

**d.** $\sqrt[3]{\mathbf{-27}} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

**e.** $\sqrt[7]{\mathbf{-1}} = -1$

**f.** $\sqrt[4]{\mathbf{10\,000}} = \sqrt[4]{10^4} = \pm 10$

**g.** $\sqrt{\mathbf{0{,}01}} = \sqrt{10^{-2}} = \pm 0{,}1$

**h.** $\sqrt[5]{\mathbf{32}} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

**i.** $\sqrt[5]{\mathbf{0{,}00032}} = \sqrt[5]{0{,}2^{-5}} = 0{,}2$

**j.** $\sqrt[4]{\mathbf{-16}}$ $\rightarrow$ No se puede, porque es una raíz de índice par y radicando negativo.

**k.** $\sqrt[3]{\dfrac{\mathbf{216}}{\mathbf{125}}} = \sqrt[3]{\dfrac{6^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\dfrac{6}{5}\right)^3} = \dfrac{6}{5}$

**l.** $\sqrt[4]{\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{16}}} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{2^4}} = \sqrt[4]{\left(\dfrac{1}{2}\right)^4} = \pm\dfrac{1}{2}$

**21 Halla las siguientes raíces utilizando la calculadora e indica el resultado con cuatro cifras significativas:**

**a.** $\sqrt{\mathbf{215}} = 14{,}66$

**b.** $\sqrt[3]{\mathbf{76}} = 4{,}236$

**c.** $\sqrt[4]{\mathbf{100}} = 3{,}162$

**d.** $\sqrt[5]{\mathbf{-108}} = -2{,}551$

**e.** $\sqrt[4]{\mathbf{-48}}$ $\rightarrow$ No es real, porque es una raíz con índice par y radicando negativo.

**f.** $\sqrt[3]{\mathbf{-62}} = -3{,}958$

**g.** $\sqrt[5]{\mathbf{237}} = 2{,}985$

**h.** $\sqrt[4]{\mathbf{265}} = 4{,}035$

**22 Calcula el valor de *x* para que se cumplan las siguientes igualdades:**

**a. $2^5 = x$**

$2^5 = 32 \Rightarrow x = 32$

**b. $x^3 = -64$**

$\sqrt[3]{-64} = -4 \Rightarrow x = -4$

**c. $3^x = 81$**

$81 = 3^4 \Rightarrow x = 4$

**d. $(-5)^x = -125$**

$-125 = -5^3 \Rightarrow x = 3$

**e. $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$**

$x^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2^2}{3^2} \Rightarrow x = \frac{4}{9} \Rightarrow$

**f. $\sqrt[3]{x} = -1$**

$x = -1$

**23 Escribe estas potencias en forma de radical y calcula el resultado:**

**a.** $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{\left(2^4\right)^3} = \sqrt[4]{2^{4\cdot 3}} = 2^3 = 8$

**b.** $(-27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

**c.** $125^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(5^3\right)^2} = \sqrt[3]{5^{3\cdot 2}} = 5^2 = 25$

**d.** $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = \sqrt[6]{\left(2^6\right)^5} = \sqrt[6]{2^{6\cdot 5}} = 2^5 = 32$

**24 Efectúa las siguientes operaciones:**

**a.** $\left(\sqrt[3]{5^2 \cdot 7}\right)^8 = \sqrt[3]{\left(5^2\right)^8 \cdot 7^8} = \sqrt[3]{5^{16} \cdot 7^8}$

**b.** $\sqrt{(3a)^3} = \sqrt{3^3 a^3} = \sqrt{27a^3}$

**c.** $\left(\sqrt[4]{3}\right)^4 = \sqrt[4]{3^4} = 3^{\frac{4}{4}} = 3$

**d.** $\left(\sqrt[4]{2}\right)^{12} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$

**25 Realiza las operaciones.**

**a.** $\sqrt[4]{\sqrt{2}} = \sqrt[4\cdot 2]{2} = 2^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2}$

**b.** $\sqrt[3]{\sqrt[5]{6}} = \sqrt[3\cdot 5]{6} = \sqrt[15]{6}$

**c.** $\sqrt{\left(\sqrt[3]{7}\right)^{2}} = \sqrt[2\cdot 3]{7^{2}} = \sqrt[3]{7}$

**d.** $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}\right)^{2} = \sqrt[3\cdot 4]{5^{2}} = \sqrt[6]{5}$

**26 Comprueba si las siguientes igualdades son ciertas:**

**a.** $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{6}$

$\sqrt[12]{6} = \sqrt[12]{2}\cdot\sqrt[12]{3}$ ¹ $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{3} \Rightarrow$ Por tanto, es falsa.

**b.** $\sqrt[4]{27} : \sqrt{3} = 3$

$\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^{3}} = 3^{\frac{3}{4}}$

$3^{\frac{3}{4}} : 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$ ¹ $3$ Þ Por tanto, es falsa.

**27 Simplifica estos radicales:**

**a.** $\sqrt[12]{3^{8}} = 3^{\frac{8}{12}} = 3^{\frac{4\cdot 2}{4\cdot 3}} = 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^{2}} = \sqrt[3]{9}$

**b.** $\sqrt[20]{5^{10}} = 5^{\frac{10}{20}} = 5^{\frac{10}{2\cdot 10}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

**c.** $\sqrt[6]{4^{10}} = 4^{\frac{10}{6}} = 4^{\frac{2\cdot 5}{2\cdot 3}} = 4^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4^{5}} = \sqrt[3]{1024}$

**d.** $\sqrt[18]{2^{16}} = 2^{\frac{16}{18}} = 2^{\frac{2\cdot 8}{2\cdot 9}} = 2^{\frac{8}{9}} = \sqrt[9]{2^{8}} = \sqrt[9]{256}$

**e.** $\sqrt[4]{3^{10}\cdot 7^{6}} = 3^{\frac{10}{4}}\cdot 7^{\frac{6}{4}} = 3^{\frac{5\cdot 2}{2\cdot 2}}\cdot 7^{\frac{2\cdot 3}{2\cdot 2}} = \sqrt{3^{5}\cdot 7^{3}}$

**f.** $\sqrt[8]{16x^{4}} = \sqrt[8]{2^{4}x^{4}} = 2^{\frac{4}{8}}\cdot x^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x}$

**g.** $\sqrt[3]{216} = 3^{\frac{3}{3}}\cdot 2^{\frac{3}{3}} = 3\cdot 2 = 6$

**h.** $\sqrt[18]{64a^{6}b^{3}} = \sqrt[18]{2^{6}a^{6}b^{3}} = 2^{\frac{6}{18}}\cdot a^{\frac{6}{18}}\cdot b^{\frac{3}{18}} = 2^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{3}{6}} = \sqrt[3]{2a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt[6]{2^{2}a^{2}b} = \sqrt[6]{4a^{2}b}$

**SOLUCIONES PÁG. 45**

**28 Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:**

**a.** $\sqrt{\mathbf{32}} = \sqrt{2^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

**b.** $\sqrt[4]{\mathbf{64}} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}$

**c.** $\sqrt[3]{\mathbf{81}} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = 3\sqrt[3]{3}$

**d.** $\sqrt[4]{\mathbf{224}} = \sqrt[4]{2^5 \cdot 7} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2 \cdot 7} = 2\sqrt[4]{14}$

**e.** $\sqrt{\mathbf{125}} = \sqrt{5^3} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

**f.** $\sqrt[5]{\mathbf{486}} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 2} = 3\sqrt[5]{2}$

**g.** $\sqrt{\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}} = \sqrt{\dfrac{2^3}{3^3}} = \sqrt{\dfrac{2^2 \cdot 2}{3^2 \cdot 3}} = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

**h.** $\sqrt[3]{\dfrac{\mathbf{16}}{\mathbf{125}}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^4}{5^3}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3 \cdot 2}{5^3}} = \dfrac{2}{5}\sqrt[3]{2}$

**29 Extrae los factores que puedas de estos radicales:**

**a.** $\sqrt{\mathbf{5^3}} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

**b.** $\sqrt[3]{\mathbf{2^8}} = \sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2} = 4\sqrt[3]{4}$

**c.** $\sqrt[5]{\mathbf{3^4 \cdot 5^5}} = 5\sqrt[5]{3^4} = 5\sqrt[5]{81}$

**d.** $\sqrt[3]{\boldsymbol{x^{17}y^{27}}} = \sqrt[3]{\left(x^5\right)^3 \cdot x^2 \cdot \left(y^9\right)^3} = x^5 y^9 \sqrt[3]{x^2}$

**e.** $\sqrt{\mathbf{3^{14} \cdot 5^{27}}} = \sqrt{\left(3^7\right)^2 \cdot \left(5^9\right)^2 \cdot \left(5^4\right)^2 \cdot 5} = 3^7 \cdot 5^{13}\sqrt{5}$

**f.** $\sqrt[6]{\mathbf{13^{21} \cdot 17^{43}}} = \sqrt[6]{\left(13^3\right)^6 \cdot 13^3 \cdot \left(17^7\right)^6 \cdot 17} = 13^3 \cdot 17^7 \sqrt[6]{13^3 \cdot 17}$

**g.** $\sqrt[5]{\mathbf{32a^5b^{10}c^{15}}} = \sqrt[5]{2^5 \cdot a^5 \cdot \left(b^2\right)^5 \cdot \left(c^3\right)^5} = 2ab^2c^3$

**h.** $\sqrt{\dfrac{\mathbf{4a^4}}{\mathbf{25c^8}}} = \sqrt{\dfrac{2^2\left(a^2\right)^2}{5^2\left(c^4\right)^2}} = \dfrac{2a^2}{5c^4}$

**i.** $\sqrt{\dfrac{\mathbf{2^{17}}}{\mathbf{5^{15}}}} = \sqrt{\dfrac{\left(2^8\right)^2 \cdot 2}{\left(5^7\right)^2 \cdot 5}} = \dfrac{2^8}{5^7}\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

**30 Introduce el factor dentro de la raíz y, si es posible, simplifica.**

a. $\mathbf{5\sqrt{5}} = \sqrt{(5)^2 5} = \sqrt{5^3} = \sqrt{125}$

b. $\mathbf{3\sqrt[4]{6}} = 3\sqrt[4]{3\cdot 2} = \sqrt[4]{3^4\cdot 3\cdot 2} = \sqrt[4]{3^5\cdot 2} = \sqrt[4]{486}$

c. $\mathbf{\frac{3}{2}\sqrt[3]{16}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3 16} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}\cdot 2^4} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}\cdot 2^3\cdot 2} = \sqrt[3]{3^3\cdot 2} = \sqrt[3]{54}$

d. $\mathbf{9\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{9^3\cdot 10} = \sqrt[3]{7290}$

e. $\mathbf{7^2\sqrt{7}} = \sqrt{\left(7^2\right)^2\cdot 7} = \sqrt{7^5} = \sqrt{16807}$

f. $\mathbf{2\sqrt[3]{\frac{1}{16}}} = \sqrt[3]{2^3\cdot\frac{1}{16}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{2^4}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

g. $\mathbf{2\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{2^3\cdot 4} = \sqrt[3]{2^3\cdot 2^2} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{32}$

h. $\boldsymbol{x\sqrt{2x}} = \sqrt{x^2 2x} = \sqrt{2x^3}$

i. $\boldsymbol{x^3\sqrt{3y}} = \sqrt{\left(x^3\right)^2 3y} = \sqrt{x^6 3y} = \sqrt{3x^6 y}$

j. $\boldsymbol{2x^2\sqrt[4]{x^3}} = \sqrt[4]{\left(2x^2\right)^4 x^3} = \sqrt[4]{16x^8x^3} = \sqrt[4]{16x^{11}}$

k. $\boldsymbol{4x\sqrt[3]{2x^2y}} = \sqrt[3]{(4x)^3 2x^2y} = \sqrt[3]{4^3x^3 2x^2y} = \sqrt[3]{128x^5y}$

l. $\mathbf{\frac{ab^2}{c^4}\sqrt[3]{\frac{ac^2}{b}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{ab^2}{c^4}\right)^3 \frac{ac^2}{b}} = \sqrt[3]{\frac{a^3b^6}{c^{12}}\cdot\frac{ac^2}{b}} = \sqrt[3]{\frac{a^4b^5}{c^{10}}}$

**31 Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de R para que la igualdad sea cierta.**

a. $\mathbf{\sqrt[4]{128} = R\sqrt[4]{2^3}}$

$\sqrt[4]{2^7} = R\sqrt[4]{2^3} \Rightarrow \sqrt[4]{2^4\cdot 2^3} = R\sqrt[4]{2^3} \Rightarrow 2\sqrt[4]{2^3} = R\sqrt[4]{2^3} \Rightarrow R = 2$

b. $\mathbf{5\sqrt[3]{R} = \sqrt[3]{500}}$

$5\sqrt[3]{R} = \sqrt[3]{5^3\cdot 4} \Rightarrow 5\sqrt[3]{R} = 5\sqrt[3]{4} \Rightarrow R = 4$

c. $\mathbf{\sqrt{3R} = a^2\sqrt{3}}$

$\sqrt{3R} = \sqrt{3\left(a^2\right)^2} \Rightarrow \sqrt{3R} = \sqrt{3a^4} \Rightarrow R = a^4$

**d.** $\mathbf{R\sqrt[4]{3xy^3} = \sqrt[4]{3^{17}x^5y^3}}$

$$R\sqrt[4]{3xy^3} = \sqrt[4]{\left(3^4\right)^4 \cdot 3x^4x\,y^3} \Rightarrow R\sqrt[4]{3xy^3} = 3^4x\sqrt[4]{3xy^3} \Rightarrow R = 3^4x \Rightarrow R = 81x$$

**e.** $\mathbf{Ry^2\sqrt[3]{3x^2y} = \sqrt[3]{24x^5R}}$

$$\left(Ry^2\sqrt[3]{3x^2y}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{24x^5R}\right)^3 \Rightarrow R^3\left(y^2\right)^3 3x^2y = 24x^5R \Rightarrow R^2y^7 = 8x^3 \Rightarrow R = \pm\sqrt{\frac{8x^3}{y^7}}$$

**f.** $\mathbf{\frac{R}{b^2}\sqrt{5ab} = \sqrt{\frac{20a^7}{R}}}$

$$\left(\frac{R}{b^2}\sqrt{5ab}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{20a^7}{R}}\right)^2 \Rightarrow \frac{R^2}{b^4}5ab = \frac{20a^7}{R} \Rightarrow \frac{R^3}{b^3} = 4a^6 \Rightarrow R = \sqrt[3]{4a^6b^3} \Rightarrow R = a^2b\sqrt[3]{4}$$

**SOLUCIONES PÁG. 47**

**32 Indica si los siguientes radicales son semejantes:**

**a.** $\mathbf{5\sqrt{3}, 2\sqrt{3}}$

Sí son semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

**b.** $\mathbf{-\sqrt[5]{6}, 3\sqrt[5]{6}, \sqrt[5]{8}}$

No son semejantes porque no tienen el mismo radicando.

**c.** $\mathbf{\sqrt[3]{2^4\cdot 3^5}, \sqrt[3]{2^5\cdot 3^4}}$

No son semejantes porque no tienen el mismo radicando.

**d.** $\mathbf{3\sqrt[4]{2^7}, 3\sqrt[7]{2^4}}$

Primero reducimos a radicales con el mismo índice, teniendo en cuenta que m.c.m. (4, 7) = 28.

$$3\sqrt[4]{2^7} = 3\sqrt[28]{2^{49}}$$
$$3\sqrt[7]{2^4} = 3\sqrt[28]{2^{16}}$$

No son semejantes porque no tienen el mismo radicando.

**33 Averigua si estos radicales son semejantes:**

**a.** $\sqrt{32}, -\sqrt{72}, \sqrt{128}$

$\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = 4\sqrt{2}$

$-\sqrt{72} = -\sqrt{3^2 \cdot 2^3} = -6\sqrt{2}$

$\sqrt{128} = \sqrt{2^7} = 8\sqrt{2}$

Sí son semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

**b.** $\sqrt{3}, 2\sqrt{27}, \sqrt{81}$

$\sqrt{3}$

$2\sqrt{27} = 2\sqrt{3^3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{81} = \sqrt{3^4} = 9$

No son semejantes porque no tienen el mismo radicando.

**c.** $3\sqrt[3]{56}, \sqrt[3]{189}, 5\sqrt[3]{7}$

$3\sqrt[3]{56} = 3\sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = 6\sqrt[3]{7}$

$\sqrt[3]{189} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 7} = 3\sqrt[3]{7}$

$5\sqrt[3]{7}$

Sí son semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

**d.** $3\sqrt[4]{25}, 8\sqrt{5}, \sqrt[3]{125}$

$3\sqrt[4]{25} = 3\sqrt[4]{5^2} = 3\sqrt{5}$

$8\sqrt{5}$

$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

No son semejantes porque no tienen el mismo índice.

**e.** $a\sqrt{3b}, \sqrt{3a^4b}, \sqrt{3b^3}$

$a\sqrt{3b}$

$\sqrt{3a^4b} = a^2\sqrt{3b}$

$\sqrt{3b^3} = b\sqrt{3b}$

Sí son semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

**f.** $\sqrt{24ab^2}, 3\sqrt{12a}$

$\sqrt{24ab^2} = b\sqrt{2^2 \cdot 6a} = b2\sqrt{6a}$

$3\sqrt{12a} = 3\sqrt{2^2 \cdot 3a} = 6\sqrt{3a}$

No son semejantes porque no tienen el mismo radicando.

**34 Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de R para que los siguientes radicales sean semejantes:**

**a.** $\sqrt{45}, \sqrt{3^R \cdot 5}$

$\sqrt{3^2 \cdot 5}, \sqrt{3^R \cdot 5} \Rightarrow R = 2$ Cualquier número par.

**b.** $4\sqrt{27}, 2\sqrt{R^5}$

$4\sqrt{3^3}, 2\sqrt{R^4 \cdot R} \Rightarrow 12\sqrt{3}, 2R^2\sqrt{R} \Rightarrow R = 3$

**c.** $\sqrt{2^5 \cdot R^7}, \sqrt{5^3 \cdot R^9}$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{2^5 \cdot R^7} = 4R^3\sqrt{2R} \\ \sqrt{5^3 \cdot R^9} = 25R^4\sqrt{5R}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\sqrt{2R} \Rightarrow R = 5 \\ \sqrt{5R} \Rightarrow R = 2\end{array}$$

**d.** $\sqrt[3]{2^6 \cdot R}, \sqrt[3]{24}$

$\sqrt[3]{2^6 \cdot R}, \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \Rightarrow 2^6 \cdot R = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow R = \dfrac{2^3 \cdot 3}{2^6} = \dfrac{3}{8}$

**e.** $\sqrt[4]{7^3}, \sqrt[R]{7^6}$

$7^{\frac{3}{4}}, 7^{\frac{6}{R}} \Rightarrow \dfrac{3}{4} = \dfrac{6}{R} \Rightarrow R = 8$

**f.** $\sqrt[5]{2^4}, \sqrt[3]{\sqrt[R]{2^{12}}}$

$2^{\frac{4}{5}}, 2^{\frac{12}{3R}}\ \dfrac{4}{5} = \dfrac{4}{R} \Rightarrow R = 5 \Rightarrow$

**35 Estudia si los siguientes radicales son equivalentes:**

**a.** $\sqrt{2}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[8]{16}$

$2^{\frac{1}{2}}, 2^{\frac{2}{4}}, 2^{\frac{4}{8}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}}, 2^{\frac{1}{2}}, 2^{\frac{1}{2}}$

Sí lo son.

**b.** $\sqrt{\sqrt[3]{25}}, \left(\sqrt{5}\right)^3$

$5^{\frac{2}{3 \cdot 2}}, 5^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 5^{\frac{1}{3}}, 5^{\frac{3}{2}}$

No lo son.

c. $\sqrt{9}, \sqrt[3]{27}, \sqrt[4]{81}$

$\sqrt{3^2}, \sqrt[3]{3^3}, \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 3, 3, 3$

Sí lo son.

d. $\left(\sqrt[4]{x}\right)^3, \sqrt[6]{x^4}$

$x^{\frac{3}{4}}, x^{\frac{4}{6}} \Rightarrow x^{\frac{3}{4}}, x^{\frac{2}{3}}$

No lo son.

**36 Resuelve las siguientes sumas y restas de radicales:**

a. $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = (3 + 2 - 1)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b. $-4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -(4 + 5 + 2)\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

c. $\sqrt{7} - \left(2\sqrt{7} - 5\sqrt{7}\right) = (1 - 2 + 5)\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

d. $\left(2\sqrt{5} + \sqrt{5}\right) - \left(8\sqrt{5} - \sqrt{5}\right) = \sqrt{5}\,(2 + 1) - \sqrt{5}\,(8 - 1) = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$

e. $\sqrt[4]{3} + 2\sqrt[4]{3} + 5\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3}\,(1 + 2 + 5) = 8\sqrt[4]{3}$

f. $\sqrt[4]{11} - 2\sqrt[4]{11} + \sqrt[4]{11} = \sqrt[4]{11}(1 - 2 + 1) = 0$

g. $-9\sqrt[5]{4} - 3\sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4}\,(-9 - 3 + 1) = -11\sqrt[5]{4}$

h. $7\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}\,(7 - 1 - 6) = 0$

**37 Realiza estas operaciones con radicales:**

a. $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}\left(3 + \frac{2}{3} - 1\right) = \frac{8}{3}\sqrt{5}$

b. $\frac{4}{5}\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \frac{6}{5}\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(\frac{4}{5} - 5 + \frac{6}{5}\right) = -3\sqrt{2}$

c. $\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{2}{5}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{3} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{20}\sqrt{3}$

d. $2\sqrt{5} - \left(\frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{5}{6}\sqrt{5}\right) = \sqrt{5}\left(2 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{5}$

**e.** $\mathbf{\frac{3}{10}\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{6} + \frac{2}{5}\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{6}\left(\frac{3}{10} + 2 + \frac{2}{5}\right) = \frac{27}{10}\sqrt[3]{6}$

**f.** $\mathbf{-\sqrt[4]{4} - \frac{3}{8}\sqrt[4]{4} - \frac{\sqrt[4]{4}}{6}} = \sqrt[4]{4}\left(-1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) = -\frac{37}{24}\sqrt[4]{4}$

**g.** $\mathbf{-\sqrt[4]{7} + 3\sqrt[4]{7} - \frac{\sqrt[4]{7}}{5}} = \sqrt[4]{7}\left(-1 + 3 - \frac{1}{5}\right) = \frac{9}{5}\sqrt[4]{7}$

**h.** $\mathbf{\frac{\sqrt[3]{2}}{3} + \frac{2\sqrt[3]{2}}{15} + \frac{4\sqrt[3]{2}}{5}} = \sqrt[3]{2}\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{15} + \frac{4}{5}\right) = \frac{19}{15}\sqrt[3]{2}$

**38 Expresa como un solo radical.**

**a.** $\mathbf{\sqrt{8} + \sqrt{18}} = \sqrt{2^3} + \sqrt{3^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

**b.** $\mathbf{4\sqrt{27} - 5\sqrt{12}} = 4\sqrt{3^3} - 5\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4 \cdot 3\sqrt{3} - 5 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

**c.** $\mathbf{2\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135}} = 2\sqrt[3]{2^3 \cdot 5} + \sqrt[3]{3^3 \cdot 5} = 4\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} = 7\sqrt[3]{5}$

**39 Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:**

**a.** $\mathbf{5\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \sqrt{75}} = 5\sqrt{2^2 \cdot 3} + 3\sqrt{3^3} - \sqrt{5^2 \cdot 3} = 10\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

**b.** $\mathbf{-\sqrt{45} - 8\sqrt{20} + \sqrt{5}} = -\sqrt{3^2 \cdot 5} - 8\sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{5} = -18\sqrt{5}$

**c.** $\mathbf{\sqrt{48} + 5\sqrt{3} + \sqrt{147}} = \sqrt{3 \cdot 2^4} + 5\sqrt{3} + \sqrt{3 \cdot 7^2} = 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

**d.** $\mathbf{\sqrt{24} - \frac{1}{3}\sqrt{54}} = \sqrt{2^3 \cdot 3} - \frac{1}{3}\sqrt{3^3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} - \frac{3}{3}\sqrt{6} = \sqrt{6}$

**e** $\mathbf{\sqrt{\sqrt{64}} + \frac{2}{3}\sqrt{10} + \frac{2}{3}\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{64}} + \frac{2}{3}\sqrt{10} + \frac{2}{3}\sqrt{2} = \sqrt[4]{2^6} + \frac{2}{3}\sqrt{10} + \frac{2}{3}\sqrt{2}$

$= 2\sqrt[2]{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3}\sqrt{10} = \frac{8}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3}\sqrt{10}$

**f.** $\mathbf{-6\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{15}} = -6\sqrt{2^3} - 3\sqrt{3^2 \cdot 2} + 4\sqrt{3 \cdot 5} = -12\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 4\sqrt{15}$

$= -21\sqrt{2} + 4\sqrt{15}$

**40 Actividad resuelta.**

**41 Reduce todo lo posible las siguientes sumas y restas.**

a. $\mathbf{\sqrt[4]{8} - 5\sqrt[8]{64}} = \sqrt[4]{2^3} - 5\sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} - 5\sqrt[4]{2^3} = -4\sqrt[4]{2^3}$

b. $\mathbf{3\sqrt[3]{\sqrt{2}} - 5\sqrt[6]{2}} = 3\sqrt[6]{2} - 5\sqrt[6]{2} = -2\sqrt[6]{2}$

c. $\mathbf{\left(\sqrt[4]{3}\right)^2 + 5\sqrt[6]{27}} = \sqrt{3} + 5\sqrt[6]{3^3} = 6\sqrt{3}$

**42 Comprueba si las siguientes igualdades son ciertas:**

a. $\mathbf{\sqrt{16+25} = \sqrt{16} + \sqrt{25}}$

$\sqrt{41} \neq 4 + 5 \Rightarrow \sqrt{41} \neq 9$ Es falsa.

b. $\mathbf{\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{27-8}}$

$\sqrt[3]{3^3} - \sqrt[3]{2^3} \neq \sqrt[3]{19} \Rightarrow 3 - 2 \neq \sqrt[3]{19} \Rightarrow 1 \neq \sqrt[3]{19} \rightarrow$ Es falsa.

**43 Resuelve estas operaciones combinadas con radicales y simplifica el resultado todo lo posible:**

a. $\mathbf{7\sqrt{2}\cdot\sqrt{5} + \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} - \left(\sqrt{8}\right)^3\cdot\sqrt{5}} = 7\sqrt{10} + \sqrt{\frac{20}{2}} - \left(\sqrt{2^3}\right)^3\cdot\sqrt{5} =$

$= 7\sqrt{10} + \sqrt{10} - \sqrt{2^9}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{10}\left(7 + 1 - 16\right) = -8\sqrt{10}$

b. $\mathbf{-5\sqrt[3]{\sqrt{8}} + 3\sqrt{32} - \sqrt{3}\cdot\sqrt{15}} = -5\sqrt[6]{2^3} + 3\sqrt{2^5} - \sqrt{3^2\cdot 5}$

$= -5\sqrt{2} + 3\cdot 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

c. $\mathbf{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right) - \sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{125} - \sqrt{30}\right)} = \sqrt{5}\cdot\sqrt{2} + \sqrt{5}\cdot\sqrt{3} - \sqrt{3}\cdot\left(5\sqrt{5} - \sqrt{30}\right)$

$= \sqrt{10} + \sqrt{15} - 5\sqrt{15} + 3\sqrt{10} = 4\sqrt{10} - 4\sqrt{15}$

d. $\mathbf{\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt{8}} - 6\sqrt[3]{\sqrt{8}} + \left(5\sqrt[12]{2}\right)^4} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2^2}\cdot\sqrt{2^3}} - 6\sqrt[6]{8} + 5^4\sqrt[3]{2} =$

$= \sqrt[12]{\frac{2^4}{2^6\cdot 2^{18}}} - 6\sqrt{2} + 625\sqrt[3]{2} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}} - 6\sqrt{2} + 625\sqrt[3]{2}$

**SOLUCIONES PÁG. 49**

**44 Reduce a común índice los radicales siguientes:**

**a.** $\sqrt{2}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{5}$

m.c.m (2, 4, 3) = 12

$\sqrt{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64}$

$\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27}$

$\sqrt[3]{5} = \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[12]{625}$

**b.** $\sqrt[4]{10}, \sqrt[6]{5}$

m.c.m (4, 6) = 12

$\sqrt[4]{10} = \sqrt[12]{10^3}$

$\sqrt[6]{5} = \sqrt[12]{5^2} = \sqrt[12]{5^2}$

**c.** $\sqrt[3]{4}, \sqrt[6]{6}, \sqrt[8]{2}$

m.c.m (3, 6, 8) = 24

$\sqrt[3]{4} = \sqrt[24]{4^8}$

$\sqrt[6]{6} = \sqrt[24]{6^4}$

$\sqrt[8]{2} = \sqrt[24]{2^3}$

**d.** $\sqrt[3]{2^2}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt[5]{3^2}, \sqrt[6]{5}$

m.c.m (3, 4, 5, 6) = 60

$\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[60]{\left(2^2\right)^{20}} = \sqrt[60]{2^{40}}$

$\sqrt[4]{5^3} = \sqrt[60]{\left(5^3\right)^{15}} = \sqrt[60]{5^{45}}$

$\sqrt[5]{3^2} = \sqrt[60]{\left(3^2\right)^{12}} = \sqrt[60]{3^{24}}$

$\sqrt[6]{5} = \sqrt[60]{5^{10}}$

**45 Reduce a común índice.**

**a.** $\sqrt{a}, \sqrt[4]{b^3}, \sqrt[8]{c^5}$

m.c.m (2, 4, 8) = 8

$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{8}} = \sqrt[8]{a^4}$

$\sqrt[4]{b^3} = b^{\frac{3}{4}} = b^{\frac{6}{8}} = \sqrt[8]{b^6}$

$\sqrt[8]{c^5}$

**b.** $\sqrt[5]{x^3}, \sqrt[6]{x^5}, \sqrt[3]{x^2}$

m.c.m (5, 6, 3) = 30

$\sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} = x^{\frac{18}{30}} = \sqrt[30]{x^{18}}$

$\sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{25}{30}} = \sqrt[30]{x^{25}}$

$\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{20}{30}} = \sqrt[30]{x^{20}}$

**c.** $\sqrt[3]{2^2x^2y^5}, \sqrt[4]{3xy^3}, \sqrt[5]{2^3x^4y}$

m.c.m (3, 4, 5) = 60

$\sqrt[3]{2^2x^2y^5} = 2^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{5}{3}} = 2^{\frac{40}{60}}x^{\frac{40}{60}}y^{\frac{100}{60}} = \sqrt[60]{2^{40}x^{40}y^{100}}$

$\sqrt[4]{3xy^3} = 3^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{15}{60}}x^{\frac{15}{60}}y^{\frac{45}{60}} = \sqrt[60]{3^{15}x^{15}y^{45}}$

$\sqrt[5]{2^3x^4y} = 2^{\frac{3}{5}}x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{36}{60}}x^{\frac{48}{60}}y^{\frac{12}{60}} = \sqrt[60]{2^{36}x^{48}y^{12}}$

**d.** $\sqrt[8]{a^3b^5}, \sqrt[12]{a^7b^5}, \sqrt[10]{ab^3}$

m.c.m (8, 12, 10) = 120

$\sqrt[8]{a^3b^5} = a^{\frac{3}{8}}b^{\frac{5}{8}} = a^{\frac{45}{120}}b^{\frac{75}{120}} = \sqrt[120]{a^{45}b^{75}}$

$\sqrt[12]{a^7b^5} = a^{\frac{7}{12}}b^{\frac{5}{12}} = a^{\frac{70}{120}}b^{\frac{50}{120}} = \sqrt[120]{a^{70}b^{50}}$

$\sqrt[10]{ab^3} = a^{\frac{1}{10}}b^{\frac{3}{10}} = a^{\frac{12}{120}}b^{\frac{36}{120}} = \sqrt[120]{a^{12}b^{36}}$

**46 Ordena de menor a mayor los siguientes radicales:**

**a.** $\sqrt{3}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{3}$

m.c.m (2, 3, 5) = 30

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{15}{30}}\\ \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{10}{30}}\\ \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{6}{30}}\end{array}\right\} \Rightarrow 3^{\frac{6}{30}} < 3^{\frac{10}{30}} < 3^{\frac{15}{30}} \Rightarrow \sqrt[5]{3} < \sqrt[3]{3} < \sqrt{3}$$

**b.** $\sqrt[6]{6}, \sqrt[4]{5}, -\sqrt[8]{7}, \sqrt{2}$

m.c.m (6, 4, 8, 2) = 24

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{6}} = 6^{\frac{4}{24}}\\ \sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{6}{24}}\\ -\sqrt[8]{7} = -7^{\frac{1}{8}} = -7^{\frac{3}{24}}\\ \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{12}{24}}\end{array}\right\} \Rightarrow -7^{\frac{3}{24}} < 6^{\frac{4}{24}} < 2^{\frac{12}{24}} < 5^{\frac{6}{24}} \Rightarrow -\sqrt[8]{7} < \sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[4]{5}$$

**c.** $\sqrt[4]{2^7}, \sqrt[9]{2^5}, \sqrt[12]{2^{11}}$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt[4]{2^7} = 2^{\frac{7}{4}}\\ \sqrt[9]{2^5} = 2^{\frac{5}{9}}\\ \sqrt[12]{2^{11}} = 2^{\frac{11}{12}}\end{array}\right\} \Rightarrow 2^{\frac{5}{9}} < 2^{\frac{11}{12}} < 2^{\frac{7}{4}} \Rightarrow \sqrt[9]{2^5} < \sqrt[12]{2^{11}} < \sqrt[4]{2^7}$$

**d.** $-\sqrt[15]{a^3}, \sqrt[10]{a^7}, -\sqrt[12]{a^5}, \sqrt[9]{a^4}$

$$\left.\begin{array}{l}-\sqrt[15]{a^3} = -a^{\frac{3}{15}}\\ \sqrt[10]{a^7} = a^{\frac{7}{10}}\\ -\sqrt[12]{a^5} = -a^{\frac{5}{12}}\\ \sqrt[9]{a^4} = a^{\frac{4}{9}}\end{array}\right\} - a^{\frac{5}{12}} < -a^{\frac{3}{15}} < a^{\frac{4}{9}} < a^{\frac{7}{10}} \Rightarrow -\sqrt[12]{a^5} < -\sqrt[15]{a^3} < \sqrt[9]{a^4} < \sqrt[10]{a^7}$$

**47 Comprueba, con ayuda de la calculadora, los resultados de los apartados a, b y c de la actividad anterior.**

**a.** $\mathbf{\sqrt{3}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{3}}$

1,245 7 < 1,442 < 1,732

**b.** $\mathbf{\sqrt[6]{6}, \sqrt[4]{5}, -\sqrt[8]{7}, \sqrt{2}}$

–1,275 < 1,348 < 1,414 < 1,495

**c.** $\mathbf{\sqrt[4]{2^7}, \sqrt[9]{2^5}, \sqrt[12]{2^{11}}}$

1,469 < 1,887 < 3,363

**48 Multiplica los siguientes radicales y simplifica los resultados que sea posible:**

**a.** $\mathbf{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{5 \cdot 3} = \sqrt{15}$

**b.** $\mathbf{4\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{3}} = 4 \cdot 2\sqrt{7 \cdot 3} = 8\sqrt{21}$

**c.** $\mathbf{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{11}} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 11} = \sqrt{110}$

**d.** $\mathbf{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

**e.** $\mathbf{2\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^2}} = 2\sqrt[5]{3^2 \cdot 3^2} = 2\sqrt[5]{3^4}$

**f.** $\mathbf{\sqrt[4]{2 \cdot 5} \cdot \sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{2 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt[4]{50}$

**g.** $\mathbf{\sqrt[3]{5^2} \cdot 3\sqrt[3]{5}} = 3\sqrt[3]{5^2 \cdot 5} = 3\sqrt[3]{5^3} = 15$

**h.** $\mathbf{\sqrt[8]{3^3} \cdot \sqrt[8]{3}} = \sqrt[8]{3^3 \cdot 3} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

**i.** $\mathbf{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}} = 3\sqrt{2 \cdot 7} = 3\sqrt{14}$

**49 Realiza las siguientes multiplicaciones:**

**a.** $\mathbf{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5}} = 3^{\frac{3}{6}} \cdot 5^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 5^2} = \sqrt[6]{675}$

**b.** $\mathbf{\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{2}} = 5^{\frac{2}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5^2 \cdot 2} = \sqrt[4]{50}$

**c.** $\mathbf{5\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{3}} = 5 \cdot 2^{\frac{4}{12}} \cdot 3^{\frac{3}{12}} = 5\sqrt[12]{2^4 \cdot 3^3} = 5\sqrt[12]{432}$

**d.** $\mathbf{2\sqrt[3]{6} \cdot 3\sqrt[4]{9}} = 2 \cdot 6^{\frac{4}{12}} \cdot 3 \cdot 9^{\frac{3}{12}} = 2 \cdot 3\sqrt[12]{6^4 \cdot 9^3} = 6\sqrt[12]{(3 \cdot 2)^4 \cdot (3^2)^3}$

$= 6\sqrt[12]{2^4 \cdot 3^{10}} = 6\sqrt[6]{972}$

**e.** $\sqrt[3]{\mathbf{20}}\cdot\sqrt[6]{\mathbf{10}} = 20^{\frac{2}{6}}\cdot 10^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{20^2\cdot 10} = \sqrt[6]{20^2\cdot 10} = \sqrt[6]{4\,000}$

**f.** $\sqrt[6]{\mathbf{5}}\cdot\sqrt[8]{\mathbf{2}} = 5^{\frac{1}{6}}\cdot 2^{\frac{1}{8}} = \sqrt[24]{5^4\cdot 2^3} = \sqrt[24]{5\,000}$

**g.** $\sqrt[3]{\mathbf{2}}\cdot \mathbf{5}\sqrt[9]{\mathbf{16}} = 5\sqrt[9]{2^3\cdot 16} = 5\sqrt[9]{128}$

**h.** $\sqrt[3]{\mathbf{3}}\cdot\sqrt[4]{\mathbf{8}} = \sqrt[12]{3^4\cdot 8^3} = \sqrt[12]{41472}$

**i.** $\sqrt{\mathbf{3}}\cdot\sqrt{\mathbf{5}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{4}} = \sqrt[6]{3^3\cdot 5^3\cdot 4^2} = \sqrt[6]{54\,000}$

**50 Realiza las siguientes multiplicaciones y simplifica los resultados:**

**a.** $\sqrt[3]{\mathbf{81}}\cdot\sqrt{\mathbf{3}} = \sqrt[3]{3^4}\cdot\sqrt{3} = 3\sqrt[6]{3^2\cdot 3^3} = 3\sqrt[6]{243}$

**b.** $\sqrt[4]{\mathbf{12}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{4}} = \sqrt[12]{12^3\cdot 4^4} = \sqrt[12]{2^{12}\cdot 2^2\cdot 3^3} = 2\sqrt[12]{108}$

**c.** $\sqrt[3]{\mathbf{25}}\cdot\sqrt[5]{\mathbf{125}} = \sqrt[15]{5^{10}\cdot 5^9} = 5\sqrt[15]{5^4} = 5\sqrt[15]{625}$

**d.** $\mathbf{7}\sqrt[4]{\mathbf{8}}\cdot\sqrt{\mathbf{2}} = 7\sqrt[4]{2^3\cdot 2^2} = 7\cdot 2\sqrt[4]{2} = 14\sqrt[4]{2}$

**e.** $\mathbf{3}\sqrt[8]{\mathbf{2}}\cdot \mathbf{5}\sqrt[10]{\mathbf{32}} = 15\sqrt[40]{2^5\cdot 2^{20}} = 15\sqrt[40]{2^{25}} = 15\sqrt[8]{2^5} = 15\sqrt[8]{32}$

**f.** $\sqrt[3]{\mathbf{25}}\cdot\sqrt[5]{\mathbf{25}} = \sqrt[15]{5^{10}\cdot 5^6} = 5\sqrt[15]{5}$

**g.** $-\mathbf{3}\sqrt[6]{\mathbf{32}}\cdot\sqrt[9]{\mathbf{128}} = -3\sqrt[18]{2^{15}\cdot 2^{14}} = -6\sqrt[18]{2\,048}$

**h.** $\sqrt{\mathbf{40}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{4}} = \sqrt[6]{2^9\cdot 5^3\cdot 2^4} = 4\sqrt[6]{250}$

**i.** $\sqrt{\mathbf{6}}\cdot\sqrt[3]{\mathbf{4}}\cdot\sqrt[4]{\mathbf{27}} = \sqrt[12]{6^6\cdot 4^4\cdot 27^3} = 6\sqrt[12]{108}$

**51 Realiza las siguientes divisiones de radicales:**

**a.** $\dfrac{\sqrt{\mathbf{27}}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = \sqrt{\dfrac{3^3}{3}} = 3$

**b.** $\dfrac{\sqrt{\mathbf{32}}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \sqrt{\dfrac{2^5}{2}} = 4$

**c.** $\dfrac{\sqrt[3]{\mathbf{4}}}{\sqrt[3]{\mathbf{2}}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^2}{2}} = \sqrt[3]{2}$

**d.** $\dfrac{\mathbf{6}\sqrt[4]{\mathbf{12}}}{\mathbf{2}\sqrt[4]{\mathbf{4}}} = 3\sqrt[4]{\dfrac{4\cdot 3}{4}} = 3\sqrt[4]{3}$

**e.** $\dfrac{\sqrt[3]{\mathbf{20}}}{\sqrt[3]{\mathbf{15}}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^2 \cdot 5}{3 \cdot 5}} = \sqrt[3]{\dfrac{4}{3}}$

**f.** $\dfrac{\mathbf{7}\sqrt[5]{\mathbf{18}}}{\sqrt[5]{\mathbf{8}}} = 7\sqrt[5]{\dfrac{3^2 \cdot 2}{2^3}} = 7\sqrt[5]{\dfrac{9}{4}}$

**g.** $\dfrac{\sqrt[4]{\boldsymbol{x}^{\mathbf{3}}}}{\sqrt[4]{\boldsymbol{x}}} = \sqrt[4]{\dfrac{x^2 \cdot x}{x}} = \sqrt[4]{x^2} = \sqrt{x}$

**h.** $\dfrac{\mathbf{8}\sqrt[6]{\boldsymbol{x}^{\mathbf{5}}}}{\mathbf{2}\sqrt[6]{\boldsymbol{x}^{\mathbf{4}}}} = 4\sqrt[6]{\dfrac{x^5}{x^4}} = 4\sqrt[6]{x}$

**52 Actividad resuelta.**

**53 Efectúa estas divisiones y simplifica los resultados:**

**a.** $\dfrac{\sqrt[3]{\mathbf{4}}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^4}{2^3}} = \sqrt[6]{2}$

**b.** $\dfrac{\sqrt{\mathbf{10}}}{\sqrt[4]{\mathbf{5}}} = \sqrt[4]{\dfrac{10^2}{5}} = \sqrt[4]{20}$

**c.** $\dfrac{\sqrt[3]{\mathbf{6}}}{\sqrt[4]{\mathbf{2}}} = \sqrt[12]{\dfrac{6^4}{2^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{(3 \cdot 2)^4}{2^3}} = \sqrt[12]{162}$

**d.** $\dfrac{\sqrt{\mathbf{12}}}{\mathbf{4}\sqrt[3]{\mathbf{6}}} = \dfrac{1}{4}\sqrt[6]{\dfrac{12^3}{6^2}} = \dfrac{1}{4}\sqrt[6]{\dfrac{(2^2 \cdot 3)^3}{(2 \cdot 3)^2}} = \dfrac{1}{4}\sqrt[6]{48}$

**e.** $\dfrac{\sqrt[4]{\mathbf{2}}}{\sqrt[6]{\mathbf{3}}} = \sqrt[12]{\dfrac{2^3}{3^2}} = \sqrt[12]{\dfrac{8}{9}}$

**f.** $\dfrac{\sqrt[4]{\mathbf{8}}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = \sqrt[4]{\dfrac{2^3}{3^2}} = \sqrt[4]{\dfrac{8}{9}}$

**g.** $\dfrac{\sqrt[5]{\boldsymbol{x}^{\mathbf{3}}}}{\sqrt{\boldsymbol{x}}} = \sqrt[10]{\dfrac{(x^3)^2}{x^5}} = \sqrt[10]{x}$

**h.** $\dfrac{\mathbf{10}\sqrt{\boldsymbol{x}}}{\mathbf{2}\sqrt[4]{\boldsymbol{x}^{\mathbf{3}}}} = 5\sqrt[4]{\dfrac{x^2}{x^3}} = 5\sqrt[4]{\dfrac{1}{x}}$

**54 Actividad resuelta.**

**55 Resuelve estas operaciones combinadas con radicales:**

**a.** $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 \cdot \sqrt{8} + 5\sqrt[6]{2} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2^3} + 5\sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{\left(2^2\right)^2 \cdot \left(2^3\right)^3} + 5\sqrt[6]{2} = 4\sqrt[6]{2} + 5\sqrt[6]{2} = 9\sqrt[6]{2}$

**b.** $\left(\sqrt{32} \cdot \sqrt{5}\right)^3 - \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\left(2^5\right)^3 \cdot 5^3} - \sqrt{10} = 2^7 \cdot 5\sqrt{10} - \sqrt{10} = 639\sqrt{10}$

**c.** $\sqrt{3} \cdot \left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right) + \sqrt[3]{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6} - \sqrt{15} + \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^3} = \sqrt{6} - \sqrt{15} + \sqrt[6]{6^3} = 2\sqrt{6} - \sqrt{15}$

**d.** $\dfrac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt{5}} - 4\sqrt{\sqrt[3]{5}} + \left(3\sqrt[12]{5}\right)^2 = \sqrt[6]{\dfrac{\left(5^2\right)^2}{5^3}} - 4\sqrt[6]{5} + 9\sqrt[6]{5} = \sqrt[6]{5} - 4\sqrt[6]{5} + 9\sqrt[6]{5} = 6\sqrt[6]{5}$

**56 Halla el área de un triángulo de $\sqrt{2}$ cm de base y $\sqrt[3]{5}$ cm de altura.**

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \Rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}}{2} = \frac{\sqrt[6]{200}}{2} \Rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{\sqrt[6]{200}}{2}\,\text{cm}^2$$

## SOLUCIONES PÁG. 51

**1 ¿Son los decimales periódicos números irracionales? Razona tu respuesta.**

No, todos son racionales pues se pueden escribir como fracción.

**2 ¿Es el número $\pi$ un número racional?**

No, pues no se puede expresar como una fracción.

**3 ¿Son todos los radicales números reales?**

No, los radicales de índice par y radicando negativo no son números reales.

**4 Al aproximar un número por truncamiento, ¿la aproximación se produce por defecto o por exceso?**

Por defecto.

**5 ¿Qué son las cifras significativas?**

Son las cifras con las que se expresa un número aproximado.

**6 ¿Cuándo la aproximación por redondeo se produce por defecto o por exceso? Por un ejemplo.**

Por defecto si la última cifra de unidad inferior a que se suprime es menor que 5 y, por exceso, si es mayor o igual que 5.

**7 ¿Cuántas raíces tiene un radical de índice par? ¿Y de índice impar?**

Dos. Una.

**8 ¿Cómo se introduce un factor dentro de un radical?**

Elevándolo al índice de la raíz.

**9 Al aproximar un número, ¿cuál de los dos tipos de errores proporciona una información más exacta sobre la aproximación?**

El error relativo.

**10 ¿Para qué se escribe un número en notación científica?**

Para expresar, de forma aproximada, números muy grandes o muy pequeños con solo unas pocas cifras.

**11 ¿Cuándo son dos radicales equivalentes?**

Dos radicales son equivalentes cuando tienen el mismo valor.

**12 ¿Pueden todos los radicales expresarse como potencia?**

Sí.

**13 ¿Cuándo se pueden sumar o restar dos radicales?**

Cuando son semejantes.

**14 ¿Qué condición deben cumplir dos radicales para poder multiplicarlos o dividirlos?**

Tener el mismo índice.

**15 ¿Cómo se expresa un número en notación científica?**

Como el siguiente producto: a,bcd... · 10n, donde la a es un número entero distinto de cero y n un número entero.

**16 Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster…**

Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 52**

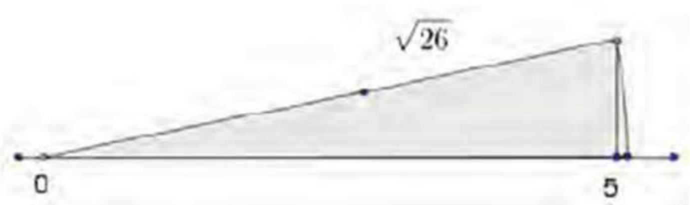
**NÚMEROS REALES. REPRESENTACIÓN**

**1 Copia en tu cuaderno la tabla y clasifica los siguientes números en $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$:**

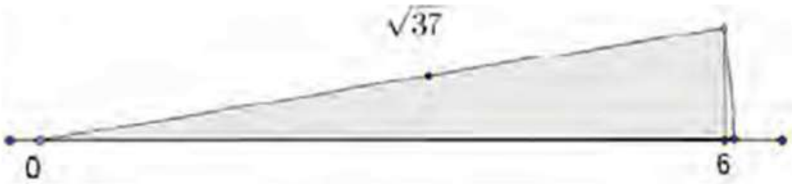
| | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{I}$ | $\mathbb{R}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3,04 | | | X | | X |
| $\sqrt{5}$ | | | | X | X |
| $9{,}2\widehat{71}$ | | | X | | X |
| 62 | X | X | X | | X |
| $\sqrt[4]{-1}$ | | | | | |
| 5,444... | | | X | | X |
| $-\frac{1}{3}$ | | | X | | X |

**2 Representa en la recta numérica los siguientes números: $\sqrt{26}, \sqrt{37}, \sqrt{41}$.**

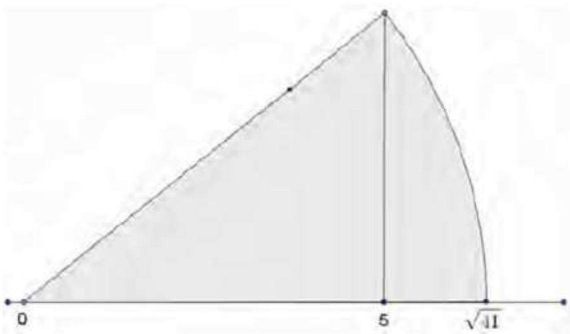
En primer lugar, expresamos $\sqrt{26}$, como $\sqrt{5^2+1^2}$ . A continuación, construimos un rectángulo cuyos lados valgan 5 y 1, y se traza la diagonal. Como la diagonal del rectángulo es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 y 1, tenemos que dicha hipotenusa es igual a $\sqrt{26}$. Entonces, trazamos un arco de circunferencia con centro en el punto 0 y que tenga la distancia de la hipotenusa y cortamos con la recta numérica en el punto $\sqrt{26}$.



El mismo procedimiento para $\sqrt{37}$, pero en esta ocasión la expresamos como $\sqrt{6^2+1^2}$, por lo que el rectángulo que hay que formar tendrá como lados una longitud de 6 y 1. Y se realizan los mismos pasos que en el caso de $\sqrt{26}$.




De igual manera, expresamos $\sqrt{41}$ como $\sqrt{5^2+4^2}$ y se procede de manera similar a los casos anteriores.




**3 La diagonal de un cuadrado mide $\sqrt{50}$ cm. ¿Cuánto mide el lado? ¿Es la arista un número racional o irracional?**

Diagonal$^2$ = 2lado$^2$

$$\left(\sqrt{50}\right)^2 = 2l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5 \Rightarrow l = 5\,\text{cm}$$

Es un número racional.

**4 El volumen de un cubo es 64 cm$^3$. ¿Cuánto mide la arista del cubo? ¿Es la arista un número racional o irracional?**

$$l = \sqrt[3]{64} = 4 \Rightarrow l = 4 \text{ cm}$$

Es un número racional.

## APROXIMACIÓN Y ERRORES. NOTACIÓN CIENTÍFICA

5 **¿Cuál de estos números está más próximo a 4,15?**

**a. 4,149 90** **c. 4,150 10**

**b. 4,149 99** **d. 4,151 00**

Si se ha aplicado el redondeo para 4,15, el número más próximo es: 4,149 99.

6 **En el antiguo Egipto se empleaba $\pi = \frac{256}{81}$ como aproximación de $\pi$, tal y como se describe en el papiro de Rhind. En la antigua Mesopotamia, dicho número se aproximaba mediante $\pi = 3 + \frac{1}{8}$. ¿Cuál de las dos aproximaciones es mejor?**

En Egipto el número $\pi$:

$$\pi = \frac{256}{81} = 3{,}160\,493... \Rightarrow E_a = 0{,}018\ 90\ldots$$

En Mesopotamia, el número $\pi$:

$$\pi = 3 + \frac{1}{8} = 3{,}125 \Rightarrow E_a = 0{,}016\ 59\ldots$$

Por tanto, es mejor la de Mesopotamia.

7 **Al medir la distancia entre las ciudades A y B, se ha cometido un error de 0,35 km, y entre las ciudades C y D, uno de 0,56 km. Si las distancias reales son $\overline{AB} = 237$ km y $\overline{CD} = 416$ km, ¿cuál de las dos mediciones es más adecuada?**

$$E_r(\overline{AB}) = \frac{0{,}35}{237} = 0{,}001\,476 \qquad E_r(\overline{CD}) = \frac{0{,}56}{416} = 0{,}001\,346$$

La mejor aproximación es la medición entre las ciudades C y D, pues tiene un menor error relativo.

8 **Escribe en notación científica estos números:**

**a. 286 000** = $2{,}86 \cdot 10^{5}$

**b. 304,5** = $3{,}045 \cdot 10^{2}$

**c. 0,047** = $4{,}7 \cdot 10^{-2}$

**d. 0,000 009 46** = $9{,}46 \cdot 10^{-6}$

**e. 936 700 000** = $9{,}367 \cdot 10^{8}$

**f. 2 000 000 000 000** = $2 \cdot 10^{12}$

**9 Realiza las siguientes operaciones en notación científica y comprueba las soluciones con la calculadora:**

**a. $2{,}8 \cdot 10^3 + 7{,}15 \cdot 10^3$** $= (2{,}8 + 7{,}15) \cdot 10^3 = 9{,}95 \cdot 10^3$

**b. $3{,}25 \cdot 10^4 - 1{,}074 \cdot 10^4$** $= (3{,}25 - 1{,}074) \cdot 10^4 = 2{,}176 \cdot 10^4$

**c.** $\dfrac{\left(3 \cdot 10^2\right)^2}{4{,}5 \cdot 10^5} = \dfrac{3^2 \cdot 10^4}{4{,}5 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^{-1}$

**d. $(2{,}678 \cdot 10^5) : (1{,}3 \cdot 10^{-2})$** $= \dfrac{2{,}678 \cdot 10^5 \cdot 10^2}{1{,}3} = 2{,}06 \cdot 10^7$

**e. $(3{,}6 \cdot 10^2) \cdot (9{,}67 \cdot 10^5)$** $= 360 \cdot 9{,}67 \cdot 10^5 = 3{,}481 \cdot 10^8$

**f.** $\dfrac{2{,}7 \cdot 10^3 + 1{,}3 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} = \dfrac{(2{,}7 + 1{,}3) \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^{-1}$

## RADICALES

**10 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o no. Razona tu respuesta y, en el caso de que no sean verdaderas, pon un contraejemplo.**

**a. Siempre se puede calcular la raíz cúbica de un número negativo.**

Verdadera.

**b. Un número negativo tiene dos raíces cúbicas.**

Falsa, solo tienen una.

**c. Un número positivo tiene dos raíces cuartas.**

Verdadera.

**11 Halla el valor que falta.**

**a.** $3^x = \dfrac{1}{3} \rightarrow x = -1$

**b.** $2^x = \sqrt[3]{2^4} \rightarrow x = \dfrac{4}{3}$

**c.** $\sqrt[3]{\sqrt[x]{5}} = \sqrt[6]{5} \rightarrow x = 2$

**d.** $\left(\sqrt[4]{7}\right)^x = 7^2 \rightarrow x = 8$

**12 Realiza las siguientes operaciones:**

**a.** $\left(\sqrt[4]{\mathbf{18}}\right)^{\mathbf{3}} = \left(\sqrt[4]{2 \cdot 3^2}\right)^3 = \sqrt[4]{2^3 \cdot 3^6}$

**b.** $\sqrt[4]{\sqrt{\mathbf{4}}} = \sqrt[4]{\sqrt{2^2}} = \sqrt[4]{2}$

**c.** $\left(\sqrt{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{4}} = 5^{\frac{4}{2}} = 5^2$

**d.** $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\mathbf{2^2 \cdot 5^2}}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2 \cdot 5^2}} = \sqrt[12]{2^2 \cdot 5^2} = \sqrt[6]{2 \cdot 5}$

**13 Calcula.**

**a.** $\sqrt{\mathbf{21+\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{9}}}}} = \sqrt{21+\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{9}}}} = \sqrt{21+\sqrt{14+\sqrt{1+3}}} = \sqrt{21+\sqrt{14+2}}$

$= \sqrt{21+4} = 5$

**b.** $\sqrt{\mathbf{25 \cdot \sqrt{8 \cdot \sqrt{4}}}} = \sqrt{25 \cdot \sqrt{8 \cdot \sqrt{4}}} = \sqrt{25 \cdot \sqrt{8 \cdot 2}} = \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$

**14 Una chincheta con forma redonda ocupa una superficie de 28 mm².**

**a. ¿Cuánto mide el diámetro de la chincheta? Redondea el resultado a cuatro cifras significativas.**

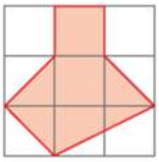
Como el diámetro es dos veces el valor del radio, calculamos el radio a partir de la superficie del círculo.

$\text{radio} = \sqrt{\frac{28}{\pi}} = 2{,}9854 \Rightarrow 2 \cdot 2{,}985 = 5{,}971 \Rightarrow$ diámetro = 5,971 mm.

**b. ¿Es el diámetro un número racional?**

No, es un número irracional.

**15 Si el lado del cuadrado grande mide 3 cm:**



**a. Calcula el perímetro de la figura coloreada.**

El lado del cuadrado pequeño mide: $\frac{3}{3} = 1\,\text{cm}$

En la figura, calculamos los perímetros de arriba abajo es:

Sección 1, hay tres lados y cada uno de ellos vale 1 cm:

$P_1 = 1 + 1 + 1 = 3 \Rightarrow P_1 = 3$ cm

Sección 2: Hay dos lados que corresponden con dos diagonales:

$P_2 = 2 \cdot$ diagonal

Calculamos primero la diagonal y luego el valor del perímetro:

$$(\text{diagonal})^2 = 2\,l^2 \Rightarrow l = 1\,\text{cm} \Rightarrow \text{diagonal} = \sqrt{2 \cdot 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow P_2 = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$$

Sección 3: hay dos diagonales, una corta cuyo valor ya la conocemos y que corresponde con $\sqrt{2}$ cm, y otra diagonal más larga, que abarca dos cuadrados, cuyo valor es:

$$\text{diagonal}^2 = (2l)^2 + l^2 \Rightarrow \text{diagonal} = \sqrt{(2 \cdot 1)^2 + 1^2} = \sqrt{5} \Rightarrow P_3 = \sqrt{2} + \sqrt{5}\text{ cm}$$

El perímetro total viene dado por la suma de los perímetros calculados anteriormente:

$$P_{\text{total}} = 3 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{5} = 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{5} \Rightarrow P_{\text{total}} = 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{5}\text{ cm}$$

**b. Expresa el resultado del apartado anterior en forma de número decimal con tres cifras significativas.**

$$P_{\text{total}} = 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{5} = 9{,}48\text{ cm}$$

**16 Simplifica los siguientes radicales:**

**a.** $\sqrt[6]{\mathbf{2^{10}}} = 2^{\frac{10}{6}} = 2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^3\cdot 2^2} = 2\sqrt[3]{2^2}$

**b.** $\sqrt[15]{\mathbf{7^{20}}} = \sqrt[3\cdot 5]{7^{4\cdot 5}} = \sqrt[3]{7\cdot 7^3} = 7\sqrt[3]{7}$

**c.** $\sqrt[4]{\mathbf{5^{12}}} = 5^{\frac{12}{4}} = 5^3$

**d.** $\sqrt[12]{\mathbf{6^{14}}} = 6^{\frac{14}{12}} = 6^{\frac{7\cdot 2}{6\cdot 2}} = 6^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{6^6\cdot 6} = 6\sqrt[6]{6}$

**e.** $\sqrt[4]{\mathbf{2^{10}\cdot 5^6}} = \left(2^{5\cdot 2}\cdot 5^{3\cdot 2}\right)^{\frac{1}{2\cdot 2}} = \sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2\cdot 5^2\cdot 5} = 4\cdot 5\sqrt{2\cdot 5} = 20\sqrt{10}$

**f.** $\sqrt[5]{\mathbf{32x^{10}}} = \sqrt[5]{2^5\,x^{5\cdot 2}} = 2x^2$

**g.** $\sqrt[3]{\mathbf{27}} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

**h.** $\sqrt[10]{\mathbf{16a^4b^8}} = \sqrt[5\cdot 2]{4^2a^{2\cdot 2}b^{4\cdot 2}} = \sqrt[5]{4a^2b^4}$

**OPERACIONES CON RADICALES**

**17 Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:**

**a.** $\sqrt{\mathbf{3^4\cdot 5^3\cdot 11^6}} = \sqrt{3^{2\cdot 2}\cdot 5^2\cdot 5\cdot 11^{3\cdot 2}} = 3^2\cdot 5\cdot 11^3\sqrt{5}$

**b.** $\sqrt[5]{\dfrac{\mathbf{a^6b^{11}}}{\mathbf{c^5d^4}}} = \sqrt[5]{\dfrac{a^5ab^5b^5b}{c^5d^4}} = \dfrac{ab^2}{c}\sqrt[5]{\dfrac{ab}{d^4}}$

**c.** $\sqrt{\mathbf{125}} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$

**d.** $\sqrt[3]{\mathbf{1500}} = \sqrt[3]{2^2\cdot 5^3\cdot 3} = 5\sqrt[3]{2^2\cdot 3} = 5\sqrt[3]{12}$

**18 Introduce el factor dentro de la raíz y, si es posible, simplifica.**

**a.** $\mathbf{3^2\sqrt[3]{2^2\cdot 3}} = \sqrt[3]{3^6\cdot 2^2\cdot 3} = \sqrt[3]{3^7\cdot 2^2}$

**b.** $\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\sqrt[3]{\dfrac{\mathbf{2^2}}{\mathbf{3}}} = \sqrt[3]{\left(\dfrac{3}{2}\right)^3\cdot\dfrac{2^2}{3}} = \sqrt[3]{\dfrac{3^3}{3}\cdot\dfrac{2^2}{2^3}} = \sqrt[3]{\dfrac{3^2}{2}}$

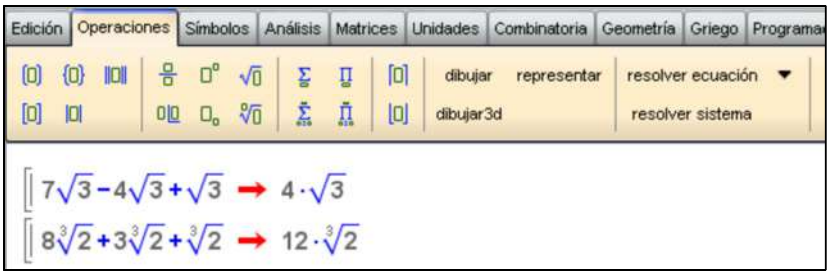
**c.** $\dfrac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{z^2}}\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{xz}}} = \sqrt{\left(\dfrac{y}{z^2}\right)^2\cdot\dfrac{y}{xz}} = \sqrt{\dfrac{y^3}{z^5x}}$

**d.** $\dfrac{\mathbf{5b}}{\mathbf{c}}\sqrt[3]{\dfrac{\mathbf{ac^2}}{\mathbf{b^2}}} = \sqrt[3]{\left(\dfrac{5b}{c}\right)^3\dfrac{ac^2}{b^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{5^3b^3}{c^3}\cdot\dfrac{ac^2}{b^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{5^3ba}{c}}$

**19 Realiza las siguientes sumas y restas y comprueba tus resultados con Wiris:**

**a.** $7\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}\left(7 - 4 + 1\right) = 4\sqrt{3}$

**b.** $8\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}\left(8 + 3 + 1\right) = 12\sqrt[3]{2}$




**20 Efectúa estas sumas y restas de radicales:**

**a.** $-3\sqrt{50} + 3\sqrt{32} + 2\sqrt{2} = -3\sqrt{2 \cdot 5^2} + 3\sqrt{2^5} + 2\sqrt{2} = -15\sqrt{2} + 12\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

**b.** $7\sqrt[3]{24} + 5\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{375} = 7\sqrt[3]{3 \cdot 2^3} + 5\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{3 \cdot 5^3} = \sqrt[3]{3}\left(14 + 15 - 5\right) = 24\sqrt[3]{3}$

**c.** $-5\sqrt{12} - \sqrt{3} + 4\sqrt{48} = -5\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3} + 4\sqrt{2^4 \cdot 3} = \sqrt{3}\left(-10 - 1 + 16\right) = 5\sqrt{3}$

**d.** $\sqrt[4]{112} - \sqrt[4]{567} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 7} - \sqrt[4]{3^4 \cdot 7} = 2\sqrt[4]{7} - 3\sqrt[4]{7} = -\sqrt[4]{7}$

**21 Reduce a común índice los radicales siguientes:**

**a.** $\sqrt{2}, \sqrt[3]{2^2}, \sqrt[5]{2^4}$

m.c.m. (2, 3, 6) = 30

$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{15}{30}} = \sqrt[30]{2^{15}}$

$\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{20}{30}} = \sqrt[30]{2^{20}}$

$\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{24}{30}} = \sqrt[30]{2^{24}}$

**b.** $\sqrt[4]{8}, \sqrt[6]{10}$

m.c.m. (4, 6) = 12

$\sqrt[4]{8} = 8^{\frac{1}{4}} = 8^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{\left(2^3\right)^3} = \sqrt[12]{2^9}$

$\sqrt[6]{10} = 10^{\frac{1}{6}} = 10^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{10^2} = \sqrt[12]{\left(5 \cdot 2\right)^2} = \sqrt[12]{5^2 \cdot 2^2}$

**c.** $\sqrt[4]{x^2}, \sqrt[8]{x}, \sqrt[12]{x^5}$

m.c.m. (4, 8, 12) = 24

$$\sqrt[4]{x^2} = x^{\frac{2}{4}} = x^{\frac{12}{24}} = \sqrt[24]{x^{12}}$$

$$\sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{3}{24}} = \sqrt[24]{x^{3}}$$

$$\sqrt[12]{x^5} = x^{\frac{5}{12}} = x^{\frac{10}{24}} = \sqrt[24]{x^{10}}$$

**22 Realiza las siguientes multiplicaciones y simplifica los resultados. Comprueba tus resultados con Wiris.**

**a.** $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^4} = 3^2 = 9$

**b.** $\sqrt[4]{10} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{5 \cdot 2} \cdot \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{5 \cdot 2^4} = 2\sqrt[4]{5}$

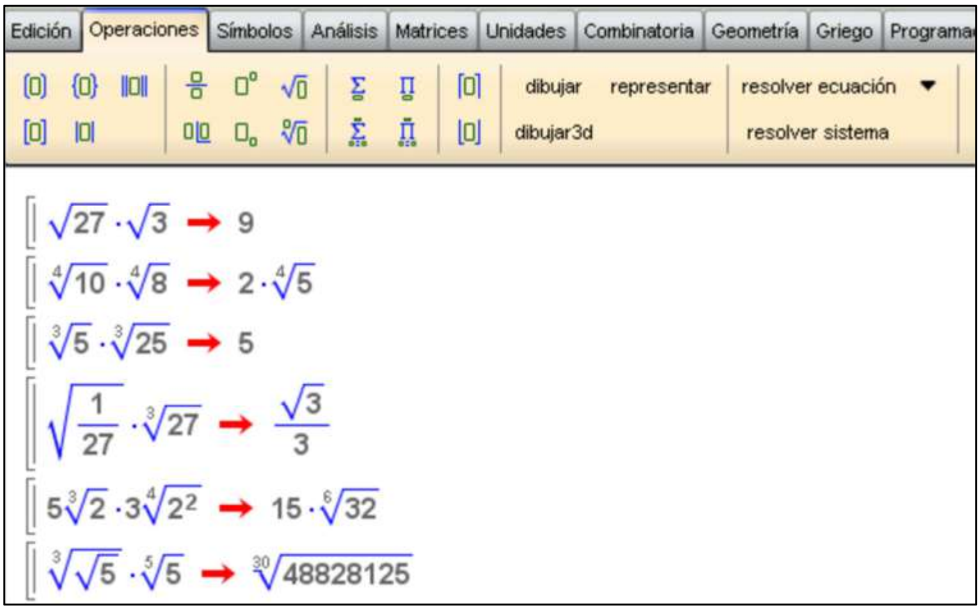
**c.** $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

**d.** $\sqrt{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt{\frac{1}{3^3}} \cdot \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[6]{\left(\frac{1}{3^3}\right)^3} \cdot \sqrt[6]{\left(3^3\right)^2} = \sqrt[6]{\frac{3^6}{3^9}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**e.** $5\sqrt[3]{2} \cdot 3\sqrt[4]{2^2} = 5\sqrt[12]{2^4} \cdot 3\sqrt[12]{\left(2^2\right)^3} = 5\sqrt[12]{2^4} \cdot 3\sqrt[12]{2^6} = 15\sqrt[12]{2^4 \cdot 2^6} = 15\sqrt[6\cdot 2]{2^{5\cdot 2}} = 15\sqrt[6]{2^5}$

$= 15\sqrt[6]{32}$

**f.** $\sqrt[3]{\sqrt{5}} \cdot \sqrt[5]{5} = \sqrt[3\cdot 2]{5} \cdot \sqrt[5]{5} = \sqrt[30]{5^5} \cdot \sqrt[30]{5^6} = \sqrt[30]{5^{11}}$



**23 Efectúa estas divisiones y simplifica los resultados:**

a. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$

b. $\frac{\sqrt[4]{125}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{125}{5}} = \sqrt[4]{25} = \sqrt[2\cdot 2]{5^2} = \sqrt{5}$

c. $\frac{12\sqrt[3]{18}}{4\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt[3]{18}}{4\sqrt{3}} = \frac{12}{4}\sqrt[6]{\frac{18^2}{3^4}} = 3\sqrt[6]{\frac{\left(2\cdot 3^2\right)^2}{3^3}} = 3\sqrt[6]{\frac{2^2\cdot 3^4}{3^3}} = 3\sqrt[6]{2^2\cdot 3} = 3\sqrt[6]{12}$

d. $\frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[5]{30}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[5]{5\cdot 6}} = \sqrt[15]{\frac{\left(5^2\right)^5}{(5\cdot 6)^3}} = \sqrt[15]{\frac{5^{10}}{5^3\cdot 6^3}} = \sqrt[15]{\frac{5^7}{6^3}} = \sqrt[15]{\frac{5^7}{2^3\cdot 3^3}}$

e. $\frac{4\sqrt[5]{2}}{\sqrt[4]{5}} = 4\sqrt[20]{\frac{2^4}{5^5}}$

f. $\frac{\sqrt{x^7}}{\sqrt{x^3}} = \sqrt{\frac{x^7}{x^3}} = \sqrt{x^4} = x^2$

g. $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{\frac{\left(x^2\right)^2}{x^3}} = \sqrt[6]{\frac{x^4}{x^3}} = \sqrt[6]{x}$

h. $\frac{\sqrt{8a^3b^5}}{\sqrt[3]{2ab^3}} = \sqrt[6]{\frac{\left(2^3a^3b^5\right)^3}{\left(2ab^3\right)^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^9a^9b^{15}}{2^2a^2b^6}} = \sqrt[6]{2^7a^7b^9} = 2ab\sqrt[6]{2ab^3}$

**24 Realiza las siguientes operaciones con radicales:**

a. $\frac{2\sqrt{18}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + 5\left(\sqrt{3}\right)^2 = \frac{2\sqrt{3^2\cdot 2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 2}} + 5\cdot 3 = 2\sqrt{\frac{3^2\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 2}} + 15 = 2\cdot 3 + 15 = 21$

b. $\frac{\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[6]{\sqrt{a^7}} - 3\sqrt[24]{a^{14}} = \sqrt[12]{\frac{\left(a^3\right)^3\cdot a^6}{\left(a^2\right)^4}} + \sqrt[6\cdot 2]{a^7} - 3\sqrt[12\cdot 2]{a^{7\cdot 2}} = \sqrt[12]{\frac{a^{15}}{a^8}} + \sqrt[12]{a^7} - 3\sqrt[12]{a^7}$

$= \sqrt[12]{a^7} + \sqrt[12]{a^7} - 3\sqrt[12]{a^7} = -\sqrt[12]{a^7}$

**25 En esta dirección de Internet encontrarás actividades para repasar las operaciones con los radicales:**

http://conteni2.educarex.es/mats/120460/contenido/

Respuesta abierta.

**EVALUACIÓN**

1 **¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?**
**a. Todos los números irracionales son reales.**
**b. Hay números reales que no son irracionales.**
c. Los radicales solo expresan números irracionales.
**d. Los decimales infinitos no periódicos son números irracionales.**

2 **De los siguientes números, ¿cuál es irracional?**

**a.** $\mathbf{0,\widehat{3}+0,0\widehat{3}}$ **c.** $\left(\sqrt{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{2}}$

b. $\sqrt{3}+3$ **d.** $\mathbf{\frac{1}{3}+0,3}$

3 **¿Cuál es el error relativo que se comete al aproximar $\mathbf{\frac{91}{320}}$ con 0,284?**

**a. 0,000 375** **c. –0,000 375**

b. 0,001 319 **d. –0,001 319**

$$\frac{91}{320}=0,284375$$
$$E_a=0,284375-0,284=0,000375$$
$$E_r=\frac{0,000375}{0,284}=0,001319$$

4 **El resultado de la operación $\mathbf{(6,1 \cdot 10^3)^2 : (2 \cdot 10^4)}$ es:**

**a. $\mathbf{3,05 \cdot 10^2}$** c. $1,860\,5 \cdot 10^3$

**b. $\mathbf{1,860\,5 \cdot 10^{10}}$** **d. $\mathbf{3,05 \cdot 10}$**

$$\frac{(6,1)^2\cdot 10^6}{2\cdot 10^4}=\frac{37,21\cdot 10^6\cdot 10^{-4}}{2}=18,605\cdot 10^2=1,8605\cdot 10^3$$

5 **La expresión simplificada del radical $\mathbf{\sqrt[8]{16}}$ es:**

**a.** $\mathbf{\sqrt[4]{2}}$ **b.** $\mathbf{\sqrt[4]{4}}$ **c. 2** d. $\sqrt{2}$

$$\sqrt[8]{16}=\sqrt[8]{2^4}=\sqrt[4\cdot 2]{2^4}=\sqrt{2}$$

**6 Si se extraen todos los factores posibles del radical $\sqrt[3]{2160}$, se obtiene la expresión:**

**a.** $\mathbf{216\sqrt[3]{10}}$ **b.** $\mathbf{3\sqrt[3]{80}}$ **c.** $\mathbf{6\sqrt[3]{5}}$ d. $6\sqrt[3]{10}$

$$\sqrt[3]{2160} = \sqrt[3]{6^3 \cdot 10} = 6\sqrt[3]{10}$$

**7 ¿Cuál de los siguientes radicales no es semejante a $\sqrt[4]{5}$ ?**

a. $3\sqrt[6]{5^2}$ **b.** $\mathbf{-2\sqrt[4]{5}}$ **c.** $\mathbf{\sqrt{\sqrt{5}}}$ **d.** $\mathbf{\sqrt[4]{80}}$

Dos radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo radicando. Para determinar si son semejantes, primero se simplifica y luego se extraen los factores de los radicales.

Son semejantes:

$-2\sqrt[4]{5}$

$\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$

$\sqrt[4]{80} = \sqrt[4]{5 \cdot 2^4} = 2\sqrt[4]{5}$

**8 El resultado de la operación $\mathbf{3\sqrt[3]{108} + 5\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{4}}$ es:**

**a.** $\mathbf{7\sqrt[3]{136}}$ b. $18\sqrt[3]{4}$ **c.** $\mathbf{7\sqrt[3]{4}}$ **d.** $\mathbf{\sqrt[3]{4}}$

$$3\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3} + 5\sqrt[3]{2^5} - \sqrt[3]{2^2} = 3 \cdot 3\sqrt[3]{2^2} + 5 \cdot 2\sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2^2} = 18\sqrt[3]{4}$$

**9 ¿Cuál es el resultado de $\mathbf{\dfrac{\sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}}$ ?**

**a.** $\mathbf{\sqrt[3]{81}}$ **b.** $\mathbf{\sqrt{81}}$ **c. 81** d. 9

$$\frac{\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[6]{\frac{\left(3^3\right)^3 \cdot \left(3^2\right)^2}{3}} = \sqrt[6]{3^9 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{3^{12}} = 9$$

**10 El valor de la operación $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt[6]{4}\right)^2 : \sqrt[6]{2}$ es:**

a. $\sqrt[3]{4}$ **b.** $\sqrt[6]{2}$ **c. 1** **d.** $\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{4^2}}{\sqrt[6]{2}} = \sqrt[3 \cdot 2]{4^2} = \sqrt[3]{4}$$