

3

Potencias

La distancia entre las galaxias que forman la Vía Láctea se expresa mediante números con muchas cifras. Para facilitar las operaciones con este tipo de números, se trabaja con su expresión en notación científica, que utiliza potencias de base 10.

Índice de contenidos

1. Potencias de base entera y exponente natural
2. Potencias de base fraccionaria y exponente natural
3. Potencias de exponente entero y base natural
4. Raíz cuadrada
5. Operaciones combinadas
6. Notación científica

POTENCIAS

Exponente natural
Exponente entero y natural
Exponente natural y base fraccionaria
Exponente negativo
Exponente entero
Exponente natural y base fraccionaria
Exponente natural y base entera
Exponente natural y base entera
Exponente natural y base entera

Para empezar...

1. Indica cuáles de estas expresiones corresponden a potencias de base 10.
 (a) $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$
 (b) $3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2$
 (c) $6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
 (d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
 (e) $10 + 10 + 10 + 10 + 10$
2. Copia en el cuaderno esta tabla y complétala.

Exponente	Base	Exponente	Valor
7	10	10	1000000
10	10	4	10000
10	10	10	100000000

3. ¿Cuál es el signo de un producto de números enteros con un número par de factores negativos? ¿Y si el número de factores negativos es impar?
4. Escribe estas operaciones:
 (a) $2 \cdot 3 + 4 + 1 - 5 - 10$
 (b) $10 + 2 \cdot 10 + 10 - 20$
 (c) $10 + 2 \cdot 10 - 3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 - 4 \cdot 10$
5. Calcula estas potencias:
 (a) 10^3 (b) 10^2 (c) 10^1 (d) 10^0

INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ El objetivo de esta unidad didáctica es el estudio de las potencias y de la raíz cuadrada, así como los procedimientos utilizados al operar con ellas.

Comenzaremos observando la imagen de la portada y atendiendo al texto introductorio al tema.

El docente destacará la importancia de este tipo de potencias a partir de las siguientes cuestiones que comentaremos entre todos:

- ¿Qué significa que una potencia tiene base 10?
- ¿En qué casos son útiles estas potencias?
- ¿Sería práctico utilizar las potencias en base 10 para referirnos a la distancia que recorreremos? ¿Y para las dimensiones de una casa? ¿Por qué?

■ A continuación, centraremos nuestra atención en el índice de contenidos y el esquema de la unidad del recuadro azul.

- Pon un ejemplo de potencia. ¿Cuál es la base y cuál el exponente?
- ¿Qué operación debemos emplear para calcular una potencia?
- ¿Se puede expresar una raíz como potencia?

Empezamos la unidad

■ Antes de entrar en el contenido de la unidad, proponemos una serie de actividades que nos servirán para valorar los conocimientos previos de la materia y enfocar los temas que vamos a tratar a lo largo de este capítulo:

- En la actividad 1 introduciremos el concepto de potencia.
- La actividad 2 trabaja los diferentes elementos de una potencia y su significado.
- La actividad 3 plantea la relación entre el exponente y el signo de una potencia.
- La actividad 4 repasa las reglas de prioridad en las operaciones, ya que más adelante estudiaremos cómo debemos proceder en caso de operar con potencias y raíces.
- En la actividad 5 se introducen las potencias en base 10 o notación científica.

Pediremos ahora a los alumnos que resuelvan las actividades propuestas en *Para empezar...* como introducción al tema que comenzamos.

Finalmente, fomentaremos la colaboración entre compañeros y compañeras realizando estas actividades por parejas.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 1 y 2.* Conocer e utilizar las potencias para expresar un producto de un número por sí mismo.
- *Act. 3.* Leer e interpretar el enunciado que contiene léxico técnico específico.
- *Esquema.* Interpretar e integrar información sintetizada en forma de esquema.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 a 5.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Texto.* Valorar el uso y la necesidad de las potencias para la expresión de números muy extensos y para facilitar las operaciones con los mismos.

RECURSOS DIDÁCTICOS

3

Navegamos por Tiching



- Para iniciar la unidad sobre las potencias y resaltar aspectos prácticos y aplicables de las mismas, pondremos al alumnado consultar el siguiente enlace:

<http://www.tiching.com/743340>

Se trata de un vídeo de aproximadamente 4 minutos, en el que se muestran distintas distancias y medidas en la Tierra y en el Universo.

Pediremos a los alumnos que anoten 4 distancias que se hallen en la Tierra y 6 referentes a los planetas. A continuación, podemos preguntar:

- ¿Sabrías transformar algunas de estas medidas en forma más reducida?
- ¿Podrías decir una medida de longitud especial para distancias astronómicas?
- ¿Sabrías abreviar la escritura de esta medida de longitud especial?
- ¿Qué nombre recibe esta forma de expresar números con tantas cifras?

Finalmente pediremos que propongan algunas cantidades astronómicas y que en grupo las transformen. Deberán escuchar la propuesta que hagan sus compañeros y debatir entre ellos sobre las ventajas que ofrece esta forma de expresión.

Págs. 50 y 51

GUÍA DIDÁCTICA Y SOLUCIONARIO

Educamos en valores

Iniciativa personal y estrategias de resolución

- El desarrollo de estrategias personales eficaces de resolución de problemas también contribuye a valorar las propias capacidades y a sacar partido de su iniciativa personal.

Las matemáticas contribuyen a la aplicación de métodos personales de resolución de problemas que pueden ser de utilidad en otras circunstancias de la vida cotidiana.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de la unidad que contribuyen a conseguir este objetivo:

- En las actividades *Estrategia e ingenio* de la página 72 el alumnado debe diseñar una estrategia de resolución personal que le permita abordar dos problemas que no se resuelven con los métodos estándar estudiados.
- La iniciativa personal se trabaja en aquellas actividades, como la 17 de la página 60, en las que el alumnado debe utilizar sus conocimientos para encontrar la respuesta que cumpla las condiciones requeridas.

Libro Digital

- *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 51

1. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 2^5
- d) $(2 + 3)^4$

2. Las soluciones a este ejercicio son:

Potencia	Base	Exponente	Se lee
3^5	3	5	3 a la quinta
9^4	9	4	9 a la cuarta
6^3	6	3	6 al cubo

3. El signo del producto de un número de factores par es positivo; en cambio, el signo del producto de un número de factores impar es negativo.

4. El resultado de los siguientes apartados es:

- a) $2 + 5 \cdot 4 + 7 - 3 \cdot 12 = 2 + 20 + 7 - 36 = -7$
- b) $11 + 2 \cdot (7 + 9) - 23 = 11 + 2 \cdot 16 - 23 = 20$
- c) $(3 + 2 \cdot 5) \cdot 20 - 7 \cdot [(2 + 5) \cdot 4 - 7] =$
 $= 13 \cdot 20 - 7 \cdot (7 \cdot 4 - 7) = 260 - 7 \cdot 21 = 113$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)

1. Potencias de base entera y exponente natural

¿Conoces la leyenda sobre la invención del ajedrez? Según se cuenta, el inventor del juego, un príncipe persa llamado, se lo ofreció como regalo a su hijo, el rey. El rey quedó tan satisfecho de haber reglado con un juego que inventó al príncipe como regalo que le regaló un reino.

Siempre se pide un grano de trigo por la primera casilla, 2 por la segunda, 4 por la tercera, y así sucesivamente hasta llegar a la casilla 64. ¿Cuántos granos de trigo tendría que recibir con la casilla 64?

Puede ser que los granos de trigo no estén suficientes para obtener multiplicando por 2 64 de la casilla anterior. Ahí:

$$1^{\circ} \text{ casilla} \rightarrow 1; 2^{\circ} \text{ casilla} \rightarrow 2; 3^{\circ} \text{ casilla} \rightarrow 4; 4^{\circ} \text{ casilla} \rightarrow 8; \dots$$

Y por la 64.ª casilla, recibir:

$$\frac{64 \text{ granos}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2}$$

Como ves, se trata de una multiplicación de factores iguales. Recuerda que estas multiplicaciones se pueden expresar en forma de potencia:

$$\frac{64 \text{ granos}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2 = 2^{63}}$$

El factor que se repite, en este caso, 2, es la base de la potencia, y el número de veces que se repite, en este caso, 63, el exponente.

Esta forma de expresar multiplicaciones de factores iguales se utiliza también cuando la copia es un número entero.

Una potencia de base entera entera y exponente natural se llama **potencia entera de 1.º** es el producto de la base por sí misma tantas veces como indica el exponente.

Ahí, por ejemplo:

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9; \quad (-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

Si el exponente es 1, la potencia es igual a la base:

$$1^{\circ} 7^2 = 7$$

Signo de una potencia

Si la base de una potencia es un número natural, el resultado es siempre un número positivo. Pero, ¿qué sucede si la base es un número entero negativo?

Veamos un ejemplo:

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16; \quad (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Como ves, el resultado puede ser positivo o negativo, dependiendo de la paridad del exponente.

- Si el exponente es par, el resultado es un número entero positivo.
- Si el exponente es impar, el resultado es un número entero negativo.

NO TE CONFUNDAS

Siempre el signo (-) que -2³ tiene que ser el signo de la potencia y no el signo del exponente. 2⁻³ es el inverso de 2³.

$$(-2)^3 = -8; \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

NO LO OLVIDES

$$\begin{aligned} a^0 &= 1 & \rightarrow + \\ a^1 &= a & \rightarrow + \\ a^2 &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^3 &= a \cdot a \cdot a & \rightarrow + \\ a^4 &= a \cdot a \cdot a \cdot a & \rightarrow + \\ a^5 &= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a & \rightarrow + \\ a^6 &= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a & \rightarrow + \\ a^7 &= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a & \rightarrow + \\ a^8 &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^9 &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{10} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{11} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{12} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{13} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{14} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{15} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{16} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{17} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{18} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{19} &= a \cdot a & \rightarrow + \\ a^{20} &= a \cdot a & \rightarrow + \end{aligned}$$

1.1 Propiedades de las potencias

Las potencias de base entera y exponente natural tienen las mismas propiedades que las potencias de base y exponente naturales.

Producto de potencias de la misma base

Veamos un ejemplo de producto de potencias de la misma base:

$$(3 \cdot 3)^2 \cdot (3 \cdot 3)^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^8 = 3^2 \cdot 3^6$$

En general:

El producto de dos potencias de la misma base es otro cociente de la misma base que tiene por exponente la suma de los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Cociente de potencias de la misma base

Veamos un ejemplo de cociente de potencias de la misma base:

$$\frac{(3 \cdot 3)^2 \cdot (3 \cdot 3)^3}{(3 \cdot 3)^4} = \frac{(3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3)}{(3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3)} = (3 \cdot 3)^2 = 3^4$$

En general:

El cociente de dos potencias de la misma base es otro cociente de la misma base que tiene por exponente la diferencia de los exponentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potencia de un producto

Veamos un ejemplo de potencia de un producto:

$$(3 \cdot 4)^2 = (3 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 4) = 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = (3 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 4) = 3^2 \cdot 4^2$$

En general:

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Potencia de un cociente

Veamos un ejemplo de potencia de un cociente:

$$\frac{(3 \cdot 4)^2}{(2 \cdot 5)^2} = \frac{(3 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 4)}{(2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5)} = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \left(\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right)^2$$

En general:

La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

¡CUIDADO!

Para sumar o restar potencias se calcula por separado el valor de cada potencia y luego se suman o restan los resultados correspondientes.

Por ejemplo:

$$3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$$

$$4^2 - 3^3 = 16 - 27 = -11$$

$$5^3 + 2^2 = 125 + 4 = 129$$

$$6^2 + 3^3 = 36 + 27 = 63$$

$$7^3 - 4^2 = 343 - 16 = 327$$

$$8^2 + 5^3 = 64 + 125 = 189$$

$$9^3 - 6^2 = 729 - 36 = 693$$

¡CUIDADO!

Para sumar o restar potencias se calcula por separado el valor de cada potencia y luego se suman o restan los resultados correspondientes.

Por ejemplo:

$$3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$$

$$4^2 - 3^3 = 16 - 27 = -11$$

$$5^3 + 2^2 = 125 + 4 = 129$$

$$6^2 + 3^3 = 36 + 27 = 63$$

$$7^3 - 4^2 = 343 - 16 = 327$$

$$8^2 + 5^3 = 64 + 125 = 189$$

$$9^3 - 6^2 = 729 - 36 = 693$$

¡CUIDADO!

La potencia de una potencia se calcula calculando primero la potencia de la base y después el resultado de la potencia.

$$(2^3)^2 = 2^6 = 64$$

No lo confundas calculando primero la potencia de la base y después el resultado de la potencia.

$$2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

Potencia de una potencia

Veamos un ejemplo de potencia de una potencia:

$$((3 \cdot 3)^2)^3 = (3 \cdot 3)^2 \cdot (3 \cdot 3)^2 \cdot (3 \cdot 3)^2 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^8 = 3^{2 \cdot 4}$$

En general:

La potencia de una potencia es igual a la base de la potencia elevada al producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Estas propiedades se pueden combinar para simplificar expresiones con potencias. Veamos algunos ejemplos:

1. Expresa en forma de una sola potencia: $(3 \cdot 4)^2 \cdot (3 \cdot 4)^3 \cdot (3 \cdot 4)^4$

$$((3 \cdot 4)^2)^3 \cdot ((3 \cdot 4)^3)^2 \cdot ((3 \cdot 4)^4)^2 = (3 \cdot 4)^{2 \cdot 3} \cdot (3 \cdot 4)^{3 \cdot 2} \cdot (3 \cdot 4)^{4 \cdot 2} = (3 \cdot 4)^6 \cdot (3 \cdot 4)^6 \cdot (3 \cdot 4)^8 = (3 \cdot 4)^{20}$$

2. Expresa en forma de una sola potencia: $(3 \cdot 4)^2 \cdot (3 \cdot 4)^3 \cdot (3 \cdot 4)^4$

Sea $a = 3 \cdot 4$ entonces $a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 = a^{2+3+4} = a^9 = (3 \cdot 4)^9$

Algunas aplicaciones de propiedades de las potencias:

$$(2^3)^2 = 2^6; \quad (3^4)^3 = 3^{12}; \quad (4^5)^2 = 4^{10}; \quad (5^6)^3 = 5^{18}; \quad (6^7)^4 = 6^{28}; \quad (7^8)^5 = 7^{40}; \quad (8^9)^6 = 8^{54}; \quad (9^{10})^7 = 9^{70}; \quad (10^{11})^8 = 10^{88}$$

POTENCIA DE BASES OBLIGAS

Conocer el valor de estas potencias:

$$2^0 = 1; \quad 3^0 = 1; \quad 4^0 = 1; \quad 5^0 = 1; \quad 6^0 = 1; \quad 7^0 = 1; \quad 8^0 = 1; \quad 9^0 = 1; \quad 10^0 = 1$$

El cociente de dos potencias de la misma base es otro cociente de la misma base que tiene por exponente la diferencia de los exponentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

1. Expresa como una sola potencia:

$$4^2 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$8^2 \cdot 4^3 = 2^6 \cdot 2^6 = 2^{6+6} = 2^{12}$$

2. Expresa como una sola potencia:

$$3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72$$

$$5^2 \cdot 3^3 = 25 \cdot 27 = 675$$

3. Expresa como una sola potencia:

$$4^3 \cdot 2^2 = 64 \cdot 4 = 256$$

$$8^2 \cdot 3^3 = 64 \cdot 27 = 1728$$

4. Expresa como una sola potencia:

$$5^2 \cdot 3^3 = 25 \cdot 27 = 675$$

$$6^2 \cdot 4^3 = 36 \cdot 64 = 2304$$

2. Potencias de base fraccionaria y exponente natural

En el apartado anterior hemos estudiado las potencias de base natural y de base entera. En este apartado vamos a estudiar las potencias con potencias cuyo base es una fracción.

Una potencia de base un número fraccionario y exponente un número natural se define de 1.º es el producto de la base por sí misma tantas veces como indica el exponente.

Ahí, por ejemplo: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

Se trata de una potencia de base $\frac{3}{4}$ y exponente 2. Para calcularla, hacemos:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{9}{16}$$

En general, para calcular la potencia de una fracción, se eleva el numerador y el denominador al exponente de la potencia:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Como en el caso de base entera, si el exponente es 1, la potencia es igual a la base:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

2.1 Propiedades

Las potencias de base fraccionaria y exponente natural tienen las mismas propiedades que las de base entera y exponente natural.

- Producto de potencias de la misma base: $\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$
- Cociente de potencias de la misma base: $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^m}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$
- Potencia de un producto: $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$
- Potencia de un cociente: $\left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^n$
- Potencia de una potencia: $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$

¡CUIDADO!

En algunas situaciones, se pueden utilizar potencias de fracciones.

Por ejemplo, para calcular $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ se puede hacer:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

En la potencia anterior, $\frac{9}{16}$ que es el resultado.

1. POTENCIAS... / 2. POTENCIAS DE BASE...

■ El objetivo de esta sección es repasar qué representa una potencia y aprender a operar con potencias de base entera y exponente natural.

Empezaremos leyendo la introducción y la definición de potencia en el recuadro coloreado. Podemos formular las siguientes preguntas para valorar el grado de comprensión del alumnado:

- ¿Qué significado tiene la base de una potencia? ¿Y el exponente?
- Resuelve estas potencias: $(-5)^3$ y $(-5)^4$.
- ¿Cómo leerías las potencias anteriores?

Observaremos con los alumnos el apunte del margen *Unidades de información*, enfatizando la aplicación de las potencias a otras disciplinas.

- ¿Qué representa el 2 de la base?

■ A continuación leeremos el subapartado *Signo de una potencia*, observando los ejemplos. Daremos especial importancia a la nota del margen *No te confundas* y plantearemos las siguientes cuestiones al alumnado:

- ¿Por qué en el primer caso el resultado es positivo?
- ¿Por qué en el segundo es negativo?

Para recordar fácilmente las reglas de los signos podemos revisar el esquema *No lo olvides* en el lateral.

El alumnado puede ahora poner en práctica y ampliar estas ideas accediendo a los *Tiching* 69509 y 69511.

Es interesante que también aprendan a manejar la calculadora a la hora de operar con potencias. Para ello se puede seguir la guía *Calculadora* del margen.

1.1 Propiedades de las potencias

■ Aprenderemos cómo resolver las distintas operaciones con potencias, apoyándonos en los diferentes ejemplos.

Un error muy común consiste en aplicar la regla del producto de potencias a expresiones con sumas y restas de potencias de la misma base. Lo veremos preguntando:

- ¿Cuál es el valor de $(3 + 6)^2$?
- ¿Se cumple que $(a + b)^n = a^n + b^n$?
- ¿Por qué se pueden simplificar los (-4) en el caso del cociente de potencias de la misma base?

Los alumnos pueden responder ahora a la actividad *Piensa y contesta* que pone a prueba su capacidad para operar con potencias. Pueden trabajar la actividad en grupos para poner estrategias en común y comparar resultados.

Por último pediremos al alumnado que accedan al recurso 69512 de *@Amplía en la Red*, donde asentarán los procedimientos de cálculo con potencias.

(Continúa en la página 3-32 de la guía)

COMPETENCIAS CLAVE

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 a 3.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre las propiedades de las potencias.
- *Acts. 4 y 5.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.
- *Act. 6.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 1 a 3.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre las potencias.
- *Acts. 4 a 6.* Afrontar las actividades siendo creativo, flexible y perseverante.

COMPETENCIA DIGITAL

- *@Amplía en la Red...* Revisar el concepto de potencia de un número, así como realizar operaciones con potencias utilizando recursos de Internet.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para familiarizarse con las potencias y la manera de simplificar un producto de potencias con la misma base.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 54

1. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2^{3+6+5} = 2^{14}$
- b) $3^{5+7+4} = 3^{16}$
- c) $(-2)^{3+3+1} = (-2)^7$
- d) $(-7)^{7+3+5} = (-7)^{15}$

2. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2^{9-7} = 2^2$
- b) $5^{7-4} = 5^3$
- c) $(-3)^{4-3} = (-3)^1 = -3$
- d) $(-5)^{4-2} = (-5)^2 = 5^2$
- e) $(-7)^{5-3} = (-7)^2 = 7^2$
- f) $7^4 : (-7)^2 = 7^4 : (-1)^2 \cdot 7^2 = 7^4 : 7^2 = 7^2$

3. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $3^{7-5} = 3^{35}$
- b) $(-4)^{5-4} = (-4)^{20} = 4^{20}$
- c) $(-5)^{3-7} = (-5)^{21}$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)

Las propiedades de las potencias proporcionan una manera sistemática de operar con ellas. Así, para calcular $(-4)^{-\frac{3}{2}}$ podemos proceder de dos modos:

$$\left(-4\right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\left(-4\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(-4\right)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$$

1. Cálculo de las potencias (fracciones)

Descomponemos primero la fracción y elevamos numerador y denominador al cuadrado:

$$\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$$

Descomponemos primero la potencia del exponente:

$$\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$$

2. Operación:

Para operar primero se elevan de las fracciones, para obtener potencias con el mismo tipo:

$$\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$$

3. Cálculo de las potencias:

1. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

2. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

3. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

4. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

5. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

6. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

7. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

8. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

9. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

10. $\left(\frac{1}{-4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1^{\frac{3}{2}}}{(-4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}} = \frac{1}{8i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{i \cdot i} = \frac{1}{8} \cdot \frac{i}{-1} = -\frac{i}{8}$

3.1 Potencias de exponente entero no natural

La definición de potencia como producto de factores iguales no sirve si el exponente es negativo o 0, pues no podemos multiplicar un número por sí mismo -3 veces o 0 veces. Sin embargo, alude el punto de vista simbólico, tenemos trabajar con este tipo de potencias.

En esta apartado definiremos las potencias de exponente un número entero no natural de manera que se opere cumpliendo las propiedades que hemos visto.

3.1.1 Potencias de exponente entero negativo

Decidiremos este cociente de potencias de la misma base:

$$\frac{1-4^2}{1-4^3} = \frac{1-4^2}{1-4^2 \cdot 1-4^2 \cdot 1-4^2} = \frac{1}{1-4^2 \cdot 1-4^2 \cdot 1-4^2} = \frac{1}{1-4^2 \cdot 1-4^2 \cdot 1-4^2}$$

Si suponemos que para dividir potencias de la misma base se resta los exponentes:

$$\frac{1-4^2}{1-4^3} = 1-4^{2-3} = 1-4^{-1}$$

Por tanto $1-4^{-1} = \frac{1}{1-4^1}$

En general:

Una potencia de base un número entero de 1 o más y exponente un número entero negativo de igual al inverso de la misma potencia con exponente positivo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \in \mathbb{Z})$$

Observamos que si la base es una fracción:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

En general:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n$$

3.1.2 Operación

Operar con potencias de exponente positivo y negativo:

$$413^7 \cdot \frac{1}{413^2} = 413^{\frac{7}{1} - \frac{2}{1}} = 413^{\frac{5}{1}} = 413^5$$

$$10^{-2} \cdot \frac{1}{10^3} = 10^{-\frac{2}{1} - \frac{3}{1}} = 10^{-\frac{5}{1}} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$$

$$10^{-2} \cdot \frac{1}{10^3} = 10^{-\frac{2}{1} - \frac{3}{1}} = 10^{-\frac{5}{1}} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$$

POTENCIAS DE BASE 0 Y EXPONENTE ENTERO NEGATIVO

Cuando la base es 0 y el exponente es un número negativo no se puede definir la potencia, así, al hacer el inverso de la potencia, obtenemos una fracción de denominador 0, que no está definida.

$$0^{-2} = \frac{1}{0^2}$$

2. POTENCIAS... (CONT.) / 3. POTENCIAS DE...

- Terminamos la exposición de las propiedades con la nota *Ten en cuenta* sobre la suma y resta.

A continuación llevaremos a la práctica las propiedades enunciadas anteriormente.

Leeremos el primer párrafo, que nos descubrirá mediante un ejemplo dos maneras de enfocar las operaciones con potencias.

- ¿Qué operación se ha realizado en primer lugar en cada enfoque?
- ¿Se podrían aplicar ambos métodos si el interior del corchete fuera una suma en lugar de un producto?

- Analizaremos ahora los dos ejemplos siguientes, que desarrollan paso a paso cómo operar y simplificar potencias de fracciones.

- En el ejemplo 1, ¿podemos empezar operando el producto? ¿Por qué?
- En el ejemplo 2, ¿qué paso podíamos haber operado de manera diferente?

El docente destacará la importancia de buscar siempre potencias de la misma base para poder simplificar.

- Por último, los alumnos se enfrentarán al cálculo con potencias mediante la realización de las actividades 8 a 10 del libro.

3.1 Potencias de exponente negativo

- El objetivo del apartado 3 es justificar la necesidad de las potencias de exponente negativo y presentar los métodos para operar con ellas.

- Para empezar, observaremos el ejemplo del cociente de potencias de la misma base y comprobaremos que se cumple lo enunciado en el recuadro coloreado.

- ¿A qué equivale una potencia de exponente negativo?
- ¿Qué ocurre si la base de una potencia es cero?

Para responder a la última cuestión recurriremos a la nota incluida al margen, *Potencias de base 0...*, donde aclaremos este caso particular.

A continuación observaremos con otro ejemplo que en el caso de potencias de fracciones se opera de manera similar.

Terminaremos la exposición de este subapartado con la realización de varios ejemplos, a fin de valorar el nivel de comprensión por parte de los alumnos.

- ¿Por qué en el apartado b el resultado es negativo?
- ¿Por qué no restamos los exponentes en el c)?

Para finalizar, los alumnos leerán cómo trabajar con la calculadora online WIRIS, indicado en el margen.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS, con la que se pueden efectuar cálculos de potencias, usando el icono correspondiente.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 7.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo de potencias de base fraccionaria.
- *Act. 8.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo del producto de potencias de base fraccionaria con la misma base y diferente exponente.
- *Act. 9.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo de potencias de potencias de base fraccionaria.
- *Act. 10.* Aplicar el proceso aprendido para la simplificación de potencias de base fraccionaria.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 permitirá consolidar el cálculo con potencias de base fraccionaria.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 56

7. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} = 0,1975$
- b) $\frac{(-1)^5}{2^5} = \frac{(-1)}{32} = -0,0312$
- c) $\frac{4^2}{9^2} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} = 0,1975$
- d) $\left(-\frac{3^4}{2^4}\right) = \frac{81}{16} = 5,0625$

8. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32} = 0,03125$
- b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} = 0,29629$
- c) $\left(\frac{6 \cdot 50}{25 \cdot 27}\right)^4 = \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 2}{5^2 \cdot 3^3}\right)^4 = \left(\frac{2^2}{3^2}\right)^4 =$

Navegamos por Tiching



– Con la intención de practicar las operaciones con potencias, proponemos entrar el siguiente enlace:

<http://www.tiching.com/743343>

Esta web es un recurso del tipo Descartes. En ella, los alumnos y alumnas podrán repasar con una breve explicación los principales conceptos y propiedades de las potencias. También podrán ir descubriendo de forma intuitiva las escenas y verán los resultados.

Seguidamente, en otra página podrán realizar unas actividades con las que comprobar por sí mismos el afianzamiento de estos contenidos.

Finalmente, pediremos que respondan a las siguientes preguntas:

- ¿Por qué un número elevado a 0 es igual a 1?
- ¿Qué ocurre cuando queremos calcular 0 elevado a 0?

$$= \frac{2^8}{3^8} = \frac{256}{6561} = 0,03901$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{(-5) \cdot 27}{9 \cdot 10}\right)^3 &= \left(\frac{(-5) \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2 \cdot 5}\right)^3 = \frac{(-5)^3 \cdot 3^9}{5^3 \cdot 2^3 \cdot 3^6} \\ &= \frac{(-1) \cdot (3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8} = -3,375 \end{aligned}$$

9. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$
- b) $\left(\frac{-2}{5}\right)^9$
- c) $\left(\frac{-1}{5}\right)^6 = \left(\frac{1}{5}\right)^6$

10. Las soluciones a este ejercicio son:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{2^2}{3^3} : \frac{(-1)}{3^6}\right)^2 : \frac{2^4}{5} &= [(-1) \cdot 2^2 \cdot 3^{6-3}]^2 : \frac{2^4}{5} = \\ &= 2^4 \cdot 3^6 : \frac{2^4}{5} = 3^6 \cdot 5 \end{aligned}$$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)

3.2 Potencias de exponente cero

Compara estas dos formas de potencias de la misma base:

$$\frac{1 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0}{1 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0} = 1$$

Si elevamos que pasa al ser potencia de la misma base de estas las reglas:

$$\frac{1 \cdot 4^2}{1 \cdot 4^2} = 1 \cdot 4^{2-2} = 1 \cdot 4^0$$

TEN EN CUENTA
La potencia 0 no tiene signo negativo.

Una potencia de base a y exponente diferente de 0 y exponente 0 es igual a 1, $a^0 = 1$, siempre $a \neq 0$.

Para, en que, con bases diferentes, las potencias de exponente entero siguen cumpliendo las propiedades de las potencias de exponente natural.

Por ejemplo:

$$1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 = \frac{1}{1 \cdot 2^0} + \frac{1}{1 \cdot 2^1} = \frac{1}{1 \cdot 2^0} + \frac{1}{1 \cdot 2^1} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5$$

Veremos que el producto de potencias de la misma base es otra potencia de la misma base que tiene por exponente la suma de los exponentes.

De nuevo analógicamente:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^2} = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}$$

Por tanto, se cumple también que el cociente de potencias de la misma base es otra potencia de la misma base que tiene por exponente la diferencia de los exponentes.

Practicando de la misma manera, puedes comprobar que se cumplen las propiedades habituales.

1 Escribe con potencias de exponente positivo e idéntico las expresiones que dan el mismo valor:

4^2	$-3 \cdot 3^0$	$4 \cdot 10^{-1}$
$16 \cdot 10^1$	$-8 \cdot 1^0$	$8 \cdot 2^0$

2 Escribe con potencias de exponente no negativo:

$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2}$
$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2}$
$\frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3}$
$\frac{1}{2^5}$	$\frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4}$

3 ¿Qué es lo que 0⁰ es más adecuado? Clásico la respuesta con los contextos de los compañeros.

4. Raíz cuadrada

Antes de introducir el juego de memoria para jugar con la memoria, he de contar los 24 tarjetas cuadradas de que consta el juego y de la mano formando un cuadrado mayor. ¿Cuántas tarjetas tendrás que colocar en cada lado?

De lista de fuerza de tarjetas que multiplicadas por el mismo, se da, resulta el cuadrado de 54:

$$6 \cdot 6 = 36 = 6^2$$

Por tanto, puedes hacer que sea un número de 5. Por tanto, intentas de colocar 5 tarjetas en cada lado.

Para en que 5 tarjetas tampoco la cantidad necesaria, pues $5 \cdot 5 = 25$, aunque está más en la situación del problema planteado.

Decimos que 9 y 49 son los valores cuadrados de 3 y 7. La operación que nos permite hallar otros números se llama **extracción de la raíz cuadrada**. Continuemos:

$$\sqrt{25} = 5$$

TEN EN CUENTA
Si a es un número entero no negativo:
 $\sqrt{a^2} = a$ si $a \geq 0$ y $\sqrt{a^2} = -a$ si $a < 0$.

1 ¿Es el radical?

2 ¿Es el radicando?

3 ¿Es el signo de la raíz cuadrada?

Si el radicando es un número natural cuadrado perfecto, entonces, los dos valores cuadrado son números enteros opuestos, y se dice que la raíz cuadrada es **exacta**. Es lo que sucede en el ejemplo anterior: $9 = 3^2$ por lo tanto, cuadrado exacto de 9.

Si el radicando es un número natural cuadrado perfecto, entonces, los dos valores cuadrado son números enteros opuestos, y se dice que la raíz cuadrada es **exacta**. Es lo que sucede en el ejemplo anterior: $9 = 3^2$ por lo tanto, cuadrado exacto de 9.

Si el radicando es un número natural cuadrado perfecto, entonces, los dos valores cuadrado son números enteros opuestos, y se dice que la raíz cuadrada es **exacta**. Es lo que sucede en el ejemplo anterior: $9 = 3^2$ por lo tanto, cuadrado exacto de 9.

Además, para extraer la raíz cuadrada basta con dividir en 112, haciendo:

$$\sqrt{11200} = 105,97 \dots$$

Para ser que 112 también es una raíz cuadrada de 112. Entonces:

$$\sqrt{112} = 10,597 \dots$$

En el caso particular en que tenemos la aproximación hasta la centésima de la raíz positiva, obtenemos la **raíz cuadrada entera** del número. Así, la raíz cuadrada entera de 112 es 10.

NOTACIÓN
Muchas veces, para denotar la raíz de 2 se utiliza el símbolo $\sqrt{2}$.

RECUERDA
Un número natural es un cuadrado perfecto si es el cuadrado de otro número natural. Los cuadrados perfectos son: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500, 2601, 2704, 2809, 2916, 3025, 3136, 3249, 3364, 3481, 3600, 3721, 3844, 3969, 4096, 4225, 4356, 4489, 4624, 4761, 4900, 5041, 5184, 5329, 5476, 5625, 5776, 5929, 6084, 6241, 6400, 6561, 6724, 6891, 7060, 7231, 7404, 7581, 7760, 7941, 8124, 8309, 8496, 8685, 8876, 9069, 9264, 9461, 9660, 9861, 10064, 10269, 10476, 10685, 10896, 11109, 11324, 11541, 11760, 11981, 12204, 12429, 12656, 12885, 13116, 13349, 13584, 13821, 14060, 14301, 14544, 14789, 15036, 15285, 15536, 15789, 16044, 16301, 16560, 16821, 17084, 17349, 17616, 17885, 18156, 18429, 18704, 18981, 19260, 19541, 19824, 20109, 20396, 20685, 20976, 21269, 21564, 21861, 22160, 22461, 22764, 23069, 23376, 23685, 23996, 24309, 24624, 24941, 25260, 25581, 25904, 26229, 26556, 26885, 27216, 27549, 27884, 28221, 28560, 28901, 29244, 29589, 29936, 30285, 30636, 30989, 31344, 31701, 32060, 32421, 32784, 33149, 33516, 33885, 34256, 34629, 35004, 35381, 35760, 36141, 36524, 36909, 37296, 37685, 38076, 38469, 38864, 39261, 39660, 40061, 40464, 40869, 41276, 41685, 42096, 42509, 42924, 43341, 43760, 44181, 44604, 45029, 45456, 45885, 46316, 46749, 47184, 47621, 48060, 48501, 48944, 49389, 49836, 50285, 50736, 51189, 51644, 52101, 52560, 53021, 53484, 53949, 54416, 54885, 55356, 55829, 56304, 56781, 57260, 57741, 58224, 58709, 59196, 59685, 60176, 60669, 61164, 61661, 62160, 62661, 63164, 63669, 64176, 64685, 65196, 65709, 66224, 66741, 67260, 67781, 68304, 68829, 69356, 69885, 70416, 70949, 71484, 72021, 72560, 73101, 73644, 74189, 74736, 75285, 75836, 76389, 76944, 77501, 78060, 78621, 79184, 79749, 80316, 80885, 81456, 82029, 82604, 83181, 83760, 84341, 84924, 85509, 86096, 86685, 87276, 87869, 88464, 89061, 89660, 90261, 90864, 91469, 92076, 92685, 93296, 93909, 94524, 95141, 95760, 96381, 97004, 97629, 98256, 98885, 99516, 100149, 100784, 101421, 102060, 102701, 103344, 103989, 104636, 105285, 105936, 106589, 107244, 107901, 108560, 109221, 109884, 110549, 111216, 111885, 112556, 113229, 113904, 114581, 115260, 115941, 116624, 117309, 117996, 118685, 119376, 120069, 120764, 121461, 122160, 122861, 123564, 124269, 124976, 125685, 126396, 127109, 127824, 128541, 129260, 130081, 130904, 131729, 132556, 133385, 134216, 135049, 135884, 136721, 137560, 138401, 139244, 140089, 140936, 141785, 142636, 143489, 144344, 145201, 146060, 146921, 147784, 148649, 149516, 150385, 151256, 152129, 152996, 153865, 154736, 155609, 156484, 157361, 158240, 159121, 160004, 160889, 161776, 162665, 163556, 164449, 165344, 166241, 167140, 168041, 168944, 169849, 170756, 171665, 172576, 173489, 174404, 175321, 176240, 177161, 178084, 179009, 179936, 180865, 181796, 182729, 183664, 184601, 185540, 186481, 187424, 188369, 189316, 190265, 191216, 192169, 193124, 194081, 195040, 196001, 196964, 197929, 198896, 199865, 200836, 201809, 202784, 203761, 204740, 205721, 206704, 207689, 208676, 209665, 210656, 211649, 212644, 213641, 214640, 215641, 216644, 217649, 218656, 219665, 220676, 221689, 222704, 223721, 224740, 225761, 226784, 227809, 228836, 229865, 230896, 231929, 232964, 233999, 235036, 236075, 237116, 238159, 239204, 240251, 241296, 242343, 243392, 244443, 245496, 246551, 247608, 248667, 249728, 250791, 251856, 252923, 253992, 255063, 256136, 257211, 258288, 259367, 260448, 261531, 262616, 263703, 264792, 265883, 266976, 268071, 269168, 270267, 271368, 272471, 273576, 274683, 275792, 276903, 278016, 279131, 280248, 281367, 282488, 283611, 284736, 285863, 286992, 288123, 289256, 290391, 291528, 292667, 293808, 294951, 296096, 297243, 298392, 299543, 300696, 301851, 303008, 304167, 305328, 306491, 307656, 308823, 309992, 311163, 312336, 313511, 314688, 315867, 317048, 318231, 319416, 320603, 321792, 322983, 324176, 325371, 326568, 327767, 328968, 330171, 331376, 332583, 333792, 335003, 336216, 337431, 338648, 339867, 341088, 342311, 343536, 344763, 345992, 347223, 348456, 349691, 350928, 352167, 353408, 354651, 355896, 357143, 358392, 359643, 360896, 362151, 363408, 364667, 365928, 367191, 368456, 369723, 370992, 372263, 373536, 374811, 376088, 377367, 378648, 379931, 381216, 382503, 383792, 385083, 386376, 387671, 388968, 390267, 391568, 392869, 394172, 395477, 396784, 398093, 399404, 400716, 402029, 403344, 404661, 405980, 407301, 408624, 409949, 411276, 412605, 413936, 415269, 416604, 417941, 419280, 420621, 421964, 423309, 424656, 426005, 427356, 428709, 430064, 431421, 432780, 434141, 435504, 436869, 438236, 439605, 440976, 442349, 443724, 445101, 446480, 447861, 449244, 450629, 452016, 453405, 454796, 456189, 457584, 458981, 460380, 461781, 463184, 464589, 465996, 467405, 468816, 470229, 471644, 473061, 474480, 475901, 477324, 478749, 480176, 481605, 483036, 484469, 485904, 487341, 488780, 490221, 491664, 493109, 494556, 496005, 497456, 498909, 500364, 501821, 503280, 504741, 506204, 507669, 509136, 510605, 512076, 513549, 515024, 516501, 517980, 519461, 520944, 522429, 523916, 525405, 526896, 528389, 529884, 531381, 532880, 534381, 535884, 537389, 538896, 540405, 541916, 543429, 544944, 546461, 547980, 549501, 551024, 552549, 554076, 555605, 557136, 558669, 560204, 561741, 563280, 564821, 566364, 567909, 569456, 571005, 572556, 574109, 575664, 577221, 578780, 580341, 581904, 583469, 585036, 586605, 588176, 589749, 591324, 592901, 594480, 596061, 597644, 599229, 600816, 602405, 603996, 605589, 607184, 608781, 610380, 611981, 613584, 615189, 616796, 618405, 620016, 621629, 623244, 624861, 626480, 628101, 629724, 631349, 632976, 634605, 636236, 637869, 639504, 641141, 642780, 644421, 646064, 647709, 649356, 651005, 652656, 654309, 655964, 657621, 659280, 660941, 662604, 664269, 665936, 667605, 669276, 670949, 672624, 674301, 675980, 677661, 679344, 681029, 682716, 684405, 686096, 687789, 689484, 691181, 692880, 694581, 696284, 697989, 699696, 701405, 703116, 704829, 706544, 708261, 710080, 711901, 713724, 715549, 717376, 719205, 721036, 722869, 724704, 726541, 728380, 730221, 732064, 733909, 735756, 737605, 739456, 741309, 743164, 745021, 746880, 748741, 750604, 752469, 754336, 756205, 758076, 759949, 761824, 763701, 765580, 767461, 769344, 771229, 773116, 775005, 776896, 778789, 780684, 782581, 784480, 786381, 788284, 790189, 792096, 794005, 795916, 797829, 799744, 801661, 803580, 805501, 807424, 809349, 811276, 813205, 815136, 817069, 818996, 820929, 822864, 824801, 826740, 828681, 830624, 832569, 834516, 836465, 838416, 840369, 842324, 844281, 846240, 848201, 850164, 852129, 854096, 856065, 858036, 860009, 861984, 863961, 865940, 867921, 869904, 871889, 873876, 875865, 877856, 879849, 881844, 883841, 885840, 887841, 889844, 891849, 893856, 895865, 897876, 899889, 901904, 903921, 905940, 907961, 909984, 912009, 914036, 916065, 918096, 920129, 922164, 924201, 926240, 928281, 930324, 932369, 934416, 936465, 938516, 940569, 942624, 944681, 946740, 948801, 950864, 952929, 954996, 957065, 959136, 961209, 963284, 965361, 967440, 969521, 971604, 973689, 975776, 977865, 979956, 982049, 984144, 986241, 988340, 990441, 992544, 994649, 996756, 998865, 1000976, 1003089, 1005204, 1007321, 1009440, 1011561, 1013684, 1015809, 1017936, 1020065, 1022196, 1024329, 1026464, 1028601, 1030740, 1032881, 1035024, 1037169, 1039316, 1041465, 1043616, 1045769, 1047924, 1050081, 1052240, 1054401, 1056564, 1058729, 1060896, 1063065, 1065236, 1067409, 1069584, 1071761, 1073940, 1076121, 1078304, 1080489, 1082676, 1084865, 1087056, 1089249, 1091444, 1093641, 1095840, 1098041, 1100244, 1102449, 1104656, 1106865, 1109076, 1111289, 1113504, 1115721, 1117940, 1120161, 1122384, 1124609, 1126836, 1129065, 1131296, 1133529, 1135764, 1138001, 1140240, 1142481, 1144724, 1146969, 1149216, 1151465, 1153716, 1155969, 1158224, 1160481, 1162740, 1165001, 1167264, 1169529, 1171796, 1174065, 1176336, 1178609, 1180884, 1183161, 1185440, 1187721, 1190004, 1192289, 1194576, 1196865, 1199156, 1201449, 1203744, 1206041, 1208340, 1210641, 1212944, 1215249, 1217556, 1219865, 1222176, 1224489, 1226804, 1229121, 1231440, 1233761, 1236084, 1238409, 1240736, 1243065, 1245396, 1247729, 1250064, 1252401, 1254740, 1257081, 1259424, 1261769, 1264116, 1266465, 1268816, 1271169, 1273524, 1275881, 1278240, 1280601, 1282964, 1285329, 1287696, 1290065, 1292436, 1294809, 1297184, 1299561, 1301940, 1304321, 1306704, 1309089, 1311476, 1313865, 1316256, 1318649, 1321044, 1323441, 1325840, 1328241, 1330644, 1333049, 1335456, 1337865, 1340276, 1342689, 1345104, 1347521, 1349940, 1352361, 1354784, 1357209, 1359636, 1362065, 1364496, 1366929, 1369364, 1371801, 1374240, 1376681, 1379124, 1381569, 1384016, 1386465, 1388916, 1391369, 1393824, 1396281, 1398740, 1401199, 1403660, 1406121, 1408584, 1411049, 1413516, 1415985, 1418456, 1420929, 1423404, 1425881, 1428360, 1430841, 1433324, 1435809, 1438296, 1440785, 1443276, 1445769, 1448264, 1450761, 1453260, 1455761, 1458264, 1460769, 1463276, 1465785, 1468296, 1470809, 1473324, 1475841, 1478360, 1480881, 1483404, 1485929, 1488456, 1490985, 1493516, 1496049, 1498584, 1501121, 1503660, 1506201, 1508744, 1511289, 1513836, 1516385, 1518936, 1521489, 1524044, 1526601, 1529160, 1531721, 1534284, 1536849, 1539416, 1541985, 1544556, 1547129, 1549704, 1552281, 1554860, 1557441, 1560024, 1562609, 1565196, 1567785, 1570376, 1572969, 1575564, 1578161, 1580760, 1583361, 1585964, 1588569, 1591176, 1593785, 1596396, 1599009, 1601624, 1604241, 1606860, 1609481, 1612104, 1614729, 1617356, 1620985, 1623616, 1626249, 1628884, 1631521, 1634160, 1636801, 1639444, 1642089, 1644736, 1647385, 1650036, 1652689, 1655344, 1658001, 1660660, 1663321, 1665984, 1668649, 1671316, 1673985, 1676656, 1679329, 1682004, 1684681, 1687360, 1690041, 1692724, 1695409, 1698096, 1700785, 1703476, 1706169, 1708864, 1711561, 1714260, 1716961, 1719664, 1722369, 1725076, 1727785, 1730496, 1733209, 1735924, 1738641, 1741360, 1744081, 1746804, 1749529, 1752256, 1754985, 1757716, 1760449, 1763184, 1765921, 1768660, 1771401, 1774144, 1776889, 1779636, 1782385, 1785136, 1787889, 1790644, 1793401, 1796160, 1798921, 1801684, 18

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 14.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios y de generar ideas e hipótesis a partir de la información dada.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 11 a 13.* Reconocer y asimilar los conceptos y las propiedades de las operaciones con potencias y ser capaz de simplificarla y expresarlas con exponente natural.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 11 a 13.* Identificar, en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Act. 14.* Ser capaz de defender las respuestas, mostrando criterio propio ante el grupo.

Navegamos por Tiching



– Proponemos entrar en este enlace, para reforzar los automatismos del cálculo de potencias con exponente cero y raíces cuadradas:

<http://www.tiching.com/743344>

En este recurso accedemos a un portal con actividades resueltas que también pueden ser descargadas en formato PDF.

Se trata de actividades interactivas en las cuales los alumnos podrán pulsar sobre ellas y obtener las soluciones. También se ven cada uno de los mecanismos utilizados para realizar estas operaciones matemáticas.

Este material autoevaluable es interesante porque permite el trabajo autónomo por parte del alumnado, además de ser un buen método de asimilación de nuevos conceptos.

Finalmente, podemos proponer estas preguntas:

- ¿Podrías explicar por qué no existen raíces cuadradas de número negativo?
- ¿A qué llamamos raíz cuadrada entera por defecto?

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 58

11. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\frac{1}{3^2}$
- b) $\frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{3^2}$
- c) $\frac{1}{-3^2}$
- d) $\frac{1}{3^3}$
- e) $\frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-3^3}$
- f) $\frac{1}{-3^3}$

Las expresiones iguales son la a y la b, y la e y la f respectivamente.

12. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\frac{1}{2^6}$

b) $\frac{1}{(-2)^4 \cdot (-2)^3} = \frac{1}{(-2)^7} = \frac{-1}{2^7}$

c) $\left(\frac{2^3}{2^4}\right)^{-2} = \left(\frac{2^4}{2^3}\right)^2 = 2^2$

d) $\left(\frac{1}{(-2)^3}\right)^4 = \frac{1}{2^{12}}$

e) $\frac{1}{(-11)^2 \cdot (-11)^7} = \frac{1}{(-11)^9} = \frac{-1}{11^9}$

f) $\frac{1}{2^4 \cdot 2^4} = \frac{1}{2^8}$

g) $\frac{3^4}{3^2 \cdot 3^7} = \frac{3^4}{3^9} = \frac{1}{3^5}$

h) $\left(\frac{2^{10}}{2^{10} \cdot 3^5}\right)^{-20} = (3^5)^{20} = 3^{100}$

13. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{1}{2^3 \cdot 2^3} = \frac{1}{2^6}$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)

4.1 Raíz cuadrada de una fracción positiva

Clasifica los siguientes números:

$$+ \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

De hecho, de dos potencias como base es el 2, la fracción que tiene el denominador es un número entero, y luego expresamos en \mathbb{Z} .

El resultado es un número entero si el número $\frac{a}{b}$ dentro de $\sqrt{\frac{a}{b}}$ tiene los mismos factores en el numerador y el denominador. En general:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Si a y b son, tanto el numerador y el denominador de la fracción del radicando son cuadrados perfectos, la raíz cuadrada es una fracción cuyo numerador es la raíz del numerador y cuyo denominador es la raíz del denominador. En general:

$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$$

La mayoría de las fracciones no tienen raíz cuadrada entera, así como los números irracionales.

Ejemplo:

Calcula $\sqrt{\frac{12}{25}}$

Según la definición de raíz: $\sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{25}}$

Calculamos $\sqrt{12}$ y $\sqrt{25}$. Como $\sqrt{25}$ es un número entero, simplemente simplificamos hasta los enteros. Por tanto:

$$\sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{\sqrt{12}}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

Una forma de calcular este tipo de raíces es dividir la división $25 : 12$ y después aplicar la raíz de dicho número: $\sqrt{2,32}$

Amplía en la Red.
www.quepasa.com/2014/04/01/raiz-cuadrada-de-una-fraccion/

5. Operaciones combinadas

Cuando se una serie de operaciones algebraicas y raíces cuadradas, además de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, debemos utilizar las operaciones en este orden:

1. Las operaciones entre paréntesis respetando la prioridad.
2. Las potencias y las raíces cuadradas.
3. Las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparecen.
4. Las sumas y las restas.

Recuerda: No ignorarás que cualquier paréntesis dentro de paréntesis se aplican primero (), y luego (), para mayor claridad. De nuevo, cuando se encuentran números dentro de paréntesis.

Atención: Recuerda \sqrt{a} siempre da resultado positivo y $-a$ da resultado negativo. Así como, cuando se opera el signo positivo, se cancela, como signo de valor positivo. Por ejemplo:

$$\frac{7}{8} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{7}{8} = 0$$

Ejemplo:

1. Calcula $\sqrt{\frac{12}{25}} + \sqrt{\frac{3}{4}}$

$$\sqrt{\frac{12}{25}} + \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{25}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2. Calcula $2^3 + 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$2^3 + 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 8 + 4 + \frac{9}{4} + 4 + \frac{9}{4} = 16 + \frac{9}{4} + 4 + \frac{9}{4} = 20 + \frac{18}{4} = 20 + \frac{9}{2} = \frac{40}{2} + \frac{9}{2} = \frac{49}{2}$$

3. Calcula $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] \frac{2}{3}$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] \frac{2}{3} = \left[\frac{1}{4} + \frac{9}{16}\right] \frac{2}{3} = \left[\frac{4}{16} + \frac{9}{16}\right] \frac{2}{3} = \frac{13}{16} \frac{2}{3} = \frac{13}{8} \frac{2}{3} = \frac{13}{12}$$

Amplía en la Red.
www.quepasa.com/2014/04/01/operaciones-combinadas/

4. RAÍZ... (CONT.) / 5. OPERACIONES...

4.1 Raíz cuadrada de una fracción positiva

■ Empezaremos leyendo el subapartado y analizando las transformaciones realizadas en las expresiones con fracciones:

- ¿Qué regla hemos aplicado en los dos primeros cálculos?
- ¿Por qué utilizamos el signo \pm al expresar el resultado de la raíz cuadrada?
- ¿Cómo resolvemos la raíz de una fracción si el numerador y el denominador son cuadrados perfectos?

A continuación trabajaremos el ejemplo, para comprobar cómo procedemos cuando las raíces del numerador y del denominador no son exactas.

- ¿De qué dos maneras podemos resolver estas raíces?

■ Los alumnos practicarán los métodos estudiados consultando el recurso 69536 indicado en @Amplía en la Red.

Después contestarán a las actividades 15 a 20 del libro, que servirán de repaso tanto de las raíces cuadradas de enteros no negativos como de fracciones.

Por último, leeremos la pista señalada en el margen para trabajar las raíces con la *Calculadora*.

5 Operaciones combinadas

■ El objetivo de la siguiente sección consiste en aprender a operar expresiones algebraicas que contienen distintas operaciones, incorporando raíces y potencias.

En primer lugar, leeremos las reglas de prioridad de las operaciones y la nota *Recuerda*. Asentaremos estas reglas planteando al alumnado las siguientes cuestiones:

- ¿Qué se opera antes, una resta o una potencia?
- ¿Qué tiene prioridad, una suma o un producto?
- ¿Qué operamos antes, una potencia o una raíz?

A continuación, analizaremos los dos ejemplos propuestos, comprobando el orden en que ejecutamos las operaciones preguntando:

- ¿Qué operaciones se realizan en último lugar?

Nos fijaremos en el apunte *Atención* del margen, que nos indica cómo actuar con el doble resultado de una raíz.

Continuaremos leyendo el texto y el último ejemplo. Lanzaremos esta pregunta al alumnado:

- ¿En qué se diferenciaría si no hubiéramos simplificado?

Los alumnos pueden poner en práctica estos métodos accediendo al recurso *Tiching* indicado.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 16 y 20.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios así como trabajar la búsqueda, recopilación y procesamiento de información.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 16.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones en base a lo aprendido.
- *Acts. 15, 18 y 19.* Aplicar el proceso aprendido para operar con raíces, de forma repetitiva para mejorar la eficacia en su resolución.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 17.* Reflexionar antes de resolver las actividades y tomar decisiones de forma razonada, aplicando las estrategias aprendidas de manera sistemática.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 4 servirá para revisar las raíces cuadradas y las operaciones sencillas que las contienen.
- ✓ La actividad de ampliación 2 resultará útil para comprobar si el alumnado es capaz de realizar operaciones combinadas con raíces cuadradas y potencias de manera eficaz.



Navegamos por Tiching

- Para trabajar en clase el orden en las operaciones combinadas con potencias, raíces, y paréntesis, podemos acceder al siguiente enlace:

<http://www.tiching.com/743345>

Se trata de un vídeo de poco más de dieciocho minutos en el que los alumnos y alumnas podrán visualizar la mecánica de resoluciones complejas.

Es importante que tengan en cuenta y automaticen la jerarquía de las operaciones.

Como docentes, les pediremos que resuelvan también la actividad propuesta. Podremos detener el vídeo y preguntarles cuál sería el paso siguiente, y seguidamente, comprobarlo en la pantalla.

A continuación, les preguntaremos a nuestro alumnado:

- ¿Qué se utiliza en las expresiones que contienen paréntesis dentro de paréntesis?
- ¿Qué utilidad tienen?
- En estos casos, ¿cómo se realiza la resolución?

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 60

15. Las soluciones a este ejercicio son:

a)

$\sqrt{91,0000}$	9,53
-81	9 · 9 = 81
1000	9 · 2 = 18
-925	185 · 5 = 925
7500	95 · 2 = 190
-5709	1903 · 3 = 5709
1791	

b)

$\sqrt{453,0000}$	21,28
-4	2 · 2 = 4
053	2 · 2 = 4
-41	41 · 1 = 41
1200	21 · 2 = 42
-844	422 · 2 = 844
35600	212 · 2 = 424
-33984	4248 · 8 = 33984
1616	

c)

$\sqrt{1025,00}$	32,01
-9	3 · 3 = 9
125	3 · 2 = 6
-124	62 · 2 = 124
1000	32 · 2 = 64
-641	641 · 1 = 641
359	

d)

$\sqrt{5590,0000}$	74,76
-49	7 · 7 = 49
690	7 · 2 = 14
-576	144 · 4 = 576
11400	74 · 2 = 148
-10409	1487 · 7 = 10409
99100	747 · 2 = 1494
-89676	14946 · 6 = 89676
9424	

16. El resto de la raíz debe cumplir que la siguiente condición:

$$\text{resto} < (2 \cdot \text{raíz entera}) + 1$$

En nuestro caso, no se cumple esta condición, ya que:

$$62 > 27 \cdot 2 + 1 = 55$$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)

5. Operaciones combinadas

Ejemplo 1: Calcula $\left[\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{4}\right)^2\right] \cdot \frac{5}{6}$

Ejemplo 2: Calcula $\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{6}$

Ejemplo 3: Calcula $\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] \cdot \frac{5}{6}$

6. Notación científica

Las distancias astronómicas son tan grandes que nos resulta imposible expresarlas en unidades de longitud habituales de los laboratorios. Una de estas unidades es el año luz, que equivale a la distancia recorrida por la luz en un año.

Si hacemos los cálculos tendremos un número que, si sólo son 200,25 años de luz, se puede escribir como 200,25 años luz o bien 200 250 años luz, o bien 200 250 000 años luz, o bien 200 250 000 000 años luz.

Podemos abreviar la escritura de este número utilizando una potencia de 10: 200 250 000 000 años = 200,25 · 10⁹ años = 2,0025 · 10¹¹ años.

Esta última expresión es la que el sistema que utilizamos en la página de 33 se llama notación científica.

RECUERDA

Una potencia de base 10 se representa un número positivo si el exponente es positivo y un número negativo si el exponente es negativo.

Por ejemplo: 10³ = 1000; 10⁻² = 0,01.

NO LO OLVIDES

Cuando tenemos un número decimal y queremos escribirlo en notación científica, debemos poner el exponente de la potencia de 10 anterior al número de la coma decimal.

Por ejemplo: 37845 = 3,7845 · 10⁴

Si la coma decimal está a la izquierda del número, debemos poner el exponente de la potencia de 10 anterior al número de la coma decimal.

Por ejemplo: 0,0037845 = 3,7845 · 10⁻³

5.1 Operaciones en notación científica

La distancia media entre el Sol y la Tierra es de 149 597 870 · 10³ m y entre la Tierra y la Luna es de 384 400 · 10³ m. ¿Cuál es la distancia entre el Sol y la Luna cuando están alineados con la Tierra?

Para calcular esta distancia, debemos calcular la siguiente diferencia:

$$149\,597\,870 \cdot 10^3 \text{ m} - 384\,400 \cdot 10^3 \text{ m}$$

La primera potencia de base 10 es mayor que la segunda, así que podemos utilizar la misma potencia de 10. Comenzamos, por ejemplo, con 10³.

Entonces, expresamos la segunda potencia de base 10 en notación científica:

$$149\,597\,870 \cdot 10^3 \text{ m} - 384\,400 \cdot 10^3 \text{ m} = (149\,597\,870 - 384\,400) \cdot 10^3 \text{ m} = 149\,213\,470 \cdot 10^3 \text{ m}$$

5. OPERACIONES... (CONT.) / 6. NOTACIÓN...

■ Continuamos resolviendo tres ejemplos más sobre operaciones combinadas. Analizaremos el modo de proceder en cada caso y plantearemos estas cuestiones al alumnado para comprobar el grado de comprensión:

- ¿Cómo hemos operado en el último paso del ejemplo 2?
- En el ejemplo 3, ¿podríamos haber resuelto en primer lugar el corchete?
- ¿Cómo operábamos las potencias de fracciones de exponente negativo?

Después, los alumnos resolverán las actividades propuestas, poniendo en común los resultados y procedimientos empleados.

Para terminar esta sección, propondremos al alumnado practicar las operaciones combinadas con la calculadora WIRIS.

6. Notación científica

■ En la siguiente sección estudiaremos cómo expresar cantidades muy grandes mediante la notación científica.

En primer lugar, leeremos la introducción para apreciar la necesidad de utilizar la notación científica y en qué situaciones. Proponemos preguntar:

- ¿Qué potencias se utilizan en la notación científica?

- ¿Está expresado correctamente en notación científica el número $15,3 \cdot 10^7$?

Leeremos ahora la nota *Recuerda* del margen.

A continuación, leeremos la definición del recuadro y los párrafos siguientes para comprender cómo se expresa un número en notación científica. Para ello preguntaremos:

- ¿Representa una cantidad muy grande o muy pequeña el número $2,5 \cdot 10^{-8}$?
- ¿Cómo expresarías el número 75 598 302,6 en notación científica?

6.1. Operaciones en notación científica

■ El objetivo de este apartado es presentar las normas básicas para operar con números expresados en notación científica.

Comenzaremos leyendo la nota *No lo olvides*, donde aprenderemos la primera regla para trabajar con potencias de 10.

A continuación, analizaremos entre todos el ejemplo presentado y plantearemos estas preguntas al alumnado:

- ¿Son las distancias de la Tierra al Sol y de la Tierra a la Luna parecidas? Razona tu respuesta.
- ¿Qué haremos en primer lugar al operar con potencias de 10?

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 21 y 22.* Comprender e interpretar los enunciados de las actividades en los que se incluyen términos específicos sobre potencias y raíces.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS, con la que se pueden comprobar los resultados de las operaciones combinadas.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 21 y 22.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades referentes a raíces y potencias a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 2 resultará útil para evaluar si el alumnado ha entendido correctamente y sabe aplicar la notación científica en la expresión de números.
- ✓ La actividad de ampliación 1 consolidará el método de resolución de operaciones combinadas con raíces cuadradas y potencias.

Navegamos por Tiching



- Proponemos ampliar el conocimiento y conocer un poco más la utilidad de la notación científica entrando en el siguiente enlace:

<http://www.tiching.com/743346>

Con este enlace sobre la escala del universo, a nuestros alumnos les será fácil comparar objetos y lugares a diferentes escalas. Pueden acercarse o alejarse utilizando el zoom, comprobando las distancias reales

Además, al hacer clic sobre cada uno de ellos obtendrán más información, entre ella sus medidas reales tanto en las unidades más habituales como en las del SI expresadas en notación científica.

Dejaremos a los alumnos que investiguen un rato por su cuenta, y, a continuación, les preguntaremos:

- *¿Cuáles son las medidas del Sol, Alpha Centauri y Sedna en notación científica?*
- *¿Cuánto tarda Sedna en completar una órbita?*
- *¿A qué distancia está la Tierra del Sol?*
- *¿Puedes explicar la utilidad de la notación científica?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 62

21. Las resoluciones son:

$$a) 3 - \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{20}{9} \right) + \frac{1}{3} = 3 - \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{-53}{36} \right) + \frac{1}{3} = 3 + \frac{53}{8} + \frac{1}{3} = \frac{72 + 159 + 8}{24} = \frac{239}{24} = 9,958$$

$$b) \frac{1}{2} : \frac{3^2}{2^4} : \left[\frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{5}{9} \right] = \frac{2^3}{3^2} : \left[\frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{5}{3^2} \right] = \frac{2^3}{3^2} : \frac{2^2 \cdot 5}{3^4} = \frac{2^3 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3^2}{5} = \frac{18}{5} = 3,6$$

$$c) 2 - \frac{3}{2} \cdot \left[1 - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{-2}{15} \right)^{-1} \right] + \frac{1}{4} = 2 - \frac{3}{2} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 2} \right] + \frac{1}{4} = 2 - \frac{3}{2} \cdot (2+3) + \frac{1}{4} = 2 - \frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{40 - 6 + 5}{20} = 1,95$$

$$d) \frac{2}{3} - \frac{1}{2^2} : \frac{3^2}{2^4} + \frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{-2^2}{1} = \frac{2}{3} - \frac{2^2}{3^2} - \frac{3^2}{1} = \frac{6 - 4 - 81}{3^2} = -\frac{79}{9} = -8,77$$

$$e) \frac{2^4}{3 \cdot 5} \cdot \frac{5^2}{2^4} + \frac{2^2 \cdot 3^2}{2^4} \cdot \frac{2^3}{5^3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{3} + \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} + \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 5^3 + 2 \cdot 3^2 \cdot 3 + 5 \cdot 5^2 \cdot 3}{5^3 \cdot 3} = \frac{1054}{375} = 2,81$$

$$f) \left[2^2 : \frac{3^2}{2^4} \right]^{-2} : \left[\frac{2^5}{3^5} : \frac{12}{9} \right] = \left[\frac{2^6}{3^2} \right]^{-2} : \left[\frac{2^5}{3^5} : \frac{2^2 \cdot 3}{3^2} \right] = \left[\frac{3^2}{2^6} \right]^2 : \left[\frac{2^5 \cdot 3^2}{3^5 \cdot 3 \cdot 2^2} \right] = \frac{3^4}{2^{12}} : \frac{2^3}{3^4} = \frac{3^8}{2^{15}} = \frac{6561}{32768} = 0,20$$

(Continúa en la página 3-31 de la guía)

Resolución de problemas

El caso de las potencias y de la notación científica puede convertirse pronto en resolución de problemas.

1. Problema

Un zorro forma una construcción de 444,17 m de alto y 227,08 m de ancho. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa de este triángulo rectángulo?

2. Problema

Un ordenador se descompone con el tiempo. Si su precio inicial era de 960 € y cada medio año su valor se reduce a los tres cuartos partes, ¿cuál será su valor al cabo de 4 años?

3. Problema

Si se multiplica sucesivamente por 12 diez veces el número de los meses de un mes, ¿cuánto será el resultado?

4. Problema

Los beneficios de una empresa crecen a un ritmo del 8% anual. Si el primer año los beneficios fueron de 200 000 €, ¿cuánto serán los beneficios al cabo de 5 años?

Resolución:

1. $444,17^2 + 227,08^2 = 199,211,8889 + 51,564,7264 = 250,776,6153$
 $\sqrt{250,776,6153} = 15,836,280,11$
 La longitud de la hipotenusa es de 15,836,280,11 m.

2. $960 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8 = 960 \cdot \frac{6561}{65536} = 9,375,000,000$
 El valor del ordenador al cabo de 4 años será de 9,375,000,000 €.

3. $12^{10} = 61,917,364,224$
 El resultado de multiplicar diez veces por 12 el número de los meses de un mes es de 61,917,364,224.

4. $200,000 \cdot (1,08)^5 = 200,000 \cdot 1,469,328,074 = 293,865,614,8$
 Los beneficios al cabo de 5 años serán de 293,865,614,8 €.

6. NOTACIÓN... (CONT.) / RESOLUCIÓN...

■ Completamos el desarrollo del ejemplo preguntando a los alumnos:

- ¿Por qué no estaba el resultado expresado en notación científica?
- ¿Por qué incrementamos la potencia de 10 al expresarla en notación científica?

Como conclusión del ejercicio que acabamos de resolver, leeremos a continuación las normas básicas para operar con números en notación científica. Preguntaremos:

- ¿Cómo operamos los exponentes de las potencias de 10 al multiplicar dos números en notación científica?
- ¿Cómo restamos dos números en notación científica si tienen la misma potencia de 10?

Finalmente, observaremos la nota del margen, donde aprenderemos a introducir números en notación científica en la Calculadora, observaremos los dos ejemplos siguientes. Luego haremos las siguientes preguntas:

- ¿Es necesario expresar los números en la misma potencia de 10 antes de multiplicar dos números en notación científica?
- ¿Y al dividirlos?

Por último, pediremos al alumnado que resuelva en sus cuadernos las actividades de la página 64.

Resolución de problemas

■ La siguiente sección tiene como finalidad observar las ventajas del uso de las potencias y de la notación científica a la hora de resolver problemas.

En primer lugar leeremos la sección *Recuerda*, donde repasaremos las cuatro fases que se tienen que seguir a la hora de resolver los problemas.

Trataremos de identificar dichas fases de resolución en los dos ejemplos resueltos en el libro, y plantearemos estas cuestiones para comprobar el grado de comprensión:

- Tras leer el primer enunciado ¿podrías decirme qué buscamos? Nombra una posible combinación.
- ¿Del segundo enunciado deducimos que el precio buscado será mayor o menor que el inicial?
- En la ejecución del segundo ejemplo, ¿cómo hemos simplificado la cantidad de 960?

Después de realizar los ejemplos anteriores conjuntamente, los alumnos no tendrán dificultad para resolver los problemas planteados en la página 65.

Finalmente haremos una puesta en común de los resultados de las actividades y solucionaremos entre todos las posibles dudas que hayan surgido en su resolución.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- Act. 25. Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios y de generar ideas e hipótesis.

APRENDER A APRENDER

- Acts. 23 a 25. Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades adquiridas para resolver las actividades propuestas.
- Acts. 26 y 27. Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.
- Acts. 28 a 30. Saber transformar la información recopilada y construir sus propias estrategias para aplicarlas en la resolución de los problemas.

SENTIDO DE INICIATIVA | ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- Resolución de problemas. Observar el planteamiento y resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 5 servirá como práctica del operaciones en notación científica.
- ✓ La actividad de ampliación 3 consolidará el método de resolución de problemas paso a paso a partir de un problema con potencias y notación científica.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching



- Proponemos ampliar la práctica de la notación científica entrando en este enlace:

<http://www.tiching.com/743347>

En esta la web se proponen siete problemas en los que se utiliza la notación científica.

Pediremos a nuestro alumnado que resuelvan los problemas en el cuaderno y, a continuación, verifiquen el resultado clicando en la solución.

Como se trata ejercicios autocorrectivos, el alumno tiene un conocimiento más personalizado de su proceso de aprendizaje, lo que favorece su compromiso y, asimismo facilita la autonomía.

Finalmente, lanzaremos las siguientes preguntas:

- *¿Cómo podemos sumar y restar números expresados en notación científica elevados a la misma potencia? ¿Sería válido si estuvieran expresados de otra manera?*
- *¿Crees que multiplicar o dividir con notaciones científicas puede resultar complejo?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 64

23. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2,3756 \cdot 10^{11}$
- b) $-7,6751 \cdot 10^{13}$
- c) $1,775653 \cdot 10^{12}$
- d) $-3,254 \cdot 10^{11}$
- e) $4,683 \cdot 10^7$
- f) $-7,34562 \cdot 10^9$

24. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 14.579.300.000
- b) 765.000.000.000
- a) $-92.300.000$
- b) $-5.002.000$

25. Este número no está expresado en notación científica, ya que en esta notación la parte entera no puede ser 0.

26. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(3,8 + 7,6) \cdot 10^{15} = 11,4 \cdot 10^{15}$
- b) $(5,76 - 3,94) \cdot 10^{13} = 1,82 \cdot 10^{13}$

$$c) (-2,25 + 2,09) \cdot 10^8 = -0,16 \cdot 10^8 = -1,6 \cdot 10^7$$

$$d) (2,7 + 4,6) \cdot 10^{14} = 7,3 \cdot 10^{14}$$

$$e) (3,25 + 8,57) \cdot 10^{12} = 11,82 \cdot 10^{12} = 1,18 \cdot 10^{13}$$

$$f) (-1,43 - 6,11) \cdot 10^9 = -7,54 \cdot 10^9$$

27. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) (5,3 + 610) \cdot 10^8 = 615,23 \cdot 10^8 = 6,15 \cdot 10^{10}$$

$$b) (6,48 - 457) \cdot 10^{11} = -450,52 \cdot 10^{11} = -4,51 \cdot 10^{13}$$

$$c) (72,8 - 2,25) \cdot 10^{12} = 70,55 \cdot 10^{12} = 7,06 \cdot 10^{13}$$

$$d) (692 + 1,3) \cdot 10^{12} = 693,3 \cdot 10^{12} = 6,93 \cdot 10^{14}$$

$$e) (-64,5 + 2,57) \cdot 10^8 = -61,93 \cdot 10^8 = -6,19 \cdot 10^9$$

$$f) (-358 + 2,57) \cdot 10^5 = -355,43 \cdot 10^5 = -3,55 \cdot 10^7$$

Página 65

28. Se reducirá la masa cinco veces ($60 / 12 = 5$), por lo que la masa final pasados los 60 días será:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^5} \text{ de la masa inicial.}$$

(Continúa en la página 3-31 de la guía)

Actividades

REPARA LA UNIDAD

- Expresa potencias de base un número entero y exponente entero relativo, ¿qué tipo depende de la expresión resultante? ¿Hay un caso en el que las potencias sean iguales?
- Encuentra las potencias de las potencias. Haz ejemplos.
- ¿Cómo se calcula la potencia de base un número fraccionario y exponente un número natural? Haz un ejemplo.
- ¿Cómo se calcula una potencia de base un número decimal de 2 y exponente negativo? Haz un ejemplo en el que la base sea un número decimal negativo y otro en el que la base sea un número fraccionario.
- ¿A qué se iguala una potencia de base 3 y exponente positivo (y negativo)?
- ¿Qué se iguala una potencia de base diferente de 2 y exponente 2, ¿y de base 2 y exponente 2?
- Calcula cinco potencias de base un número entero positivo y exponente 2, ¿por qué razón?
- Explica, mediante ejemplos, cómo se calcula la raíz cuadrada de un número natural.
- Explica dos formas de calcular la raíz cuadrada de una fracción positiva. Haz ejemplos.
- Encuentra al menos cinco cálculos operativos combinados en los que aparezcan potencias y raíces cuadradas.
- ¿Cuáles son los números que surgen en cualquier cálculo con potencias?
- Explica cómo se hacen las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números grandes con los exponentes científicos. Hazlos de ejemplos.

PARA PRACTICAR

Potencias de base entera y exponente natural

- Calcula:
 - 2^3
 - 3^2
 - 4^3
 - 5^2
 - 6^3
 - 7^2
 - 8^3
 - 9^2
 - 10^3
 - 11^2
 - 12^3
 - 13^2
 - 14^3
 - 15^2
 - 16^3
 - 17^2
 - 18^3
 - 19^2
 - 20^3
- Calcula el valor de las siguientes potencias:
 - $3^2 \cdot 3^3$
 - $4^2 \cdot 4^3$
 - $5^2 \cdot 5^3$
 - $6^2 \cdot 6^3$
 - $7^2 \cdot 7^3$
 - $8^2 \cdot 8^3$
 - $9^2 \cdot 9^3$
 - $10^2 \cdot 10^3$
 - $11^2 \cdot 11^3$
 - $12^2 \cdot 12^3$
 - $13^2 \cdot 13^3$
 - $14^2 \cdot 14^3$
 - $15^2 \cdot 15^3$
 - $16^2 \cdot 16^3$
 - $17^2 \cdot 17^3$
 - $18^2 \cdot 18^3$
 - $19^2 \cdot 19^3$
 - $20^2 \cdot 20^3$
- Expresa como potencia de potencias de base un número entero:
 - 3^6
 - 4^8
 - 5^{10}
 - 6^{12}
 - 7^{14}
 - 8^{16}
 - 9^{18}
 - 10^{20}
- Expresa como potencia de potencias de base un número fraccionario:
 - $(\frac{1}{2})^4$
 - $(\frac{1}{3})^5$
 - $(\frac{1}{4})^6$
 - $(\frac{1}{5})^7$
 - $(\frac{1}{6})^8$
 - $(\frac{1}{7})^9$
 - $(\frac{1}{8})^{10}$
 - $(\frac{1}{9})^{11}$
 - $(\frac{1}{10})^{12}$
- Expresa como potencia de potencias de base un número decimal:
 - $(0.2)^3$
 - $(0.3)^4$
 - $(0.4)^5$
 - $(0.5)^6$
 - $(0.6)^7$
 - $(0.7)^8$
 - $(0.8)^9$
 - $(0.9)^{10}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2$
 - $3^3 \cdot 2^2$
 - $4^3 \cdot 5^2$
 - $5^3 \cdot 4^2$
 - $6^3 \cdot 7^2$
 - $7^3 \cdot 6^2$
 - $8^3 \cdot 9^2$
 - $9^3 \cdot 8^2$
 - $10^3 \cdot 11^2$
 - $11^3 \cdot 10^2$
 - $12^3 \cdot 13^2$
 - $13^3 \cdot 12^2$
 - $14^3 \cdot 15^2$
 - $15^3 \cdot 14^2$
 - $16^3 \cdot 17^2$
 - $17^3 \cdot 16^2$
 - $18^3 \cdot 19^2$
 - $19^3 \cdot 18^2$
 - $20^3 \cdot 21^2$
 - $21^3 \cdot 20^2$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3$
- Calcula:
 - $(2^3)^2$
 - $(3^2)^3$
 - $(4^3)^4$
 - $(5^4)^5$
 - $(6^5)^6$
 - $(7^6)^7$
 - $(8^7)^8$
 - $(9^8)^9$
 - $(10^9)^{10}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3$
 - $(\frac{1}{3})^4$
 - $(\frac{1}{4})^5$
 - $(\frac{1}{5})^6$
 - $(\frac{1}{6})^7$
 - $(\frac{1}{7})^8$
 - $(\frac{1}{8})^9$
 - $(\frac{1}{9})^{10}$
 - $(\frac{1}{10})^{11}$
- Calcula:
 - $(0.2)^3$
 - $(0.3)^4$
 - $(0.4)^5$
 - $(0.5)^6$
 - $(0.6)^7$
 - $(0.7)^8$
 - $(0.8)^9$
 - $(0.9)^{10}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^4$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 6^4$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3 \cdot 8^4$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3 \cdot 9^4$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3 \cdot 10^4$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3 \cdot 11^4$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3 \cdot 12^4$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3 \cdot 13^4$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3 \cdot 16^4$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3 \cdot 17^4$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3 \cdot 18^4$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3 \cdot 19^4$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3 \cdot 20^4$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3 \cdot 21^4$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3 \cdot 22^4$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3 \cdot 23^4$
- Calcula:
 - $(2^3)^2 \cdot 3^4$
 - $(3^2)^3 \cdot 4^5$
 - $(4^3)^4 \cdot 5^6$
 - $(5^4)^5 \cdot 6^7$
 - $(6^5)^6 \cdot 7^8$
 - $(7^6)^7 \cdot 8^9$
 - $(8^7)^8 \cdot 9^{10}$
 - $(9^8)^9 \cdot 10^{11}$
 - $(10^9)^{10} \cdot 11^{12}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^4$
 - $(\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5$
 - $(\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6$
 - $(\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7$
 - $(\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8$
 - $(\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9$
 - $(\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10}$
 - $(\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11}$
 - $(\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12}$
- Calcula:
 - $(0.2)^3 \cdot (0.3)^4$
 - $(0.3)^4 \cdot (0.4)^5$
 - $(0.4)^5 \cdot (0.5)^6$
 - $(0.5)^6 \cdot (0.6)^7$
 - $(0.6)^7 \cdot (0.7)^8$
 - $(0.7)^8 \cdot (0.8)^9$
 - $(0.8)^9 \cdot (0.9)^{10}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^4 \cdot 6^5$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 6^4 \cdot 7^5$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8^5$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3 \cdot 8^4 \cdot 9^5$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3 \cdot 9^4 \cdot 10^5$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3 \cdot 10^4 \cdot 11^5$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3 \cdot 11^4 \cdot 12^5$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3 \cdot 12^4 \cdot 13^5$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3 \cdot 13^4 \cdot 14^5$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4 \cdot 15^5$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4 \cdot 16^5$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3 \cdot 16^4 \cdot 17^5$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3 \cdot 17^4 \cdot 18^5$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3 \cdot 18^4 \cdot 19^5$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3 \cdot 19^4 \cdot 20^5$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3 \cdot 20^4 \cdot 21^5$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3 \cdot 21^4 \cdot 22^5$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3 \cdot 22^4 \cdot 23^5$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3 \cdot 23^4 \cdot 24^5$
- Calcula:
 - $(2^3)^2 \cdot 3^4 \cdot 4^5$
 - $(3^2)^3 \cdot 4^5 \cdot 5^6$
 - $(4^3)^4 \cdot 5^6 \cdot 6^7$
 - $(5^4)^5 \cdot 6^7 \cdot 7^8$
 - $(6^5)^6 \cdot 7^8 \cdot 8^9$
 - $(7^6)^7 \cdot 8^9 \cdot 9^{10}$
 - $(8^7)^8 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11}$
 - $(9^8)^9 \cdot 10^{11} \cdot 11^{12}$
 - $(10^9)^{10} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5$
 - $(\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6$
 - $(\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7$
 - $(\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8$
 - $(\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9$
 - $(\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10}$
 - $(\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11}$
 - $(\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12}$
 - $(\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13}$
- Calcula:
 - $(0.2)^3 \cdot (0.3)^4 \cdot (0.4)^5$
 - $(0.3)^4 \cdot (0.4)^5 \cdot (0.5)^6$
 - $(0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7$
 - $(0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8$
 - $(0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9$
 - $(0.7)^8 \cdot (0.8)^9 \cdot (0.9)^{10}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^4 \cdot 6^5 \cdot 7^6$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 6^4 \cdot 7^5 \cdot 8^6$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8^5 \cdot 9^6$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3 \cdot 8^4 \cdot 9^5 \cdot 10^6$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3 \cdot 9^4 \cdot 10^5 \cdot 11^6$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3 \cdot 10^4 \cdot 11^5 \cdot 12^6$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3 \cdot 11^4 \cdot 12^5 \cdot 13^6$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3 \cdot 12^4 \cdot 13^5 \cdot 14^6$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3 \cdot 13^4 \cdot 14^5 \cdot 15^6$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4 \cdot 15^5 \cdot 16^6$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4 \cdot 16^5 \cdot 17^6$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3 \cdot 16^4 \cdot 17^5 \cdot 18^6$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3 \cdot 17^4 \cdot 18^5 \cdot 19^6$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3 \cdot 18^4 \cdot 19^5 \cdot 20^6$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3 \cdot 19^4 \cdot 20^5 \cdot 21^6$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3 \cdot 20^4 \cdot 21^5 \cdot 22^6$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3 \cdot 21^4 \cdot 22^5 \cdot 23^6$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3 \cdot 22^4 \cdot 23^5 \cdot 24^6$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3 \cdot 23^4 \cdot 24^5 \cdot 25^6$
- Calcula:
 - $(2^3)^2 \cdot 3^4 \cdot 4^5 \cdot 5^6$
 - $(3^2)^3 \cdot 4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^7$
 - $(4^3)^4 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8$
 - $(5^4)^5 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9$
 - $(6^5)^6 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10}$
 - $(7^6)^7 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11}$
 - $(8^7)^8 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12}$
 - $(9^8)^9 \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13}$
 - $(10^9)^{10} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6$
 - $(\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7$
 - $(\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8$
 - $(\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9$
 - $(\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10}$
 - $(\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11}$
 - $(\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12}$
 - $(\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13}$
 - $(\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13} \cdot (\frac{1}{13})^{14}$
- Calcula:
 - $(0.2)^3 \cdot (0.3)^4 \cdot (0.4)^5 \cdot (0.5)^6$
 - $(0.3)^4 \cdot (0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7$
 - $(0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8$
 - $(0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9$
 - $(0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9 \cdot (0.9)^{10}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^4 \cdot 6^5 \cdot 7^6 \cdot 8^7$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 6^4 \cdot 7^5 \cdot 8^6 \cdot 9^7$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8^5 \cdot 9^6 \cdot 10^7$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3 \cdot 8^4 \cdot 9^5 \cdot 10^6 \cdot 11^7$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3 \cdot 9^4 \cdot 10^5 \cdot 11^6 \cdot 12^7$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3 \cdot 10^4 \cdot 11^5 \cdot 12^6 \cdot 13^7$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3 \cdot 11^4 \cdot 12^5 \cdot 13^6 \cdot 14^7$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3 \cdot 12^4 \cdot 13^5 \cdot 14^6 \cdot 15^7$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3 \cdot 13^4 \cdot 14^5 \cdot 15^6 \cdot 16^7$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4 \cdot 15^5 \cdot 16^6 \cdot 17^7$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4 \cdot 16^5 \cdot 17^6 \cdot 18^7$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3 \cdot 16^4 \cdot 17^5 \cdot 18^6 \cdot 19^7$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3 \cdot 17^4 \cdot 18^5 \cdot 19^6 \cdot 20^7$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3 \cdot 18^4 \cdot 19^5 \cdot 20^6 \cdot 21^7$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3 \cdot 19^4 \cdot 20^5 \cdot 21^6 \cdot 22^7$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3 \cdot 20^4 \cdot 21^5 \cdot 22^6 \cdot 23^7$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3 \cdot 21^4 \cdot 22^5 \cdot 23^6 \cdot 24^7$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3 \cdot 22^4 \cdot 23^5 \cdot 24^6 \cdot 25^7$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3 \cdot 23^4 \cdot 24^5 \cdot 25^6 \cdot 26^7$
- Calcula:
 - $(2^3)^2 \cdot 3^4 \cdot 4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^7$
 - $(3^2)^3 \cdot 4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8$
 - $(4^3)^4 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9$
 - $(5^4)^5 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10}$
 - $(6^5)^6 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11}$
 - $(7^6)^7 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12}$
 - $(8^7)^8 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13}$
 - $(9^8)^9 \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14}$
 - $(10^9)^{10} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14} \cdot 14^{15}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7$
 - $(\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8$
 - $(\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9$
 - $(\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10}$
 - $(\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11}$
 - $(\frac{1}{7})^8 \cdot (\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12}$
 - $(\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13}$
 - $(\frac{1}{9})^{10} \cdot (\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13} \cdot (\frac{1}{13})^{14}$
 - $(\frac{1}{10})^{11} \cdot (\frac{1}{11})^{12} \cdot (\frac{1}{12})^{13} \cdot (\frac{1}{13})^{14} \cdot (\frac{1}{14})^{15}$
- Calcula:
 - $(0.2)^3 \cdot (0.3)^4 \cdot (0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7$
 - $(0.3)^4 \cdot (0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8$
 - $(0.4)^5 \cdot (0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9$
 - $(0.5)^6 \cdot (0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9 \cdot (0.9)^{10}$
 - $(0.6)^7 \cdot (0.7)^8 \cdot (0.8)^9 \cdot (0.9)^{10} \cdot (1.0)^{11}$
- Calcula:
 - $2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^4 \cdot 6^5 \cdot 7^6 \cdot 8^7 \cdot 9^8$
 - $3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 6^4 \cdot 7^5 \cdot 8^6 \cdot 9^7 \cdot 10^8$
 - $4^3 \cdot 3^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8^5 \cdot 9^6 \cdot 10^7 \cdot 11^8$
 - $5^3 \cdot 4^2 \cdot 7^3 \cdot 8^4 \cdot 9^5 \cdot 10^6 \cdot 11^7 \cdot 12^8$
 - $6^3 \cdot 5^2 \cdot 8^3 \cdot 9^4 \cdot 10^5 \cdot 11^6 \cdot 12^7 \cdot 13^8$
 - $7^3 \cdot 6^2 \cdot 9^3 \cdot 10^4 \cdot 11^5 \cdot 12^6 \cdot 13^7 \cdot 14^8$
 - $8^3 \cdot 7^2 \cdot 10^3 \cdot 11^4 \cdot 12^5 \cdot 13^6 \cdot 14^7 \cdot 15^8$
 - $9^3 \cdot 8^2 \cdot 11^3 \cdot 12^4 \cdot 13^5 \cdot 14^6 \cdot 15^7 \cdot 16^8$
 - $10^3 \cdot 9^2 \cdot 12^3 \cdot 13^4 \cdot 14^5 \cdot 15^6 \cdot 16^7 \cdot 17^8$
 - $11^3 \cdot 10^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4 \cdot 15^5 \cdot 16^6 \cdot 17^7 \cdot 18^8$
 - $12^3 \cdot 11^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4 \cdot 16^5 \cdot 17^6 \cdot 18^7 \cdot 19^8$
 - $13^3 \cdot 12^2 \cdot 15^3 \cdot 16^4 \cdot 17^5 \cdot 18^6 \cdot 19^7 \cdot 20^8$
 - $14^3 \cdot 13^2 \cdot 16^3 \cdot 17^4 \cdot 18^5 \cdot 19^6 \cdot 20^7 \cdot 21^8$
 - $15^3 \cdot 14^2 \cdot 17^3 \cdot 18^4 \cdot 19^5 \cdot 20^6 \cdot 21^7 \cdot 22^8$
 - $16^3 \cdot 15^2 \cdot 18^3 \cdot 19^4 \cdot 20^5 \cdot 21^6 \cdot 22^7 \cdot 23^8$
 - $17^3 \cdot 16^2 \cdot 19^3 \cdot 20^4 \cdot 21^5 \cdot 22^6 \cdot 23^7 \cdot 24^8$
 - $18^3 \cdot 17^2 \cdot 20^3 \cdot 21^4 \cdot 22^5 \cdot 23^6 \cdot 24^7 \cdot 25^8$
 - $19^3 \cdot 18^2 \cdot 21^3 \cdot 22^4 \cdot 23^5 \cdot 24^6 \cdot 25^7 \cdot 26^8$
 - $20^3 \cdot 19^2 \cdot 22^3 \cdot 23^4 \cdot 24^5 \cdot 25^6 \cdot 26^7 \cdot 27^8$
- Calcula:
 - $(2^3)^2 \cdot 3^4 \cdot 4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8$
 - $(3^2)^3 \cdot 4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9$
 - $(4^3)^4 \cdot 5^6 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10}$
 - $(5^4)^5 \cdot 6^7 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11}$
 - $(6^5)^6 \cdot 7^8 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12}$
 - $(7^6)^7 \cdot 8^9 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13}$
 - $(8^7)^8 \cdot 9^{10} \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14}$
 - $(9^8)^9 \cdot 10^{11} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14} \cdot 14^{15}$
 - $(10^9)^{10} \cdot 11^{12} \cdot 12^{13} \cdot 13^{14} \cdot 14^{15} \cdot 15^{16}$
- Calcula:
 - $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^4 \cdot (\frac{1}{4})^5 \cdot (\frac{1}{5})^6 \cdot (\frac{1}{6})^7 \cdot (\frac{1}{7})^8$

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad.* Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.
- *Act. 99.* Expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada a la resolución de las actividades.
- *Desarrolla tus competencias.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados de la actividad, generando ideas, supuestos e interrogantes.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.
- *Acts. 41, 47, 58, 59, 61, 99 y 101.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 75 y 107.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.
- *Cálculo mental.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza en las propias capacidades.

- *Desarrolla tus competencias.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles.
- *Evaluación de estándares.* Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre potencias y raíces trabajados en el tema.
- *Acts. 103 a 106 y 109.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio.
- *Cálculo mental y Desarrolla tus competencias.* Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Desarrolla tus competencias.* Buscar, analizar, seleccionar y manejar información utilizando recursos de Internet.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Desarrolla tus competencias.* Manejar las habilidades sociales en la exposición y debate en grupo.

ACTIVIDADES FINALES

- En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios que irán creciendo en nivel de dificultad y que les ayudarán a afianzar todos los contenidos de la unidad.
- La finalidad de la sección *Desarrolla...* consiste en fomentar ciertas habilidades de los alumnos y aplicarlas a las matemáticas. Se plantea un caso práctico donde pondrán en juego su destreza con Internet, su capacidad de comprensión audiovisual y su percepción espacial.
- El apartado *Evaluación...* pretende que el alumnado repase de forma práctica los principales conceptos trabajados en esta unidad didáctica. Consta de una serie de ejercicios y problemas que trabajan todos los contenidos del tema. De esta manera, descubrirán los conocimientos que han asimilado correctamente y aquellos en los que muestran ciertas carencias y, por tanto, conviene que refuercen.
- La sección *Estrategia e ingenio* plantea diversas actividades en forma de pasatiempo o acertijo para estimular en los alumnos la búsqueda de nuevos métodos y la interrelación de los conceptos.
- Por último, la sección *Resumen* sintetiza los principales contenidos estudiados a lo largo de la unidad didáctica, estableciendo relación entre los conceptos teóricos y los procedimientos de cálculo implicados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 66

C1. La potencia de base un número entero y exponente un número natural, distinto de 1, es el producto del número por sí mismo tantas veces como indica el exponente.

Signo de una potencia:

- Base: núm. natural → núm. positivo.
- Base: núm. entero negativo:
 - Potencia par → núm. entero positivo.
 - Potencia impar → núm. entero negativo.

C2. Actividad personal. A modo de ejemplo: Las propiedades de las potencias son:

Producto de potencias de la misma base:

$$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = [(-2) \cdot (-2)] \cdot [(-2) \cdot (-2)] \cdot [(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)] = (-2)^5$$

Cociente de potencias de la misma base:

$$(-2)^5 \cdot (-2)^4 = (-2)^5 / (-2)^4 = -2$$

Potencia de un producto

$$[(-2) \cdot 3]^2 = [(-2) \cdot 3] \cdot [(-2) \cdot 3] = (-2)^2 \cdot 3^2$$

Potencia de un cociente:

$$[(-2) : 3]^2 = [(-2) / 3] \cdot [(-2) / 3] = (-2)^2 : 3^2$$

Potencia de una potencia:

$$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

C3. Actividad personal. A modo de ejemplo: La potencia de base una fracción y exponente natural se calcula de la siguiente manera:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{3^2}{4^2}$$

C4. Actividad personal. A modo de ejemplo: La potencia de base un número distinto de 0 y exponente negativo siendo la base un número entero negativo:

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^{-3}}$$

Y si la base es una fracción:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{2^2}{3^2}} = \frac{3^2}{2^2}$$

C5. Una potencia de base 0 y exponente positivo siempre es cero. Y una potencia de base 0 y exponente negativo no existe:

C6. Una potencia de base diferente de cero y exponente cero siempre es igual a 1. Y una potencia de base cero y exponente cero no existe.

C7. Un número entero positivo tiene dos raíces cuadradas, el valor positivo y el negativo, puesto que si tenemos:

$$\sqrt{b} = \pm a, \text{ ya que } a^2 = b \text{ y } (-a)^2 = b$$

Y la raíz cuadrada de un número negativo no existe, puesto que hallaremos ningún número que elevado al cuadrado dé un resultado negativo.

C8. Actividad personal. A modo de ejemplo: Para calcular la raíz de 132 lo hacemos de la siguiente manera (en este caso queremos calcular la raíz hasta las décimas):

Primero buscaremos un número multiplicado por si mismo sea 1, por tanto 1, y se lo restamos:

$\sqrt{132,00}$	1
-1	$1 \cdot 1 = 1$
0	

Luego bajamos los siguientes dos números, multiplicamos el número acumulado en el resultado de la raíz por dos, $1 \cdot 2 = 2$, y buscamos un número x, tal que $2x \cdot x$ se aproxime al número que tenemos:

$\sqrt{132,00}$	11,
-1	$1 \cdot 1 = 1$
0 32	$1 \cdot 2 = 2$
-21	$21 \cdot 1 = 21$
11	

Ponemos una coma en el resultado de la raíz, puesto que ya hemos agotado bajado todos los números del

132, y colocamos 2 ceros más, y repetimos el procedimiento del paso anterior:

$\sqrt{1,32,00}$	11,4
-1	$1 \cdot 1 = 1$
0 32	$1 \cdot 2 = 2$
-21	$21 \cdot 1 = 21$
1100	$11 \cdot 2 = 22$
-896	$224 \cdot 4 = 896$
204	

Entonces escribimos: $\sqrt{132} \approx \pm 11,4$

C9. Actividad personal. A modo de ejemplo: Tenemos la fracción $64/4$ y queremos calcular su raíz cuadrada:

Podemos calcular primero la división y luego la raíz:

$$\sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = \pm 4$$

O calcular las raíces de 64 y 4 y luego dividir:

$$\sqrt{\frac{64}{4}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = \frac{\pm 8}{\pm 2} = \pm 4$$

C10. El orden a seguir para calcular operaciones combinadas con potencias y raíces cuadradas es:

1. Las operaciones incluidas en los paréntesis respetando la prioridad de las operaciones en su interior.
2. Las potencias y las raíces cuadradas.
3. Las multiplicaciones y las divisiones, en el orden en que aparecen.
4. Las sumas y las restas.

C11. Actividad personal. A modo de ejemplo: Un número está expresado en notación científica si tiene la forma:

$$C \cdot 10^n$$

Siendo C un número decimal llamado coeficiente que, en valor absoluto, es mayor o igual que 1 y menor que 10, y n, es un número entero. Por ejemplo:

2501,33 expresado en notación científica es:

$$2,50133 \cdot 10^3$$

C12. Actividad personal. A modo de ejemplo: Para los números escritos en notación científica las operaciones se hacen:

Suma:

$$2,5 \cdot 10^3 + 3,2 \cdot 10^2 = 2,5 \cdot 10^3 + 0,32 \cdot 10^3 = (2,5 + 0,32) \cdot 10^3 = 2,82 \cdot 10^3$$

Resta:

$$2,5 \cdot 10^3 - 3,2 \cdot 10^2 = 2,5 \cdot 10^3 - 0,32 \cdot 10^3 = (2,5 - 0,32) \cdot 10^3 = 2,18 \cdot 10^3$$

Multiplicación:

$$(2,5 \cdot 10^3) \cdot (3,2 \cdot 10^2) = (2,5 \cdot 3,2) \cdot (10^3 \cdot 10^2) = 8 \cdot 10^{3+2} = 8 \cdot 10^5$$

División:

$$(2,5 \cdot 10^3) / (3,2 \cdot 10^2) = (2,5 / 3,2) \cdot (10^3 / 10^2) = 0,78125 \cdot 10^{3-2} = 0,78125 \cdot 10 = 7,8125 \cdot 10^{-1}$$

31. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $3^4 = 81$ b) $3^3 = 27$
c) $(-3)^4 = 81$ d) $(-3)^3 = -27$

32. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-9)^2 = 81$ g) $13^2 = 169$
b) $(-1)^{21} = -1$ h) $(-2)^5 = -32$
c) $2^1 = 2$ i) $(-3)^1 = -3$
d) $(-11)^3 = -1331$ j) $(-3)^4 = 81$
e) $(-2)^8 = 256$ k) $3^6 = 729$
f) $0^2 = 0$ l) $(-4)^3 = -64$

33. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-9)^3$ c) $(-5)^3$
b) $(-7)^4$ d) 5^5

34. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) -6^4 c) -17^3
b) 1^0 d) 0^1

35. La ordenación de estos números es:

$$(-2)^3; (-2)^1; 2^1; (-2)^2 = 2^2; 2^3; 2^4$$

36. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $-64 + 256 - 25 = 295$
b) $-4 + 16 + 1024 = 1036$
c) $27 - 3125 + 216 - 64 = -2946$
d) $-125 + 625 - 25 = 475$

37. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 12^{18} f) 10^2
b) $(-2)^{10} = 2^{10}$ g) $(-6)^3$
c) $(-7)^7$ h) $(-15)^4 = 15^4$
d) $(-1)^4 = 1$ i) 11^3
e) $(-9)^8 = 9^8$

38. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 2^{12} c) $(-2)^{19}$
b) 3^3 d) $(-3)^8$

39. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-5)^1$ b) 3^7 c) $(-1)^1$

40. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-4)^5 : (-4)^4 = (-4)^1 = -4$
b) $(-3)^{15} : (-3)^{12} = (-3)^3 = -27$
c) $-2^{10} : 2^6 = -2^4 = -16$
d) $(-6)^{15} : (-6^{10}) = 6^5 = 7776$

41. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(3^2)^3 = 9^3 = 729$
 $(3^3)^2 = 3^3 \cdot 3^3 = 27 \cdot 27 = 729$
b) $(2^2)^2 = 2^4 = 16$
 $(2^2)^2 = 2^2 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$
c) $[(-2)^3]^3 = (-2)^9 = -512$
 $[(-2)^3]^3 = (-2)^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$
d) $[(-5)^2]^3 = (-5)^6 = 15625$
 $[(-5)^2]^3 = (-5)^2 \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^2 = 25 \cdot 25 \cdot 25 = 15625$

42. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 3^{20} e) $(-2)^{12} = 2^{12}$
b) 5^{12} f) $(-3)^{15}$
c) 7^{72} g) $(-2)^{15}$
d) 5^{14} h) $(-1)^{42} = 1^{42}$

43. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) 6^{23} f) 2^6
b) $11^0 = 1$ g) 7^3
c) 9^{19} h) 5^4
d) 21^{24} i) $(-3)^{18} = 3^{18}$
e) $(-13)^0 = 1$

44. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $10^{63} : 10^{15} = 10^{48}$
b) $7^{21} : 7^{10} = 7^{11}$
c) $(2^{10} : 2^5)^2 = 2^{10}$
d) $(11^4 \cdot 11^9)^5 = 11^{65}$
e) $[(-23)^7 : 23^3]^3 = -23^{12}$
f) $[(-5^8) : (-5)^3]^2 = -5^{10}$
g) $(-6)^{32} : (-6^7) = -6^{25}$
h) $[(-2^{30}) : (-2)^8]^4 = 2^{88}$

45. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-3^2)^6 \cdot (-3^3)^4 = 3^{12} \cdot 3^{12} = 3^{24}$
b) $(-2^3)^4 \cdot (-2^4)^3 = 2^{12} \cdot 2^{12} = 2^{24}$
c) $(5^3)^4 : (-5^2)^3 = 5^{12} : 5^6 = 5^6$

- d) $(-10^2)^5 : (-10)^6 = (-10)^{10} \cdot (-10)^6 = 10^4$
 e) $(7^2)^5 \cdot (7^8)^2 = 7^{10} \cdot 7^{16} = 7^{26}$
 f) $(6^4)^6 : 6^4 = 6^{24} \cdot 6^4 = 6^{20}$
 g) $(-8)^9 \cdot 8^6 = (-8)^{15}$
 h) $10^{15} : 10^{10} \cdot 10^2 = 10^5 \cdot 10^2 = 10^7$

Página 67

46. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2^{12} \cdot 5^{12}$
 b) $(-2)^{12} \cdot 5^{12} = 2^{12} \cdot 5^{12}$
 c) $7^8 \cdot 5^{16}$
 d) $(-7)^8 \cdot (-5)^{16} = 7^8 \cdot 5^{16}$
 e) $(-3)^{13} \cdot 5^3$
 f) $(-5)^{18} \cdot (-3)^{30} = 5^{18} \cdot 3^{30}$

47. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $(-6)^3 : (-3)^3 = 2^3 = 8$

$$\left(\frac{-6}{-3}\right)^3 = (2)^3 = 8$$

b) $36^2 : (-4)^2 = \frac{1296}{256} = \frac{81}{16}$

$$\left(\frac{9 \cdot 4}{(-4)^2}\right)^2 = \frac{9^2}{4^2} = \frac{81}{16}$$

c) $6^3 \cdot 7^3 : (-7)^3 = -6^3 = -216$

$$\left(\frac{6 \cdot 7}{(-7)}\right)^3 = -6^3 = -216$$

d) $(-14)^3 : (-14)^3 = (-14)^0 = 1$

$$\left(\frac{-14}{-14}\right)^3 = (1)^3 = 1$$

48. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{10} \cdot 3^5 = 2^{15} \cdot 3^{10}$
 b) $2^{18} \cdot 3^3 \cdot 2^9 = 2^{27} \cdot 3^3$
 c) $(-7)^5 \cdot 2^5 \cdot (-7)^3 \cdot 7^3 = 7^{11} \cdot 2^5$

49. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $[(-3)^3 \cdot 2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^2]^3 = -3^{15} \cdot 2^{18} \cdot 5^6$
 b) $[5^6 \cdot 3^3 \cdot (-5)^{10}]^6 = (5^{16} \cdot 3^3)^6 = 5^{96} \cdot 3^{18}$
 c) $[(-3)^4 \cdot 2^8 \cdot (-2)^4]^4 = 3^{16} \cdot 2^{48}$
 d) $[(-3)^{11} \cdot 2^3 \cdot 5^5]^6 = 3^{66} \cdot 2^{18} \cdot 5^{30}$

50. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $2^6 \cdot 3^3 \cdot 3^5 \cdot 2^{15} \cdot 3^8 \cdot 2^8 = 2^{29} \cdot 3^{16}$
 b) $2^{20} \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 2^2 = 2^{22} \cdot 3^7$
 c) $-3^3 \cdot 2^9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot (-7)^8 = 2^{10} \cdot (-3^4) \cdot 7^9$
 d) $7^3 \cdot 5^3 \cdot (-5)^{14} \cdot 3^6 = 7^3 \cdot 5^{17} \cdot 3^6$

51. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $5^4 \cdot 3^4 : 5^3 = 5 \cdot 3^4$
 b) $3^{12} \cdot 2^6 : 3^5 = 3^7 \cdot 2^6$
 c) $2^{21} \cdot 3^7 : 2^3 \cdot 3^3 = 2^{18} \cdot 3^4$
 d) $2^{16} \cdot 3^{16} : 3^4 = 2^{16} \cdot 3^{12}$

52. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $3^5 \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^8 : (3^{30} \cdot 2^{15}) = 3^{-21} \cdot 2^{-2}$
 b) $7^6 \cdot 2^6 \cdot 7^8 : (7^5 \cdot 3^5) = 7^9 \cdot 2^6 \cdot 3^{-5}$
 c) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 7^5 \cdot 3^5 : (7^4 \cdot 2^8 \cdot 5^3 \cdot 2^6) = 7^4 \cdot 3^5 \cdot 2^{-14}$
 d) $2^{24} \cdot 7^{10} : (2^6 \cdot 7^2 \cdot 2^4 \cdot 3^8) = 2^{14} \cdot 7^8 \cdot 3^{-8}$
 e) $3^9 \cdot 2^{27} \cdot 5^{12} \cdot 3^{12} : (5^8 \cdot 3^6 \cdot 2^6) = 2^{21} \cdot 3^{15} \cdot 5^4$
 f) $-2^{15} \cdot 5^{12} : ((-5)^4 \cdot 2^4) = -2^{11} \cdot 5^8$

53. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(3^4 \cdot 2^4) : 2^{12} \cdot (2^{18} : 3^8) = 3^{-4} \cdot 2^{10}$
 b) $(3^3 \cdot 2^9) : (3^{15} \cdot 2^{15}) \cdot (3^{10} \cdot 2^{20} : 2^{18}) = 3^{-2} \cdot 2^{-4}$
 c) $(5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^6 \cdot 2^6) : (2^{16} : 3^8) = 5^4 \cdot 2^{-6} \cdot 3^{-2}$
 d) $(11^{20} \cdot 2^{20}) : 11^{12} : (11^3 \cdot 2^{18}) = 11^5 \cdot 2^2$

54. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(2^{15} \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 7^5 \cdot 2^{15}) : (2^4 \cdot 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^8) = 2^{20} \cdot 7$
 b) $(23^5 \cdot 2^5 \cdot 3^{14} \cdot 2^{14} \cdot 11^5 \cdot 3^5)^4 : (2^2 \cdot 61^2 \cdot 3^{12} \cdot 2^{12} \cdot 23^2) = 23^{18} \cdot 2^{62} \cdot 3^{64} \cdot 11^{20} \cdot 61^{-2}$
 c) $(2^{35} \cdot 7^{70} \cdot 7^{35} \cdot 3^{70} \cdot 3^{63}) : (7^{20} \cdot 2^{40} \cdot 3^{45} \cdot 3^{40} \cdot 2^{60}) = 2^{-65} \cdot 7^{85} \cdot 3^{48}$
 d) $((-3)^3 \cdot 2^6 \cdot (-5)^2 \cdot 2^4 \cdot 2^{15} \cdot 7^5)^3 : (2^4 \cdot 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^8)^2 = -3 \cdot 2^{51} \cdot 7^5 \cdot 5^6$
 e) $(2^{210} \cdot 2^{98} \cdot 3^{98} \cdot 5^{70} \cdot 3^{35}) : (7^6 \cdot 2^{18} \cdot (-5)^{54} \cdot 3^{24}) = 2^{290} \cdot 3^{109} \cdot 5^{16} \cdot 7^{-6}$

55. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ c) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{8}{343}$
 b) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ d) $\left(\frac{-3}{-7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

56. Las soluciones a este ejercicio son:

$$\text{a) } \frac{7^2}{9^2} = \frac{49}{81} \quad \text{d) } \frac{(-3)^3}{4^3} = \frac{-27}{64}$$

$$\text{b) } \frac{4^2}{11^2} = \frac{16}{121} \quad \text{e) } \frac{(-2)^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

$$\text{c) } \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49} \quad \text{f) } \frac{(-3)^4}{4^4} = \frac{81}{256}$$

57. Las soluciones a este ejercicio son:

$$\text{a) } \frac{4^4 \cdot 4^3}{7^4 \cdot 7^3} = \frac{4^7}{7^7} = \frac{16384}{823543}$$

$$\text{b) } \frac{3^2 \cdot 3^3}{10^2 \cdot 10^3} = \frac{3^5}{10^5} = \frac{243}{100000}$$

$$\text{c) } \frac{(-1)^2 \cdot (-1)^4}{3^2 \cdot 3^4} = \frac{(-1)^6}{3^6} = \frac{1}{729}$$

$$\text{d) } \frac{2^5 \cdot 5^2}{5^5 \cdot 2^2} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

$$\text{e) } \frac{1^7 \cdot 3^3}{3^7 \cdot 1^3} = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$\text{f) } \frac{(-9)^5 \cdot 7^2}{7^5 \cdot (-9)^2} = \frac{(-9)^3}{7^3} = -\frac{729}{343}$$

58. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\text{a) } \frac{4^2 \cdot 3^2}{9^2 \cdot 12^2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$$

$$\left(\frac{12}{108}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

$$\text{b) } \frac{7^2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = \frac{2^4}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$$\left(\frac{504}{378}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\text{c) } \frac{7^3 \cdot 3^3}{5^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6} = \frac{7^3}{5^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6} = \frac{343}{216000}$$

$$\left(\frac{21}{180}\right)^3 = \frac{9261}{5832000} = \frac{343}{216000}$$

$$\text{d) } \frac{(-1)^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3}{2^6 \cdot 2^3 \cdot 3^6} = \frac{(-1)^3}{3^3 \cdot 2^6} = \frac{-1}{1728}$$

$$\left(\frac{-6}{72}\right)^3 = \frac{-216}{373248} = \frac{-1}{1728}$$

$$\text{e) } \frac{2^2 \cdot 3^2}{5^2 \cdot 2^4} = \frac{3^2}{5^2 \cdot 2^2} = \frac{9}{100}$$

$$\left(\frac{6}{20}\right)^2 = \frac{36}{400} = \frac{9}{100}$$

$$\text{f) } \frac{1^2 \cdot 1^2}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{1^4}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{1}{36}$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

59. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\text{a) } \frac{3^4 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{2^6 \cdot 2^8} = \frac{3^6}{2^{10}} = \frac{729}{1024}$$

$$\left(\frac{108}{128}\right)^2 = \left(\frac{27}{32}\right)^2 = \frac{279}{1024}$$

$$\text{b) } \frac{7^2 \cdot 5^4 \cdot 2^4}{5^2 \cdot 2^2 \cdot 7^4} = \frac{5^2 \cdot 2^2}{7^2} = \frac{100}{49}$$

$$\left(\frac{700}{490}\right)^2 = \left(\frac{10}{7}\right)^2 = \frac{100}{49}$$

$$\text{c) } \frac{5^3 \cdot 3^6 \cdot 2^3}{2^9 \cdot 3^6} = \frac{5^3}{2^6} = \frac{125}{64}$$

$$\left(\frac{90}{72}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$$

$$\text{d) } \frac{(-1)^3 \cdot 5^3}{3^3 \cdot (-2)^3} = \frac{-125}{-1728} = \frac{125}{1728}$$

$$\left(\frac{-5}{-12}\right)^3 = \left(\frac{5}{12}\right)^3 = \frac{125}{1728}$$

60. Las soluciones a este ejercicio son:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{5}\right)^6 \quad \text{b) } \left(\frac{5}{11}\right)^{12} \quad \text{c) } \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

61. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\text{a) } \frac{4^{10} \cdot 4^{15}}{9^{10} \cdot 9^{15}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{25}$$

$$\frac{(4^2 \cdot 4^3)^5}{(9^2 \cdot 9^3)^5} = \frac{4^{25}}{9^{25}}$$

$$\text{b) } \frac{((-5)^9 \cdot 7^2)^4}{(7^9 \cdot 5^2)^4} = \frac{5^{28}}{7^{28}}$$

$$\frac{(-5)^{36}}{7^{36}} : \frac{5^8}{7^8} = \frac{5^{28}}{7^{28}}$$

$$\text{c) } \frac{2^{10}}{5^{10}} : \left(\frac{2^7 \cdot 5^5}{5^7 \cdot 2^5}\right)^4 = \frac{2^{10}}{5^{10}} : \frac{2^8}{5^2} = \frac{2^2}{5^2}$$

$$\frac{2^{10}}{5^{10}} : \left(\frac{2^{28} \cdot 5^{20}}{5^{28} \cdot 2^{20}}\right) = \frac{2^2}{5^2}$$

$$\text{d) } \left(\frac{(-1)^5 \cdot 6}{6^5 \cdot (-1)}\right)^2 \cdot \frac{(-1)^8}{6^8} = \frac{(-1)^8 \cdot 1^8}{6^8 \cdot 6^8} = \frac{1}{6^{16}}$$

$$\left(\frac{(-1)^{10} \cdot 6^2}{6^{10} \cdot (-1)^2}\right) \cdot \frac{(-1)^8}{6^8} = \frac{6^2 \cdot 1^{18}}{6^{18} \cdot 1^2} = \frac{1}{6^{16}}$$

62. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \left(\frac{30^2 \cdot 30^6}{11^2 \cdot 11^6} \right)^5 = \frac{30^{40}}{11^{40}} = \left(\frac{30}{11} \right)^{40}$$

$$b) \left(\frac{(-6)^8 \cdot 7^3}{7^8 \cdot 6^3} \right)^6 = \frac{6^{30}}{7^{30}} = \left(\frac{6}{7} \right)^{30}$$

$$c) \frac{4^8 \left(\frac{4^{12} \cdot 5^9}{5^{12} \cdot 4^9} \right)^5}{5^8 \left(\frac{4^{12} \cdot 5^9}{5^{12} \cdot 4^9} \right)^5} = \frac{4^{68} \cdot 5^{45}}{5^{68} \cdot 4^{45}} = \left(\frac{4}{5} \right)^{13}$$

$$d) \left(\frac{10^3 \cdot 10^6}{3^3 \cdot 3^6} \right)^4 : \frac{10^7}{3^7} = \frac{10^{36} \cdot 3^7}{3^{36} \cdot 10^7} = \left(\frac{10}{3} \right)^{29}$$

63. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) 3^{-5}$$

$$b) 5^6$$

$$c) \left(\frac{3^{10}}{3^3} \right)^2 = \frac{3^{-20}}{3^{-6}} = 3^{-14}$$

$$d) \left(\frac{5^6}{5^{-3}} \right)^2 = \frac{5^{12}}{5^{-6}} = 5^{18}$$

$$e) \left(\frac{(-7)^0}{7^3} \right)^{-2} = \frac{1}{7^{-6}} = 7^6$$

$$f) \left(\frac{(-5)^{16}}{(-5)^3} \right)^{-3} = \frac{5^{-48}}{(-5)^{-9}} = -5^{-39}$$

Página 68

64. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \frac{1}{2^3 \cdot 2^4 \cdot 3^8} = \frac{1}{2^7 \cdot 3^8}$$

$$b) \frac{2^{49}}{-2^{-25}} = -2^{74}$$

$$c) \frac{1}{(-3)^4 \cdot 2^8 \cdot (-3)^3} = \frac{1}{(-3)^7 \cdot 2^8}$$

$$d) \frac{3^{-30}}{(-3)^{-16}} = \frac{1}{3^{14}}$$

65. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \frac{5^2}{5^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = \frac{1}{3^4}$$

$$b) \frac{7^2 \cdot 3^6 \cdot 3^4}{5^4 \cdot 7^4} = \frac{3^{10}}{5^4 \cdot 7^2}$$

$$c) \frac{2^2 \cdot 2^8 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \frac{2^{10}}{5^2}$$

$$d) \frac{2^{-4} \cdot 3^{-4} \cdot 2^3 \cdot 3^9}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{3^3}{2^3}$$

$$e) \frac{2^{-9} \cdot 3^{-3} \cdot 2^8 \cdot 3^8}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-20}} = \frac{3^{21}}{2^3}$$

$$f) \frac{2^{-27} \cdot 2^{-36}}{2^{-14} \cdot 3^{-7}} = \frac{3^7}{2^{49}}$$

66. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \frac{23^5 \cdot 2^5 \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-2} \cdot (-2)^8 \cdot 3^8}{23^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot (-7)^{-3} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3}} = -23^{10} \cdot 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 7^3$$

$$b) \left(\frac{(2^{-15} \cdot 3^{-5} \cdot 2^{14} \cdot 3^7)^{-2}}{(-3)^6 \cdot 5^6 \cdot (-2)^{-6} \cdot 5^{-2}} \right)^3 = \frac{2^{90} \cdot 3^{30} \cdot 2^{-84} \cdot 3^{-42}}{3^{18} \cdot 5^{18} \cdot 2^{-18} \cdot 5^{-6}} = 2^{24} \cdot 3^{-30} \cdot 5^{-12}$$

67. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \left(\frac{5}{2} \right)^2$$

$$b) \left(\frac{2}{7} \right)^6$$

$$c) \frac{2^2 \cdot 2^5}{3^2 \cdot 3^5} = \left(\frac{2}{3} \right)^7$$

$$d) \left(\frac{3}{7} \right)^8$$

$$e) \frac{7^3 \cdot 5^5}{5^3 \cdot 7^5} = \left(\frac{5}{7} \right)^2$$

$$f) \frac{(-2)^5 \cdot 2^{-4}}{3^5 \cdot 3^{-4}} = \left(-\frac{2}{3} \right)^1 = -\frac{2}{3}$$

68. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \left(\frac{5^9 \cdot 2^5}{2^6 \cdot 5^5} \right)^2 = \left(\frac{5^4}{2} \right)^2 = \frac{5^8}{2^2}$$

$$b) \frac{7^4 \cdot 3^{15}}{3^4 \cdot 7^5} = \frac{3^{11}}{7}$$

$$c) \left(\frac{5^3 \cdot 3^{15}}{2^9 \cdot 3^3 \cdot 2^{15}} \right)^3 = \left(\frac{5^3 \cdot 3^{12}}{2^{24}} \right)^3 = \frac{5^9 \cdot 3^{36}}{2^{52}}$$

69. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \sqrt{\frac{121}{193}} = \pm \frac{11}{14} = \pm 0,78$$

$$b) \sqrt{\frac{225}{256}} = \pm \frac{15}{16} = \pm 0,93$$

$$c) \sqrt{\frac{324}{961}} = \pm \frac{18}{31} = \pm 0,58$$

$$d) \sqrt{\frac{289}{900}} = \pm \frac{17}{30} = \pm 0,56$$

70. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \sqrt{\frac{20}{17}} = \sqrt{1,17} = \pm 1,08$$

$\sqrt{1,170}$	1,08
-1	$1 \cdot 1 = 1$
01700	$10 \cdot 2 = 20$
-1664	$208 \cdot 8 = 1664$
36	

$$b) \sqrt{\frac{234}{109}} = \sqrt{2,14} = \pm 1,46$$

$\sqrt{2,1400}$	1,46
-1	$1 \cdot 1 = 1$
114	$1 \cdot 2 = 2$
-96	$24 \cdot 4 = 96$
1800	$14 \cdot 2 = 28$
-1716	$286 \cdot 6 = 1716$
84	

$$c) \sqrt{\frac{2509}{2312}} = \sqrt{1,08} = \pm 1,03$$

$\sqrt{1,0800}$	1,03
-1	$1 \cdot 1 = 1$
00800	$10 \cdot 2 = 20$
-609	$203 \cdot 3 = 609$
191	

$$d) \sqrt{\frac{833}{17}} = \sqrt{49} = \pm 7$$

71. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) \pm \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \pm \frac{3^5}{4^5} = \pm 0,24$$

$$b) \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{7^2}{5^2} = 1,88$$

$$c) \left(\pm \frac{12}{8}\right)^{-3} = \pm \left(\frac{8}{12}\right)^3 = \pm \frac{8^3}{12^3} = \pm 0,29$$

$$d) \frac{225}{529} = 0,42$$

72. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) (2^7 - 100) - (25 + 3) = (128 - 100) - 28 = 0$$

$$b) (9 - 5 \cdot 5) : 4 = -16 : 4 = -4$$

$$c) 9 : 3 + 4(-1 + 7) = 3 + 24 = 27$$

$$d) 3 - 22 + 40 - 32 + 1 = -10$$

$$e) (36 - 3 + 6) : (11 + 28) = 39 : 39 = 1$$

$$f) (1 + 64 - 50) : 15 = 15 : 15 = 1$$

73. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) -27 + 8^2 : 5 = -27 + 12,8 = -14,2$$

$$b) 5 - 3(-56 + 64) - (-4)^2 = 5 - 24 - 16 = -35$$

$$c) 27^2 - 144 : (-24) - 38^2 = 729 + 6 - 192 = 543$$

74. Las soluciones a este ejercicio son:

$$a) (8 - 6 \cdot 12)^2 : 2 = 4096 : 2 = 2048$$

$$b) (64 : 8)^2 - 144 : -24 - 25 = 64 + 6 - 25 = 45$$

75. Ejercicio resuelto en el libro.

76. Las soluciones son:

$$a) (3-1)\sqrt{2} + (2+3)\sqrt{3} - 5\sqrt{7} \\ = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{7} = -1,74$$

$$b) (2-3)\sqrt{5} + (7+9)\sqrt{3} = -\sqrt{5} + 16\sqrt{3} = 25,48$$

77. Las soluciones son:

$$a) \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} = 3,38$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} = 2,77$$

$$c) \left(\frac{2^2}{1^2}\right)^3 = 2^6 = 64$$

$$d) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0,44$$

$$e) \left(1 - \frac{(-3)^2}{1}\right)^{-1} = (-8)^{-1} = -0,13$$

$$f) \left(\frac{5^2}{3^2} + \frac{9}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{34}\right)^2 = 0,07$$

78. Las soluciones son:

$$a) \frac{16}{81} \cdot \frac{3}{8} = \frac{48}{648} = \frac{2}{3^3} = 0,07$$

$$b) \frac{9}{16} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{16} = \frac{1}{2^2} = 0,25$$

$$c) \left(\frac{125}{147}\right)^4 \cdot \frac{25}{47} = 0,27$$

79. Las soluciones son:

$$a) \frac{2}{3} - \frac{9}{4} : \frac{5}{6} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} - \frac{27}{10} + \frac{4}{3} = \frac{20 - 81 + 40}{30} = -0,7$$

$$b) 4 + \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{81}{4}\right)^{-1} = 4 + \frac{4}{3} : \left(\frac{1}{9}\right) = 4 + 12 = 16$$

$$c) \left(\frac{36}{25} + \frac{4}{5}\right)^{-1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{25}{56} \cdot \frac{4}{3} = \frac{25}{42} = 0,6$$

$$d) \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{4} : \frac{5}{2}\right)^{-1} - \frac{64}{225} \cdot \frac{25}{36} = \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{10}\right)^{-1} - \frac{16}{81} =$$

$$= \frac{40}{41} - \frac{16}{81} = \frac{2584}{3321} = 0,78$$

Página 69

80. Las soluciones son:

$$a) \frac{3^3}{2^3} : \left(1 - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{3^3}{2^3} : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3^3}{2^3} : \frac{2}{3} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} = 5,0625$$

$$b) 5^3 \cdot \left[4 : \left(\frac{4}{3}\right)^4\right]^{-2} = 5^3 \cdot \left[4 : \frac{4^4}{3^4}\right]^{-2} = 5^3 \cdot \left[\frac{3^4}{4^3}\right]^{-2} = 5^3 \cdot \frac{4^6}{3^8} = 78,0368$$

$$c) \frac{2^3}{3^3} : \left(\frac{8}{3}\right)^{-2} = \frac{2^3}{3^3} : \frac{3^2}{2^6} = \frac{2^9}{3^5} = \frac{512}{243} = 2,1069$$

$$d) \frac{5^2}{2^2} - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{3}{4} : \frac{(2^3)^2}{(3^3)^2}\right] = \frac{5^2}{2^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3^7}{2^8} = \frac{5^2}{2^2} - \frac{3^6}{2^8} = \frac{5^2 \cdot 2^6 - 3^6}{2^8} = 3,402$$

81. Las expresiones son:

$$a) \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot 7^3 \cdot 3^3}{7^2 \cdot 2^6} = \frac{3^5 \cdot 2^4 \cdot 7^3}{7^2 \cdot 2^6} : \frac{5^3 \cdot 3^3}{2^3} = \frac{3^5 \cdot 7}{2^2} :$$

$$: \frac{5^3 \cdot 3^3}{2^3} = \frac{3^5 \cdot 2^3 \cdot 7}{2^2 \cdot 5^3 \cdot 3^3} = \frac{3^2 \cdot 2 \cdot 7}{5^3} = 3^2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5^{-3}$$

$$b) \left[\frac{7^3 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \cdot 3^5 \cdot 3^6}{5^3 \cdot 2^6 \cdot 7^5 \cdot 2^5 \cdot 2^6}\right]^{-1} = \left[\frac{3^{14} \cdot 5^2}{7^2 \cdot 2^{17}} : \frac{3^{14}}{2^5 \cdot 7^6}\right]^{-1} = \left[\frac{3^{14} \cdot 5^2 \cdot 2^5 \cdot 7^6}{7^2 \cdot 2^{17} \cdot 3^{14}}\right]^{-1} = \left[\frac{5^2 \cdot 7^4}{2^{12}}\right]^{-1} = \frac{2^{12}}{5^2 \cdot 7^4} = 2^{12} \cdot 5^{-2} \cdot 7^{-4}$$

82. El resultado es:

$$2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{9}{4}\right)^{-2}} = 2 - \frac{1}{\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2}} = 2 - \left(\frac{-5}{4}\right)^2 = 2 - \frac{25}{16} =$$

$$= \frac{7}{16} = 0,4375$$

83. Los resultados son:

$$a) \frac{\frac{2^4}{3 \cdot 5} : \frac{2^3}{3^2 \cdot 2}}{\frac{2^2}{3^4}} = \frac{\frac{2^2 \cdot 3}{5}}{\frac{2^2}{3^4}} = \frac{2^2 \cdot 3^5}{2^2 \cdot 5} = \frac{3^5}{5} = \frac{243}{5} = 48,6$$

$$b) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{13}}{\frac{13}{18}} = \frac{2^{13} \cdot 3^2 \cdot 2}{13 \cdot 3^{13}} = \frac{2^{14}}{13 \cdot 3^{11}} = \frac{16384}{2302911} = 0,007$$

$$c) \frac{\frac{4}{5} + \frac{8}{15}}{\frac{1}{25}} = \frac{\frac{20}{15} + \frac{8}{15}}{\frac{1}{25}} = \frac{\frac{28}{15}}{\frac{1}{25}} = \frac{28 \cdot 25}{15} = \frac{4 \cdot 5^3}{3 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 5^2}{3} = \frac{100}{3} = 33,33$$

$$d) \frac{\frac{2^3}{5^3}}{\frac{5 \cdot 3^5 + 5^3 - 2^3 \cdot 3^3}{3^3 \cdot 5^3}} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{1124} = \frac{216}{1124} = 0,19217$$

$$e) \frac{\frac{3}{175}}{\frac{6^2 \cdot 5^3 + 2^2 \cdot 7^2 \cdot 5 - 2^3 \cdot 7^2}{7^2 \cdot 5^3}} = \frac{3}{175} : \frac{5088}{6125} = \frac{18375}{890400} = \frac{35}{1696} = 0,0206$$

$$f) \frac{\frac{33}{10} - 1}{\frac{4}{25}} = \frac{23}{10} : \frac{4}{25} = \frac{115}{8} = 14,375$$

84. En notación científica son:

- a) $5,143 \cdot 10^{21}$
b) $8,234 \cdot 10^{25}$

85. En notación científica son:

- a) $2,37 \cdot 10^9$ b) $2,37 \cdot 10^2$ c) $2,3702 \cdot 10^{23}$

86. En notación científica son:

$$3,27 \cdot 10^4 < 1,18 \cdot 10^5 < 2,1 \cdot 10^5$$

87. Los resultados en notación científica son:

- a) $(3,28 + 22,7 - 1,15) \cdot 10^3 = 24,83 \cdot 10^3 = 2,483 \cdot 10^4$
b) $(316 + 2,17 - 24,5 + 1,1) \cdot 10^3 = 294,77 \cdot 10^3 = 2,9477 \cdot 10^5$
c) $(64,3 + 1,18 - 236 - 10,6) \cdot 10^{10} = -181,12 \cdot 10^{10} = -1,8112 \cdot 10^{12}$

88. El producto es:

$$1,345 \cdot 10^{20} \cdot 2,75 \cdot 10^{15} = (1,345 \cdot 2,75) \cdot 10^{20+15} = 3,69875 \cdot 10^{35}$$

89. Los resultados son:

- a) $(3,07 \cdot 1,1) \cdot 10^{4+3} = 3,377 \cdot 10^7$
b) $(2,2 \cdot 1,8 : 3,7) \cdot 10^{12+7-6} = 1,07027 \cdot 10^{13}$
c) $(2,17 : 1,18 : 1,06) \cdot 10^{15-11-23} = 1,73488967 \cdot 10^{-19}$

90. Los resultados son:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{1,944 \cdot 10^{17}}{6,75 \cdot 10^{15}} = 0,288 \cdot 10^2 = 2,88 \cdot 10^1 \\
 \text{b)} \quad & \frac{20,9952 \cdot 10^{16}}{3,375 \cdot 10^9} = 6,2208 \cdot 10^7 \\
 \text{c)} \quad & \frac{12,4416 \cdot 10^{24}}{36,864 \cdot 10^{14}} = 0,3375 \cdot 10^{14} = 3,375 \cdot 10^{13} \\
 \text{d)} \quad & \frac{144 \cdot 10^5 - 1,35 \cdot 10^5}{0,218 \cdot 10^5 + 3,2 \cdot 10^5} = \frac{142,65 \cdot 10^5}{3,418 \cdot 10^5} = 41,73493271 = \\
 & = 4,173493271 \cdot 10^1 \\
 \text{e)} \quad & \frac{2,88 \cdot 10^{17} - 4,32 \cdot 10^{29}}{21,5 \cdot 10^6 - 1,15 \cdot 10^6} \approx \frac{-4,32 \cdot 10^{29}}{20,35 \cdot 10^6} = \\
 & = -2,122850123 \cdot 10^{22}
 \end{aligned}$$

91. Puesto que el área es el lado elevado al cuadrado y el perímetro del campo es lado por 4:

$$l^2 = 65\,638,44 \text{ m}^2 \rightarrow l = \sqrt{65\,638,44} = 256,19 \text{ m}$$

$\sqrt{65638,44}$	256,2
-4	$2 \cdot 2 = 4$
256	$2 \cdot 2 = 4$
-225	$45 \cdot 5 = 225$
3138	$25 \cdot 2 = 50$
-3036	$506 \cdot 6 = 3036$
10244	$256 \cdot 2 = 512$
-10244	$5122 \cdot 2 = 10244$
0	

$$\text{valla} = 4 \cdot l = 4 \cdot 256,19 = 1\,024,76 \text{ m}$$

92. En notación decimal serían: $597,2 \cdot 10^{22}$.

93. Expresado en notación científica sería: $1 \cdot 10^9$.

94. Tenemos que sumar la altura de la montaña y la profundidad de la fosa:

$$\begin{aligned}
 8,488 \cdot 10^3 + 10,971 \cdot 10^3 &= 19,459 \cdot 10^3 = \\
 &= 1,9459 \cdot 10^4 \text{ km}
 \end{aligned}$$

Y en metros:

$$1,9459 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1,9459 \cdot 10^7 \text{ m}$$

95. Puesto que $50 \text{ t} = 50 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{día}$

$$\frac{50 \cdot 10^3 \text{ kg}}{\text{día}} \cdot \frac{365 \text{ días}}{\text{año}} = \frac{18250 \cdot 10^3 \text{ kg}}{\text{año}} = 1,825 \cdot 10^7 \text{ kg/año}$$

96. Expresada en notación científica es:

$$4 \cdot 10^6 \cdot 365 = 1460 \cdot 10^6 = 1,46 \cdot 10^9 \text{ días}$$

97. Expresado en notación científica:

$$\begin{aligned}
 46,77 \cdot 10^6 \text{ hab} \cdot 137 \frac{\text{L}}{\text{día}} &= 6407,49 \cdot 10^6 \frac{\text{hab} \cdot \text{L}}{\text{día}} \cdot \frac{365 \text{ días}}{\text{año}} = \\
 &= 2338733,85 \cdot 10^6 = 2,33873385 \cdot 10^{12} \frac{\text{hab} \cdot \text{L}}{\text{año}}
 \end{aligned}$$

Página 70

98. Los cálculos utilizando la notación científica:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad r &= 1,392 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,392 \cdot 10^9 \text{ m} \\
 V &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,392 \cdot 10^9)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1,392^3 \cdot 10^{27} = \\
 &= 1,129812343 \cdot 10^{28} \approx 1,13 \cdot 10^{28} \text{ m}^3 \\
 \text{b)} \quad r &= 6,371 \cdot 10^3 \text{ km} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \\
 V &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (6,371 \cdot 10^6)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6,371^3 \cdot 10^{18} = \\
 &= 1,0832069 \cdot 10^{21} \approx 1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

99. El número de cuadrados perfectos anteriores a 100.000 corresponderá a la parte entera de la raíz cuadrada:

$$\sqrt{100000} = 316,22\dots$$

Por tanto existen 316 cuadrados perfectos menores que 100 000.

100. Cuando el exponente es 0 o negativo.

101. Las afirmaciones son:

a) Falso. Por ejemplo si $a = 0,5$:

$$0,5^2 = 0,25 < 0,5$$

b) Falso. Por ejemplo si $a = 0,5$

$$0,5^{-2} = \frac{1}{0,5^2} = \frac{1}{0,25} = 4 > 0,5$$

c) Falso. Por ejemplo:

$$\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow 2^3 = 8 \rightarrow \sqrt{8} = 2,82\dots$$

102. Las respuestas son:

$$\text{a)} \quad a = \sqrt{361} = \pm 19$$

$$(2a)^3 = (2 \cdot 19)^3 = 38^3 = 54872$$

También tendremos el resultado negativo.

$$\text{b)} \quad x = \sqrt{121} = \pm 11$$

$$(3x)^3 = (3 \cdot 11)^3 = 33^3 = 35937$$

También tendremos el resultado negativo.

$$\text{c)} \quad p = \sqrt{625} = \pm 25$$

$$\sqrt{p} = \sqrt{25} = 5$$

En este caso solo tendremos el resultado positivo, porque no existe la raíz cuadrada negativa.

103. Llamaremos x al lado de la parcela de Juan, por tanto:

$$x \cdot x = x^2 = 4900 \text{ m}^2 \rightarrow x = \sqrt{4900} = 70 \text{ m}$$

a) Si los lados de la parcela de Laura miden el doble que los de la parcela de Juan:

$$2x \cdot 2x = 4x^2 = 4 \cdot 4900 = 19600 \text{ m}^2$$

b) Si 1 m cuesta 75 euros:

$$4 \cdot 2x = 4 \cdot 2 \cdot 70 = 560 \text{ m}$$

$$560 \text{ m} \cdot 75 \text{ eu. / m} = 39200 \text{ euros}$$

104. Teniendo en cuenta que al dividir el cuadrado en cuatro cuadrados, estamos dividiendo el lado entre 2:

a) Si lo dividimos 10 veces:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} \approx 9,77 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

b) La longitud del lado después de 5 divisiones será:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} \text{ m}$$

Por tanto el área será:

$$\left(\frac{1}{32}\right)^2 = \frac{1}{1024} \approx 9,77 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

105. Los glóbulos que tiene Miguel son:

$$4,3 \cdot 10^6 \frac{\text{glób.}}{\text{mm}^3} \cdot \frac{10^6 \text{ mm}^3}{1\text{L}} = 4,3 \cdot 10^{12} \frac{\text{glób.}}{\text{L}}$$

$$4,3 \cdot 10^{12} \frac{\text{glób.}}{\text{L}} \cdot 5\text{L} = 2,15 \cdot 10^{13} \text{ glóbulos}$$

106. Las respuestas son:

$$\begin{aligned} \text{a) } & 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 1\text{año} \cdot \frac{365\text{días}}{\text{año}} \cdot \frac{24\text{h}}{\text{día}} \cdot \frac{60\text{min}}{1\text{h}} \cdot \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = \\ & = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km} \end{aligned}$$

$$\text{b) } 1,5 \cdot 10^5 \text{ años luz} \cdot \frac{9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}}{1\text{año luz}} = 1,41912 \cdot 10^{18} \text{ km}$$

107. Actividad resuelta en el libro.

108. Las expresiones son:

- a) $2,33 \cdot 10^{-6}$ c) $3,77 \cdot 10^{-9}$
 b) $7,8 \cdot 10^{-10}$ d) $2,11 \cdot 10^{-14}$

109. El volumen del cubo expresado en notación científica es:

$$V = 2,5^3 = 15,625 \text{ cm}^3 \cdot \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} = 1,5625 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

110. Actividad de cálculo mental.

111. Actividad de cálculo mental.

Página. 71

1. Si la el diámetro de la Tierra tiene que ser de 1 cm, por tanto 10 mm, la equivalencia será:

$$\frac{10\text{mm}}{12756\text{km}} = \frac{5}{6378} \frac{\text{mm}}{\text{km}}$$

$$\frac{10\text{mm}}{12756\text{km}} \cdot \frac{1\text{m}}{10^3 \text{ mm}} = \frac{1}{1,2756 \cdot 10^6} \frac{\text{m}}{\text{km}}$$

Factores que utilizaremos para convertir los diámetros y distancias:

planeta	Diámetro (mm)	Distancia al Sol (m)
Mercurio	3,824	45,390
Venus	9,548	84,901
Tierra	10,000	117,357
Marte	5,300	178,818
Júpiter	111,947	610,458
Saturno	94,073	1121,119
Urano	39,1972	2255,017
Neptuno	35,278	3532,926

2. El radio del Sol en nuestro modelo sería:

$$1,392 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot \frac{1\text{m}}{1,2756 \cdot 10^6 \text{ km}} \approx 1,09125\text{m}$$

Por tanto la respuesta correcta es la C.

3. El diámetro real de la Luna es de 3 474 km, por tanto en nuestro modelo a escala sería:

$$3\,474\text{km} \cdot \frac{5\text{mm}}{6378\text{km}} \approx 2,723\text{mm}$$

Y la distancia entre la Tierra y la Luna es de 384400 km, y en nuestro modelo a escala:

$$\begin{aligned} 384400\text{km} \cdot \frac{1\text{m}}{1,2756 \cdot 10^6 \text{ km}} & \approx 0,30135 = 3,0135 \cdot 10^{-1} \text{ m} = \\ & = 30,135\text{cm} \end{aligned}$$

4. Teniendo en cuenta que la superficie de una circunferencia se calcula mediante $A = \pi \cdot r^2$:

$$r = 30,135 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 30,135^2 \approx 2\,852,938 \text{ cm}^2$$

$$2\,852,938 \text{ cm}^2 \cdot \frac{1\text{m}^2}{10^4 \text{ cm}^2} \approx 0,285\text{m}^2$$

5. Las respuestas son:

a) Respuesta personal.

b) Suponiendo que es una circunferencia y tomando como radio la distancia entre el Sol y Neptuno:

$$r = 3532,926 \text{ m}$$

$$A = \pi \cdot 3532,926^2 \approx 39211996,43 \text{ m}^2 \approx 3,921 \cdot 10^7 \text{ m}^2 = 39,212 \text{ km}^2$$

6. Respuesta personal.

7. Actividad personal.

Página 72

1. Las potencias ordenadas de mayor a menor son:

$$-7^4 < (-7)^3 = -7^3 < (-7)^{-3} = -7^{-3} < -7^{-4} < (-7)^{-4} < (-7)^0 < (-7)^4$$

2. Los resultados son:

$$\text{a) } (-5)^{2+7+5-12} = (-5)^2 = 25$$

$$\text{b) } [(-3)^3]^3 : (-3)^8 = (-3)^9 : (-3)^8 = -3$$

$$\text{c) } (2^3 \cdot 2^2)^3 : 2^{12} = 2^{10} : 2^{12} = 2^{-2} = 1 / 2^2 = 1 / 4 = 0,25$$

$$\text{d) } [5^4 : 5^2]^3 : 5^6 = 5^6 : 5^6 = 1$$

$$\text{e) } \frac{(-1) \cdot 2^{25} \cdot (-1) \cdot 3^{10}}{3^8 \cdot 2^{16} \cdot 2^4 \cdot 3^2} = 2^5 = 32$$

3. Los resultados son:

$$a) \left(\frac{3}{2^3} \cdot \frac{7 \cdot 2}{2^2 \cdot 3}\right)^2 = \left(\frac{7}{2^4}\right)^2 = \frac{7^2}{2^8} = \frac{49}{256} = 0,1914$$

$$\left(\frac{42}{96}\right)^2 = (0,4375)^2 = 0,1914$$

$$b) \left(\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8} = 3,375$$

$$\left(\frac{9 \cdot 10}{4 \cdot 15}\right)^3 = \left(\frac{90}{60}\right)^3 = 1,5^3 = 3,375$$

$$c) \left(\frac{2}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{2^2}\right)^3 = \frac{2^6 \cdot 5^3}{5^6 \cdot 2^6} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = 8 \cdot 10^{-3}$$

$$\left(\frac{4}{25}\right)^3 \cdot \frac{125}{64} = \frac{64}{15\,625} \cdot \frac{125}{64} = \frac{125}{15\,625} = 8 \cdot 10^{-3}$$

4. La simplificación es:

$$\left[\left(\frac{2^4}{3^4}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2 \cdot \frac{3^3}{2^3} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2 \cdot \frac{3^3}{2^3} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 \cdot \frac{3^3}{2^3} = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{3^3}{2^3} = \frac{3}{2}$$

5. Las expresiones son:

$$a) 2 \cdot 3^{-1}$$

$$b) \frac{(-1) \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^6 \cdot 3^4}{(-1) \cdot 2^{10} \cdot 3^5} = 2^{-7} \cdot 3^8$$

$$c) \frac{(2^4 \cdot 3^2 \cdot 2^{-5} \cdot 3^{-5})^4}{(-1) \cdot (2^{-7} \cdot 3^{-14})} = (2^{-1} \cdot 3^{-3})^{-4} \cdot 2^7 \cdot 3^{14} \cdot (-1) = -2^4 \cdot 3^{12} \cdot 2^7 \cdot 3^{14} = -2^{11} \cdot 3^{26}$$

$$d) \frac{(-1) \cdot 3^3 \cdot 5^3}{(-3) \cdot (-3)^3 \cdot 5^2} = \frac{(-1) \cdot 3^3 \cdot 5}{3^4} = -3^{-1} \cdot 5$$

6. Los resultados son:

$$a) \sqrt{345} = \pm 18,57$$

$\sqrt{3450000}$	18,57
-1	$1 \cdot 1 = 1$
245	$1 \cdot 2 = 2$
-224	$28 \cdot 8 = 224$
2100	$18 \cdot 2 = 36$
-1825	$365 \cdot 5 = 1825$
27500	$185 \cdot 2 = 370$
-25949	$3707 \cdot 7 = 25949$
1551	

$$b) \frac{\pm 4}{\sqrt{129}} = \frac{\pm 4}{\pm 11,35} = \pm 0,35$$

$\sqrt{1290000}$	11,35
-1	$1 \cdot 1 = 1$
29	$1 \cdot 2 = 2$
-21	$21 \cdot 1 = 21$
800	$11 \cdot 2 = 22$
-669	$223 \cdot 3 = 669$
13100	$113 \cdot 2 = 226$
-11325	$2265 \cdot 5 = 11325$
1775	

7. Los resultados son:

$$a) 3^2 + (-10)^2 = 9 + 100 = 109$$

$$b) \frac{3^3}{2^3} - 1 - \frac{1}{3^2} = \frac{3^3 \cdot 3^2 - 3^2 \cdot 2^3 - 2^3}{2^3 \cdot 3^2} = \frac{243 - 72 - 8}{72} = \frac{163}{72} \approx 2,264$$

$$c) \frac{-1}{3^3} - \left(\frac{39}{10}\right)^{-2} = \frac{-1}{3^3} - \left(\frac{10}{39}\right)^2 = \frac{-1}{27} - \frac{100}{1521} = -\frac{469}{4563} \approx -0,103$$

$$d) \frac{2^3}{3^3} + \left[2 - \frac{5^2}{2^2} : \frac{2^3}{3^3}\right]^2 = \frac{2^3}{3^3} + \left[2 - \frac{5^2 \cdot 3^3}{2^5}\right]^2 = \frac{2^3}{3^3} + \left[\frac{2^6 - 5^2 \cdot 3^3}{2^5}\right]^2 = \frac{2^3}{3^3} + \frac{611^2}{2^5} = \frac{2^3}{3^3} + \frac{611^2}{2^{10}} = \frac{2^{13} + 3^3 \cdot 611^2}{3^3 \cdot 2^{10}} = \frac{10087859}{27648} \approx 364,87$$

$$e) 3^3 \cdot \frac{3 \cdot 5}{3^2} + \frac{1}{3^2} : \left(\frac{28}{5}\right)^{-2} = 45 + \frac{1}{9} : \frac{5^2}{28^2} = 45 + \frac{784}{225} = \frac{10909}{225} \approx 48,48$$

$$f) \frac{\left(\frac{5}{2^2}\right)^3}{\left[2 - \frac{5^2}{2^2} \cdot \frac{5^2}{2^2}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\left[2 - \frac{5^4}{2^4}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\left[\frac{2^5 - 5^4}{2^4}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\frac{593^2}{2^8}} = \frac{5^3 \cdot 2^2}{593^2} = \frac{500}{351649} \approx 1,423 \cdot 10^{-3}$$

8. Expresados en notación científica son:

$$a) 5,600\,002\,345\,1 \cdot 10^{10}$$

$$b) 4,322\,5 \cdot 10^8$$

9. Los resultados son:

$$a) 20,88 \cdot 10^7 - 3,6 \cdot 10^7 = 17,28 \cdot 10^7 = 1,728 \cdot 10^8$$

$$b) (3,25 \cdot 4,8) \cdot 10^{4+3} = 15,6 \cdot 10^7$$

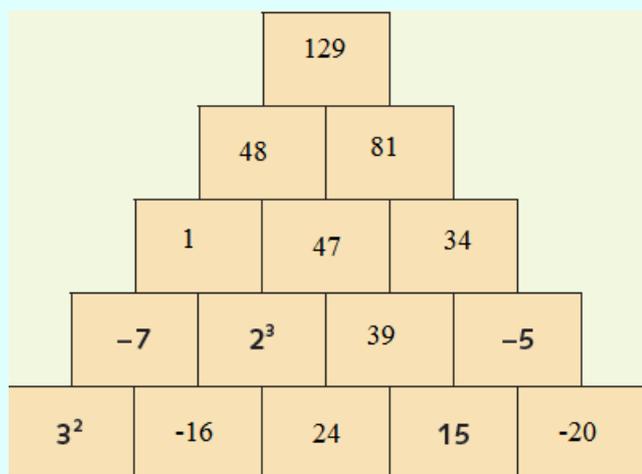
$$\begin{aligned}
 \text{c) } & (6,43 \cdot 10^{24}) : [(2,36 : 1,06) \cdot 10^{18-15}] = \\
 & = 6,43 \cdot 10^{24} : \frac{2,36}{1,06} \cdot 10^3 = \frac{6,43 \cdot 1,06}{2,36} \cdot 10^{24-3} \approx \\
 & \approx 2,888 \cdot 10^{21}
 \end{aligned}$$

10. Si la computadora puede realizar $3,386 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo, en un año realizará:

$$\frac{3,386 \cdot 10^{16} \text{ op.}}{\text{s}} \cdot \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \cdot \frac{24\text{h}}{1\text{día}} \cdot \frac{365\text{días}}{\text{año}} \approx 1,06781 \cdot 10^{24}$$

Estrategia e ingenio

Pirámide numérica:



Números romanos:

- Las igualdades correctas son:
 - a) VIII – III = V
 - b) V + IV = IX
 - c) XIV – III = XI
- Tenemos que girar la igualdad 180°, y queda:
X = I + IX

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 3-3 de la guía)

- a) $10^4 = 10.000$
- b) $10^7 = 10.000.000$
- c) $10^5 = 100.000$
- d) $10^{10} = 10.000.000.000$

(Viene de la página 3-5 de la guía)

- d) $3^{3 \cdot 3} = 3^9$
- e) $(-1)^{4 \cdot 6} = (-1)^{24} = 1^{24} = 1$
- f) $(-6)^{2 \cdot 5} = (-6)^{10} = 6^{10}$

4. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(-1)^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$
- b) $[5 \cdot (-7)]^3 = (-35)^3$
- c) $[(-3) \cdot (-5)]^5 = 15^5$

5. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(3^4 \cdot 3^3)^4 = (3^7)^4 = 3^{28}$
- b) $[(2^3)^3 \cdot (2^2)^2]^4 : (2^4)^2 = (2^9 \cdot 2^4)^4 : 2^8 = 2^{52} : 2^8 = 2^{44}$
- c) $(3^{16} : 3^9)^4 \cdot 3^8 = 3^{28} \cdot 3^8 = 3^{36}$

6. Las soluciones a este ejercicio son:

- a) $(2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6)^3 = 2^{27} \cdot 3^9$
- b) $(3^3 \cdot 2^6 \cdot 3^8 \cdot 2^4)^5 = (3^{11} \cdot 2^{10})^5 = 3^{55} \cdot 2^{50}$
- c) $[(-2^2)^6 \cdot 3^2 \cdot 2^2]^4 = (2^{14} \cdot 3^2)^4 = 2^{56} \cdot 3^8$
- d) $[3^5 \cdot (-2)^4 \cdot 3^4]^2 = (3^9 \cdot 2^4)^2 = 3^{18} \cdot 2^8$
- e) $[3^3 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^5 \cdot 5^5]^7 = [3^3 \cdot 5^5 \cdot (-5)^8]^7 = 3^{21} \cdot 5^{91}$
- f) $[2^{18} \cdot (-3)^5 \cdot 2^{15}]^5 = [2^{33} \cdot (-3)^5]^5 = 2^{165} \cdot (-3)^{25}$
- g) $[(-5)^5 \cdot 7^5 : 7^3]^6 \cdot 5^4 = [(-5)^5 \cdot 7^2]^6 \cdot 5^4 = 5^{34} \cdot 7^{12}$
- h) $[(-3)^3 \cdot 2^{12} \cdot 2^5 \cdot (-3)^5 \cdot 5^5]^3 : (2^3 \cdot 5) = [(-3)^8 \cdot 2^{17} \cdot 5^5]^3 : (2^3 \cdot 5) = 3^{24} \cdot 2^{48} \cdot 5^{14}$

(Viene de la página 3-7 de la guía)

- b) $\left(\frac{(-2)^3 \cdot 3^4}{3^3 \cdot 7^2}\right)^3 : \frac{7^2}{2 \cdot 3^2} = \frac{(-2)^9 \cdot 3^{12}}{3^9 \cdot 7^6} \cdot \frac{2 \cdot 3^2}{7^2} = (-1)^9 \cdot \frac{2^{12} \cdot 3^5}{7^6} = (-1) \cdot \frac{2^{12} \cdot 3^5}{7^6}$
- c) $\frac{5 \cdot 3}{2^5} \left[\left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 3}\right)^5 : \left(\frac{(-1) \cdot 2^2 \cdot 3}{5^2}\right)^7 \right]^2 = \frac{5 \cdot 3}{2^5} \left(\frac{3^{20}}{2^{20} \cdot 3^5} : \frac{5^{14}}{(-1) \cdot 3^7 \cdot 2^{14}} \right)^2 = \frac{5 \cdot 3}{2^5} \left(\frac{3^{20} \cdot 5^{14}}{(-1) \cdot 2^{34} \cdot 3^{12}} \right)^2 = \frac{5 \cdot 3}{2^5} \left(\frac{3^{16} \cdot 5^{28}}{2^{68}} \right) = \frac{3^{17} \cdot 5^{29}}{2^{73}}$
- d) $\frac{(-3)^{15}}{2^{15}} : \left(\frac{(-2)^{12}}{3^{12}} : \frac{2^{16}}{3^{16}} \right) = \frac{(-3)^{15}}{2^{15}} : \left(\frac{3^4}{2^4} \right) = \frac{(-3)^{11}}{2^{11}}$

(Viene de la página 3-9 de la guía)

- b) $3^0 = 1$
- c) $(2^9 \cdot 2^8)^{-3} = \frac{1}{2^{51}}$
- d) $\frac{3^5 \cdot 2^{14}}{2^{10} \cdot 3^7} = \frac{2^4}{3^2}$
- e) $\frac{5^5 \cdot 5^3}{2^5 \cdot 2^3} = \frac{5^8}{2^8}$
- f) $\left(\frac{3^3}{(-2)^3}\right)^3 = \frac{3^9}{(-2)^9}$
- g) $\left(\frac{2^2 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^3}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3}$
- h) $\left(\frac{(-5)^3 \cdot (-5)}{3^3 \cdot 3}\right)^2 = \frac{(-5)^8}{3^8} = \frac{5^8}{3^8}$

14. Podemos argumentar este ejercicio de la siguiente manera:

1. Observamos qué pasa cuando elevamos cualquier número real a 0:

$$5^0 = 5^{(1-1)} = \frac{5^1}{5^1} = 1$$

2. Vamos a ver qué sucede cuando elevamos el número 0 a 0:

$$0^0 = 0^{(1-1)} = \frac{0^1}{0^1}$$

Vemos que esta potencia no está definida porque no se puede dividir 0 entre 0.

(Viene de la página 3-9 de la guía)

17. El resto de la raíz debe cumplir que la siguiente condición:

$$35 \cdot 2 + 1 = 71 > \text{resto} \rightarrow \text{resto} = 70$$

Por lo tanto, para saber el número hacemos:

$$35^2 + 70 = 1295$$

Podemos demostrar que es correcto con $\sqrt{1296} = 36$

18. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{1382} \rightarrow$ raíz = 37, resto = 13.

$\sqrt{13,82}$	$\begin{array}{r} 37 \\ \hline 3 \cdot 3 = 9 \\ \hline 482 \\ 3 \cdot 2 = 6 \\ \hline -469 \\ 67 \cdot 7 = 469 \\ \hline 13 \end{array}$
----------------	--

b) $\sqrt{2428} \rightarrow$ raíz = 49, resto = 27

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{24,28} & 49 \\ -16 & 4 \cdot 4 = 16 \\ \hline 828 & 4 \cdot 2 = 8 \\ -801 & 89 \cdot 9 = 801 \\ \hline 27 & \end{array}$$

c) $\sqrt{2750} \rightarrow$ raíz = 52, resto = 46.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{27,50} & 52 \\ -25 & 5 \cdot 5 = 25 \\ \hline 250 & 5 \cdot 2 = 10 \\ -204 & 102 \cdot 2 = 204 \\ \hline 46 & \end{array}$$

d) $\sqrt{3725} \rightarrow$ raíz = 61, resto = 4

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{37,25} & 61 \\ -36 & 6 \cdot 6 = 36 \\ \hline 125 & 6 \cdot 2 = 12 \\ -121 & 121 \cdot 1 = 121 \\ \hline 4 & \end{array}$$

19. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7} = 0,43$

b) $\sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11} = 0,91$

c) $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{8}{9} = 0,89$

d) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0,40$

20. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\frac{65}{25}} = \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{25}} = \frac{8,0}{5} = 1,6$

$$\sqrt{\frac{65}{25}} = \sqrt{2,6} = 1,6$$

Se halla el mismo resultado.

b) No existe por tener la raíz un número negativo.

(Viene de la página 3-13 de la guía)

22. Las resoluciones son:

a) $\frac{5}{3} - \frac{1}{\left[\frac{5}{3} - 1\right]^{-1}} + 1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}} + 1 =$

$$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{5-2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

b) $\frac{\left(1 - \frac{2^2}{3^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^{-2}} : \left(3 - \frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{5^2}{3^4} : \left(\frac{9}{4}\right)^{-1} = \frac{5^2}{3^4 \cdot 2^2} :$

$$: \frac{2^2}{3^2} = \frac{3^2 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 2^4} = \frac{5^2}{3^2 \cdot 2^4} = \frac{25}{144} = 0,1736$$

c) $\frac{\frac{2^4}{3^2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3 \cdot 5}{3^3}}{\left(\frac{5}{2^2} \cdot \frac{2^4}{5^2}\right) - \left(2 - \frac{2^2 \cdot 3}{5 \cdot 7} : \frac{2^3}{7}\right)} = \frac{\frac{2^4}{3^2} + \frac{1}{3}}{\frac{2^2}{5} - \left(2 - \frac{3}{2 \cdot 5}\right)}$

$$= \frac{\frac{2^4+3}{3^2}}{\frac{2^2}{5} - \left(\frac{2^2 \cdot 5 - 3}{2 \cdot 5}\right)} = \frac{\frac{2^4+3}{3^2}}{\frac{2^3 - 2^2 \cdot 5 + 3}{2 \cdot 5}} = \frac{\frac{19}{9}}{\frac{-9}{10}}$$

$$= \frac{19 \cdot 10}{-9 \cdot 9} = \frac{190}{-81} = -2,34568$$

(Viene de la página 3-15 de la guía)

29. La masa de la Luna es:

$$(5,98 / 81,3) \cdot 10^{24} \approx 0,0736 \cdot 10^{24} = 7,36 \cdot 10^{22}$$

30. Si los beneficios de la empresa del último año han sido de $2 \cdot 10^5$ euros y crece a un ritmo del 5% anual:

a) Para calcular el factor de crecimiento anual, lo calculamos el beneficio del segundo año y lo dividimos entre 2

$$\frac{2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{5}{100}}{2} = \frac{2 \cdot 10^5 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^5}{2^2 \cdot 5^2}}{2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 + \frac{10^5}{2 \cdot 5}}{2} = \left(2 + \frac{1}{10}\right) \cdot 10^5 = 1,05 \cdot 10^5$$

b) Y para calcular el beneficio al cabo de 5 años, multiplicamos el factor de crecimiento por 5:

$$1,05 \cdot 10^5 \cdot 5 = 5,25 \cdot 10^5 \text{ euros}$$

(Viene de la página 3-5 de la guía)

■ Terminamos la sección dedicada a las potencias de base entera y exponente natural estudiando la potencia de una potencia.

Comprobaremos con un ejemplo el procedimiento a seguir, explicado en el recuadro azul.

- Calcula $(-6^4)^3$.

A continuación trabajaremos, mediante dos ejemplos, una de las principales aplicaciones de estas propiedades: la simplificación de expresiones algebraicas.

- ¿Qué propiedades hemos aplicado para simplificar en el primer ejemplo?

Antes de resolver el segundo ejemplo nos fijaremos en el epígrafe *Potencias de bases opuestas*, indicado en el margen. Analizaremos este último ejemplo y preguntaremos a los alumnos:

- ¿Por qué interesa expresar 16 como potencia de 4?
- ¿Por qué $(-4)^2 = 4^2$?

Los alumnos contestarán a las actividades propuestas, donde tendrán que aplicar las propiedades estudiadas.

2 Potencias de base fraccionaria y exponente...

■ La siguiente sección propone el aprendizaje de las potencias de base una fracción, de manera similar al caso

anterior en que la base era un número entero.

Leeremos el texto, veremos los ejemplos y preguntaremos.

- ¿Cómo se calcula la potencia de una fracción?

Después valoraremos el grado de asimilación de los nuevos conceptos pidiendo a los alumnos que resuelvan la actividad 7 de la página 56.

2.1 Propiedades

■ En este subapartado leeremos los enunciados de las propiedades de estas potencias, comprobando que las potencias de fracciones tienen las mismas propiedades que las de números enteros. Al acabar haremos las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se calcula la potencia de un producto de fracciones?

Añadiremos la propiedad de la *Suma y resta de potencias*, expuesta en la nota lateral. Lanzaremos las preguntas:

- ¿Cómo se suman potencias con la misma base?
- ¿Coincide el cuadrado de suma con la suma de los cuadrados?

Finalmente, los alumnos leerán y pondrán en práctica el apunte al margen titulado *Calculadora*, que indica cómo realizar operaciones con potencias de fracciones con la calculadora.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/743340	https://www.youtube.com/watch?v=nxs5wye0JXs
http://www.tiching.com/743343	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm
http://www.tiching.com/743344	http://www.masmates.com/mm170003.htm
http://www.tiching.com/743345	https://www.youtube.com/watch?v=PXmTaU4M0gM
http://www.tiching.com/743346	http://htwins.net/scale2/
http://www.tiching.com/743347	http://lasmatematicas.eu/problemas-notacion-cientifica-1/eso/ejercicios/potencias-expresiones-algebraicas/problemas-en-los-que-se-utiliza-la-notacion-cientifica