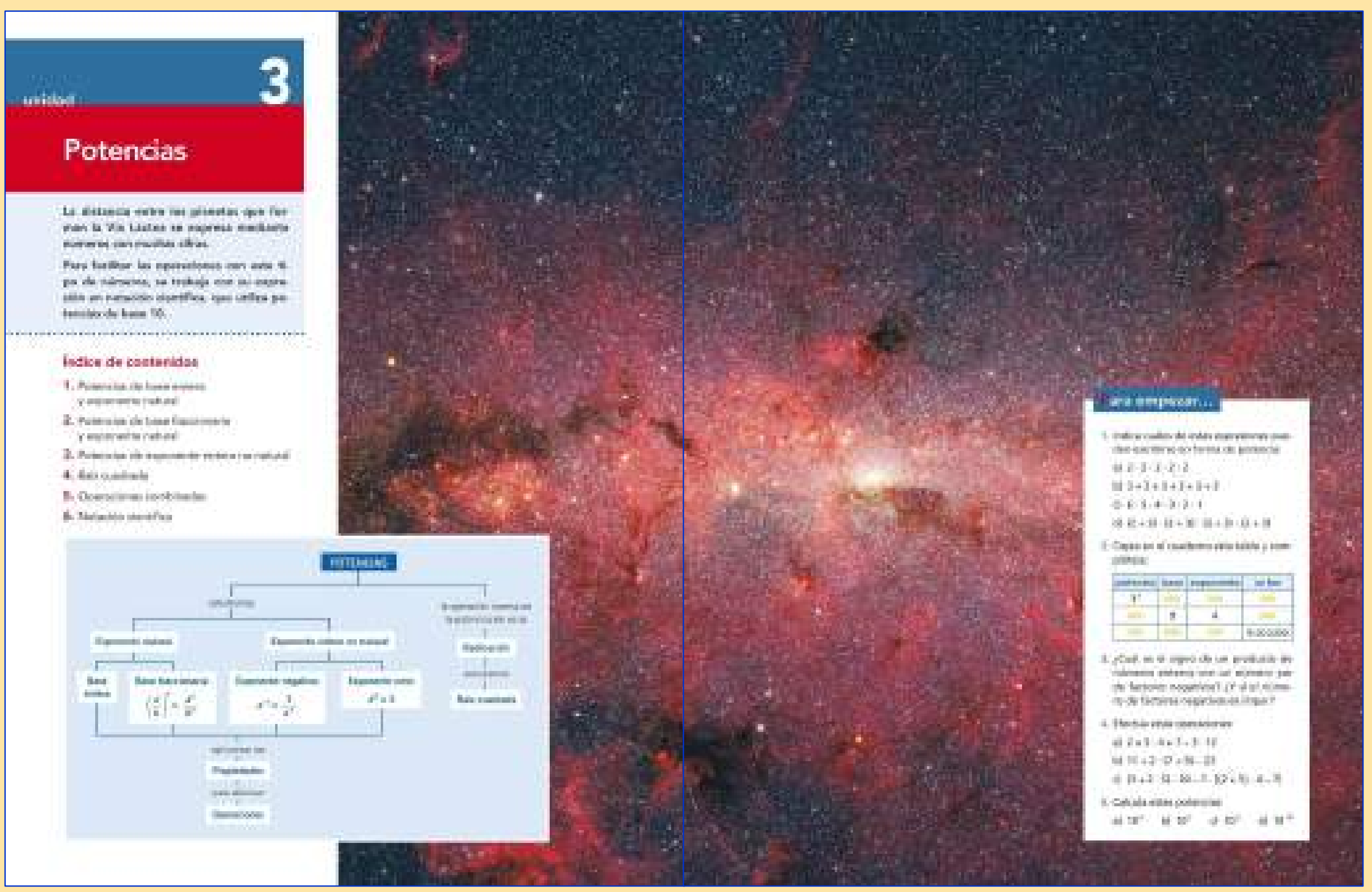


INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ El objetivo de esta unidad didáctica es el estudio de las potencias y de la raíz cuadrada, así como los procedimientos utilizados al operar con ellas.

Comenzaremos observando la imagen de la portada y atendiendo al texto introductorio al tema.

El docente destacará la importancia de este tipo de potencias a partir de las siguientes cuestiones que comentaremos entre todos:

– *¿Qué significa que una potencia tiene base 10?*
– *¿En qué casos son útiles estas potencias?*
– *¿Sería práctico utilizar las potencias en base 10 para referirnos a la distancia que recorremos? ¿Y para las dimensiones de una casa? ¿Por qué?*

■ A continuación, centraremos nuestra atención en el índice de contenidos y el esquema de la unidad del recuadro azul.

– *Pon un ejemplo de potencia. ¿Cuál es la base y cuál el exponente?*
– *¿Qué operación debemos emplear para calcular una potencia?*
– *¿Se puede expresar una raíz como potencia?*

Empezamos la unidad

■ Antes de entrar en el contenido de la unidad, proponemos una serie de actividades que nos servirán para valorar los conocimientos previos de la materia y enfocar los temas que vamos a tratar a lo largo de este capítulo:

– En la actividad 1 introduciremos el concepto de potencia.
– La actividad 2 trabaja los diferentes elementos de una potencia y su significado.
– La actividad 3 plantea la relación entre el exponente y el signo de una potencia.
– La actividad 4 repasa las reglas de prioridad en las operaciones, ya que más adelante estudiaremos cómo debemos proceder en caso de operar con potencias y raíces.
– En la actividad 5 se introducen las potencias en base 10 o notación científica.

Pediremos ahora a los alumnos que resuelvan las actividades propuestas en *Para empezar…* como introducción al tema que comenzamos.

Finalmente, fomentaremos la colaboración entre compañeros y compañeras realizando estas actividades por parejas.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 1 y 2.* Conocer e utilizar las potencias para expresar un producto de un número por sí mismo.
- *Act. 3.* Leer e interpretar el enunciado que contiene léxico técnico específico.
- *Esquema*. Interpretar e integrar información sintetizada en forma de esquema.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 a 5.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Texto.* Valorar el uso y la necesidad de las potencias para la expresión de números muy extensos y para facilitar las operaciones con los mismos.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para iniciar la unidad sobre las potencias y resaltar aspectos prácticos y aplicables de las mismas, propondremos al alumnado consultar el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/743340

Se trata de un vídeo de aproximadamente 4 minutos, en el que se muestran distintas distancias y medidas en la Tierra y en el Universo.

Pediremos a los alumnos que anoten 4 distancias que se hallen en la Tierra y 6 referentes a los planetas. A continuación, podemos preguntar:

- *¿Sabrías transformar algunas de estas medidas en forma más reducida?*
- *¿Podrías decir una medida de longitud especial para distancias astronómicas?*
- *¿Sabrías abreviar la escritura de esta medida de longitud especial?*
- *¿Qué nombre recibe esta forma de expresar números con tantas cifras?*

Finalmente pediremos que propongan algunas cantidades astronómicas y que en grupo las transformen. Deberán escuchar la propuesta que hagan sus compañeros y debatir entre ellos sobre las ventajas que ofrece esta forma de expresión.

Educamos en valores

Iniciativa personal y estrategias de resolución

- El desarrollo de estrategias personales eficaces de resolución de problemas también contribuye a valorar las propias capacidades y a sacar partido de su iniciativa personal.

Las matemáticas contribuyen a la aplicación de métodos personales de resolución de problemas que pueden ser de utilidad en otras circunstancias de la vida cotidiana.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de la unidad que contribuyen a conseguir este objetivo:

– En las actividades *Estrategia e ingenio* de la página 72 el alumnado debe diseñar una estrategia de resolución personal que le permita abordar dos problemas que no se resuelven con los métodos estándar estudiados.

– La iniciativa personal se trabaja en aquellas actividades, como la 17 de la página 60, en las que el alumnado debe utilizar sus conocimientos para encontrar la respuesta que cumpla las condiciones requeridas.

Libro Digital

- *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 51

1. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 2^5

d) $(2+3)^4$

2. Las soluciones a este ejercicio son:

Potencia	Base	Exponente	Se lee
3^5	3	5	3 a la quinta
9^4	9	4	9 a la cuarta
6^3	6	3	6 al cubo

3. El signo del producto de un número de factores par es positivo; en cambio, el signo del producto de un número de factores impar es negativo.

4. El resultado de los siguientes apartados es:

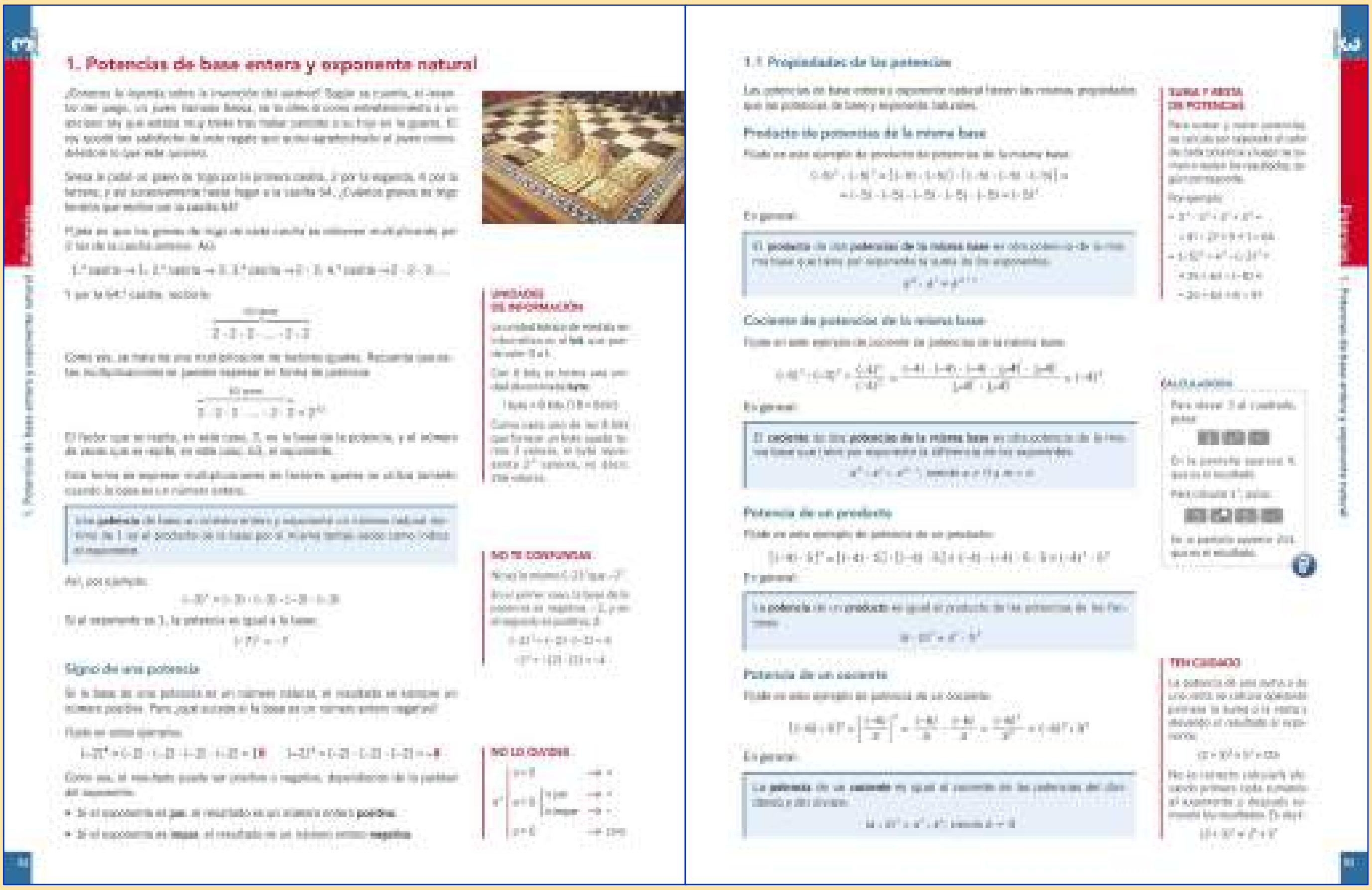
a) $2+5\cdot4+7-3\cdot12=2+20+7-36=-7$

b) $11+2\cdot(7+9)-23=11+2\cdot16-23=20$

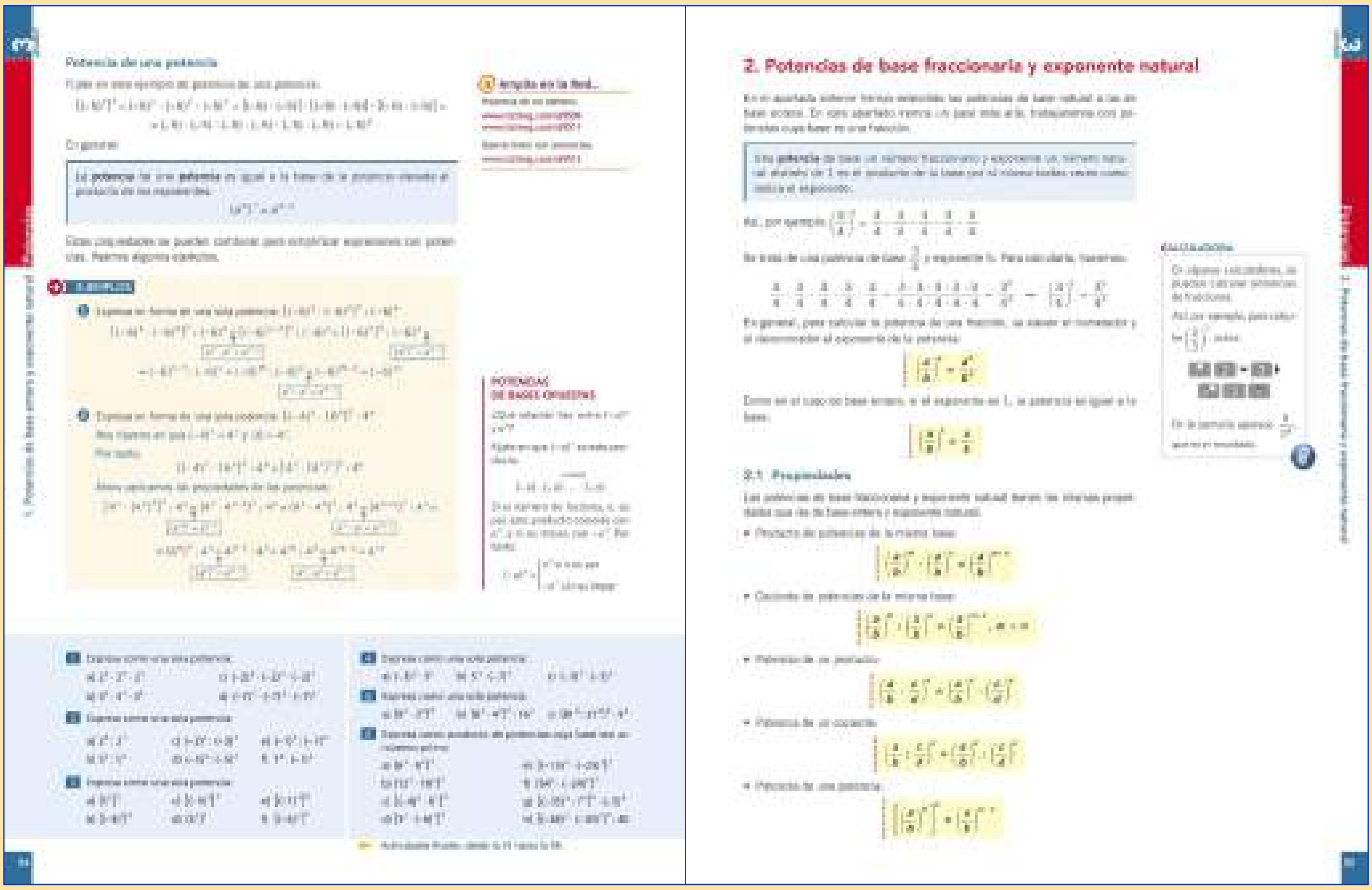
c) $(3+2\cdot5)\cdot20-7\cdot[(2+5)\cdot4-7]=$

$=13\cdot20-7\cdot(7\cdot4-7)=260-7\cdot21=113$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)


1. Potencias de base entera y exponente natural

1.1. Propiedades de las potencias


2. Potencias de base fraccionaria y exponente natural

■ El objetivo de esta sección es repasar qué representa una potencia y aprender a operar con potencias de base entera y exponente natural.

Empezaremos leyendo la introducción y la definición de potencia en el recuadro coloreado. Podemos formular las siguientes preguntas para valorar el grado de comprensión del alumnado:

– *¿Qué significado tiene la base de una potencia? ¿Y el exponente?*
– *Resuelve estas potencias:* $(-5)^3$ *y* $(-5)^4$.
– *¿Cómo leerías las potencias anteriores?*

Observaremos con los alumnos el apunte del margen *Unidades de información*, enfatizando la aplicación de las potencias a otras disciplinas.

– *¿Qué representa el 2 de la base?*

■ A continuación leeremos el subapartado *Signo de una potencia,* observando los ejemplos. Daremos especial importancia a la nota del margen *No te confundas* y plantearemos las siguientes cuestiones al alumnado:

– *¿Por qué en el primer caso el resultado es positivo?*
– *¿Por qué en el segundo es negativo?*

Para recordar fácilmente las reglas de los signos podemos revisar el esquema *No lo olvides* en el lateral.

El alumnado puede ahora poner en práctica y ampliar estas ideas accediendo a los *Tiching 69509 y 69511.*

Es interesante que también aprendan a manejar la calculadora a la hora de operar con potencias. Para ello se puede seguir la guía *Calculadora* del margen.

1.1 Propiedades de las potencias

■ Aprenderemos cómo resolver las distintas operaciones con potencias, apoyándonos en los diferentes ejemplos.

Un error muy común consiste en aplicar la regla del producto de potencias a expresiones con sumas y restas de potencias de la misma base. Lo veremos preguntando:

– *¿Cuál es el valor de* $(3 + 6)^2$*?*
– *¿Se cumple que* $(a + b)^n = a^n + b^n$*?*
– *¿Por qué se pueden simplificar los (–4) en el caso del cociente de potencias de la misma base?*

Los alumnos pueden responder ahora a la actividad Piensa y contesta que pone a prueba su capacidad para operar con potencias. Pueden trabajar la actividad en grupos para poner estrategias en común y comparar resultados.

Por último pediremos al alumnado que accedan al recurso *69512* de *@Amplía en la Red*, donde asentarán los procedimientos de cálculo con potencias.

(Continúa en la página 3-32 de la guía)

COMPETENCIAS CLAVE

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1 a 3.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre las propiedades de las potencias.

■ *Acts. 4 y 5.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.

■ *Act. 6*. Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 1 a 3.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre las potencias.

■ *Acts. 4 a 6.* Afrontar las actividades siendo creativo, flexible y perseverante.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *@Amplía en la Red...* Revisar el concepto de potencia de un número, así como realizar operaciones con potencias utilizando recursos de Internet.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para familiarizarse con las potencias y la manera de simplificar un producto de potencias con la misma base.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 54

1. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2^{3+6+5} = 2^{14}$

b) $3^{5+7+4} = 3^{16}$

c) $(-2)^{3+3+1} = (-2)^7$

d) $(-7)^{7+3+5} = (-7)^{15}$

2. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2^{9-7} = 2^2$

b) $5^{7-4} = 5^3$

c) $(-3)^{4-3} = (-3)^1 = -3$

d) $(-5)^{4-2} = (-5)^2 = 5^2$

e) $(-7)^{5-3} = (-7)^2 = 7^2$

f) $7^4 : (-7)^2 = 7^4 : (-1)^2 \cdot 7^2 = 7^4 : 7^2 = 7^2$

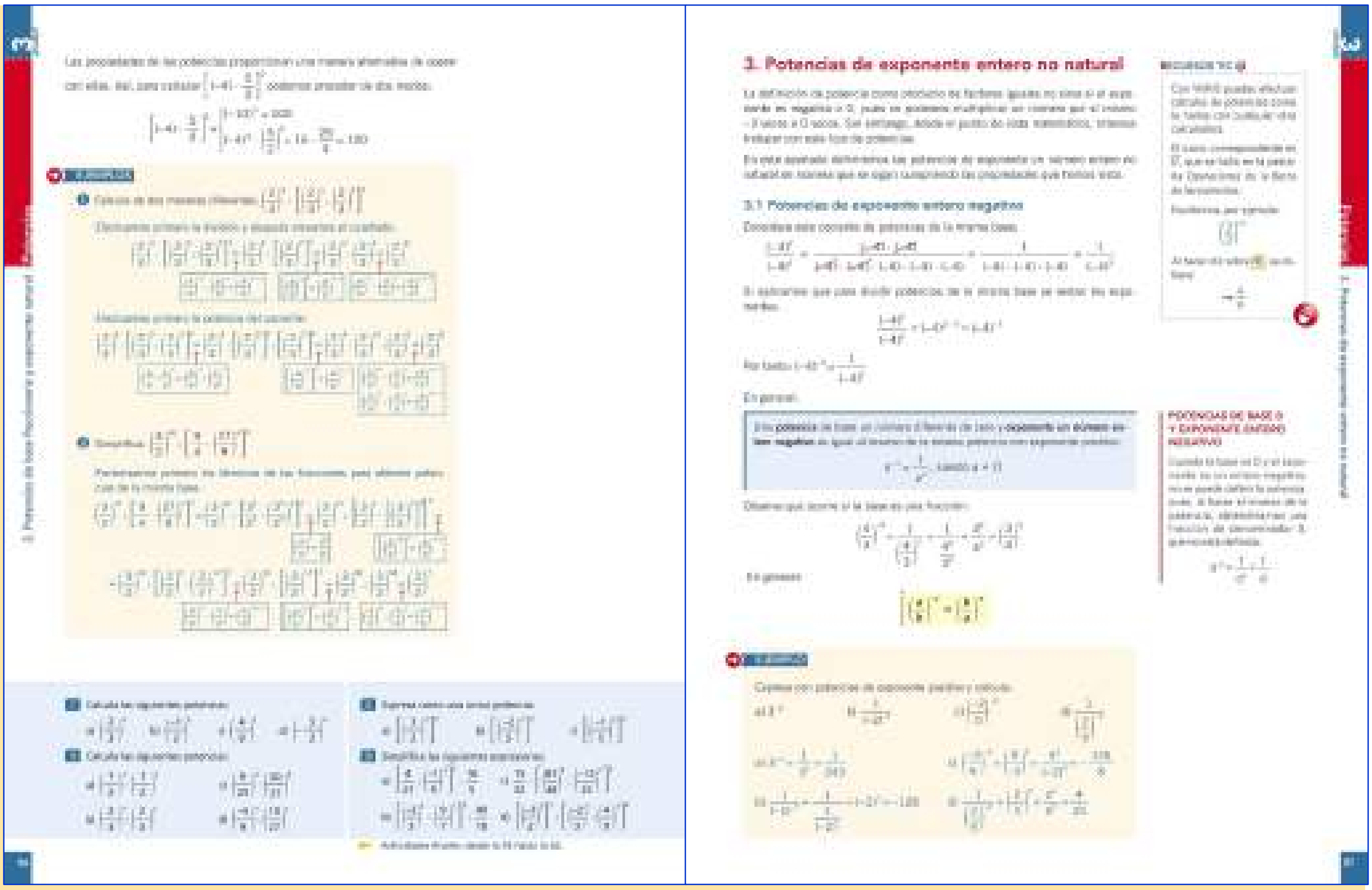
3. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $3^{7\cdot 5} = 3^{35}$

b) $(-4)^{5\cdot 4} = (-4)^{20} = 4^{20}$

c) $(-5)^{3\cdot 7} = (-5)^{21}$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)



2. POTENCIAS… (CONT.) / 3. POTENCIAS DE…

■ Terminamos la exposición de las propiedades con la nota *Ten en cuenta* sobre la suma y resta.

A continuación llevaremos a la práctica las propiedades enunciadas anteriormente.

Leeremos el primer párrafo, que nos descubrirá mediante un ejemplo dos maneras de enfocar las operaciones con potencias.

- *¿Qué operación se ha realizado en primer lugar en cada enfoque?*
- *¿Se podrían aplicar ambos métodos si el interior del corchete fuera una suma en lugar de un producto?*

■ Analizaremos ahora los dos ejemplos siguientes, que desarrollan paso a paso cómo operar y simplificar potencias de fracciones.

- *En el ejemplo 1, ¿podemos empezar operando el producto? ¿Por qué?*
- *En el ejemplo 2, ¿qué paso podíamos haber operado de manera diferente?*

El docente destacará la importancia de buscar siempre potencias de la misma base para poder simplificar.

■ Por último, los alumnos se enfrentarán al cálculo con potencias mediante la realización de las actividades 8 a 10 del libro.

3.1 Potencias de exponente negativo

■ El objetivo del apartado 3 es justificar la necesidad de las pontencias de exponente negativo y presentar los métodos para operar con ellas.

■ Para empezar, observaremos el ejemplo del cociente de potencias de la misma base y comprobaremos que se cumple lo enunciado en el recuadro coloreado.

- *¿A qué equivale una potencia de exponente negativo?*
- *¿Qué ocurre si la base de una potencia es cero?*

Para responder a la última cuestión recurriremos a la nota incluída al margen, *Potencias de base 0…*, donde aclararemos este caso particular.

A continuación observaremos con otro ejemplo que en el caso de potencias de fracciones se opera de manera similar.

Terminaremos la exposición de este subapartado con la realización de varios ejemplos, a fin de valorar el nivel de comprensión por parte de los alumnos.

- *¿Por qué en el apartado b el resultado es negativo?*
- *¿Por qué no restamos los exponentes en el c)?*

Para finalizar, los alumnos leerán cómo trabajar con la calculadora online WIRIS, indicado en el margen.

COMPETENCIAS CLAVE

COMPETENCIA DIGITAL

- *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS, con la que se pueden efectuar cálculos de potencias, usando el icono correspondiente.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 7.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo de potencias de base fraccionaria.
- *Act. 8.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo del producto de potencias de base fraccionaria con la misma base y diferente exponente.
- *Act. 9.* Aplicar el proceso aprendido para el cálculo de potencias de potencias de base fraccionaria.
- *Act. 10.* Aplicar el proceso aprendido para la simplificación de potencias de base fraccionaria.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 permitirá consolidar el cálculo con potencias de base fraccionaria.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar las operaciones con potencias, proponemos entrar el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/743343

Esta web es un recurso del tipo Descartes. En ella, los alumnos y alumnas podrán repasar con una breve explicación los principales conceptos y propiedades de las potencias. También podrán ir descubriendo de forma intuitiva las escenas y verán los resultados.

Seguidamente, en otra página podrán realizar unas actividades con las que comprobar por sí mismos el afianzamiento de estos contenidos.

Finalmente, pediremos que respondan a las siguientes preguntas:

- *¿Por qué un número elevado a 0 es igual a 1?*
- *¿Qué ocurre cuando queremos calcular 0 elevado a 0?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 56

7. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} = 0{,}1975$

b) $\frac{(-1)^5}{2^5} = \frac{(-1)}{32} = -0{,}0312$

c) $\frac{4^2}{9^2} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81} = 0{,}1975$

d) $\left(-\frac{3^4}{2^4}\right) = \frac{81}{16} = 5{,}0625$

8. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32} = 0{,}03125$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} = 0{,}29629$

c) $\left(\frac{6\cdot 50}{25\cdot 27}\right)^4 = \left(\frac{2\cdot 3\cdot 5^2\cdot 2}{5^2\cdot 3^3}\right)^4 = \left(\frac{2^2}{3^2}\right)^4 =$

$= \frac{2^8}{3^8} = \frac{256}{6561} = 0{,}03901$

d) $\left(\frac{(-5)\cdot 27}{9\cdot 10}\right)^3 = \left(\frac{(-5)\cdot 3^3}{3^2\cdot 2\cdot 5}\right)^3 = \frac{(-5)^3\cdot 3^9}{5^3\cdot 2^3\cdot 3^6}$

$= \frac{(-1)\cdot(3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8} = -3{,}375$

9. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$

b) $\left(\frac{-2}{5}\right)^9$

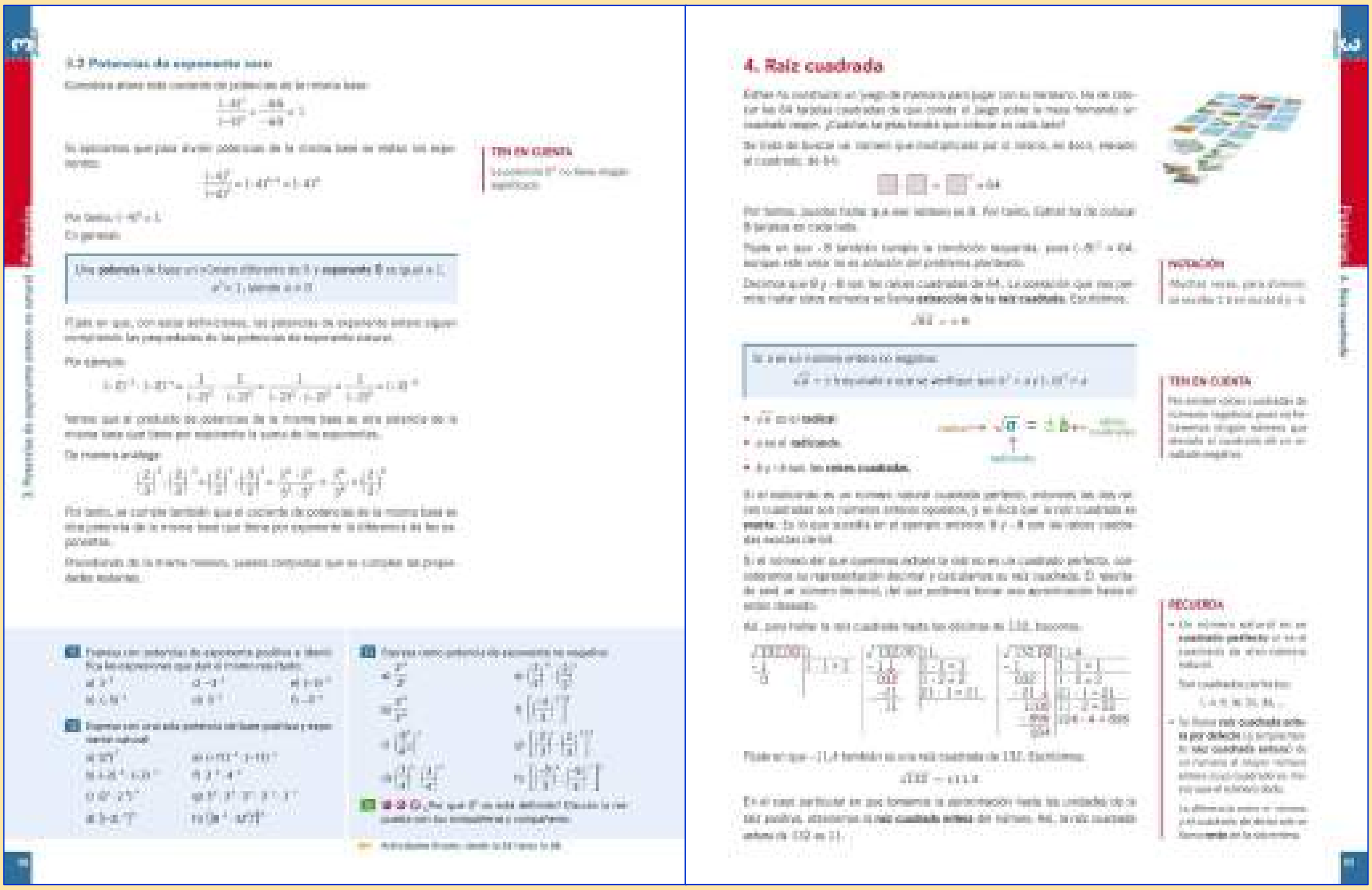
c) $\left(\frac{-1}{5}\right)^6 = \left(\frac{1}{5}\right)^6$

10. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\frac{2^2}{3^3} : \frac{(-1)}{3^6}\right)^2 : \frac{2^4}{5} = [(-1)\cdot 2^2\cdot 3^{6-3}]^2 : \frac{2^4}{5} =$

$= 2^4\cdot 3^6 : \frac{2^4}{5} = 3^6\cdot 5$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)



3. POTENCIAS... (CONT.) / 4. RAÍZ CUADRADA

3.2. Potencias de exponente cero

■ Leeremos el recuadro coloreado y comprobaremos fácilmente con los ejemplos que se cumple lo enunciado. Proponemos lanzar las preguntas:

– *¿Qué resulta al elevar un número negativo a cero?*
– *¿Se cumple esa regla para cualquier número?*

A continuación, leeremos los párrafos restantes del subapartado, observando los ejemplos aclaratorios.

Los alumnos pueden practicar su destreza operando con potencias a traves de las actividades 11 a 13.

Después leeremos *Ten en cuenta*, debatiremos entre todos su significado y resolveremos la actividad 14.

4. Raíz cuadrada

■ El objetivo básico de la siguiente sección consiste en introducir el concepto de raíz cuadrada, sus elementos y el procedimiento de cálculo.

Para empezar, los alumnos leerán la introducción donde entenderán la relación entre la radicación y la potenciación. Para comprobar lo aprendido, podemos preguntar:

– *¿Cuántas soluciones tiene una raíz cuadrada?*

A continuación leerán la definición, los elementos y la *Notación* al margen. Preguntaremos:

– *¿Cuál es el radicando en la expresión* $\sqrt{8}$ *?*
– *¿Qué es el radical?*

■ Veremos ahora en el apunte referido como *Ten en cuenta* y plantearemos estas cuestiones a los alumnos:

– *¿Puede ser negativo el resultado de una raíz cuadrada? Pon un ejemplo.*
– *¿Cuál es el resultado de la raíz cuadrada de un número negativo?*

Leeremos a continuación el párrafo siguiente y el epígrafe *Recuerda* de su derecha:

– *¿Qué caracteriza a las raíces cuadradas exactas?*
– *Pon otro ejemplo de cuadrado perfecto.*

El siguiente párrafo aprenderemos a calcular la raíz cuadrada. Seguiremos el ejemplo paso a paso y formularemos estas preguntas a los alumnos:

– *¿Cómo deben separarse las cifras del radicando?*
– *¿Por qué restamos –21?*

■ Por último, leeremos el texto y la nota *Recuerda*, diferenciando los conceptos de raíz entera y resto:

– *¿Cuál es la raíz entera de 20? ¿Y el resto?*

Para afianzar estos conceptos, es muy recomendable acceder a los recursos *Tiching 69513* y *69514* de la página 60.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 14.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios y de generar ideas e hipótesis a partir de la información dada.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 11 a 13.* Reconocer y asimilar los conceptos y las propiedades de las operaciones con potencias y ser capaz de simplificarla y expresarlas con exponente natural.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 11 a 13.* Identificar, en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Act. 14*. Ser capaz de defender las respuestas, mostrando criterio propio ante el grupo.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos entrar en este enlace, para reforzar los automatismos del cálculo de potencias con exponente cero y raíces cuadradas:

http://www.tiching.com/743344

En este recurso accedemos a un portal con actividades resueltas que también pueden ser descargadas en formato PDF.

Se trata de actividades interactivas en las cuales los alumnos podrán pulsar sobre ellas y obtener las soluciones. También se ven cada uno de los mecanismos utilizados para realizar estas operaciones matemáticas.

Este material autoevaluable es interesante porque permite el trabajo autónomo por parte del alumnado, además de ser un buen método de asimilación de nuevos conceptos.

Finalmente, podemos proponer estas preguntas:

- *¿Podrías explicar por qué no existen raíces cuadradas de número negativo?*
- *¿A qué llamamos raíz cuadrada entera por defecto?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 58

11. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{1}{3^2}$

b) $\frac{1}{(-3)^2}=\frac{1}{3^2}$

c) $\frac{1}{-3^2}$

d) $\frac{1}{3^3}$

e) $\frac{1}{(-3)^3}=\frac{1}{-3^3}$

f) $\frac{1}{-3^3}$

Las expresiones iguales son la a y la b, y la e y la f respectivamente.

12. Las solución a este ejercicio son:

a) $\frac{1}{2^6}$

b) $\frac{1}{(-2)^4\cdot(-2)^3}=\frac{1}{(-2)^7}=\frac{-1}{2^7}$

c) $\left(\frac{2^3}{2^4}\right)^{-2}=\left(\frac{2^4}{2^3}\right)^{2}=2^2$

d) $\left(\frac{1}{(-2)^3}\right)^{4}=\frac{1}{2^{12}}$

e) $\frac{1}{(-11)^2\cdot(-11)^7}=\frac{1}{(-11)^9}=\frac{-1}{11^9}$

f) $\frac{1}{2^4\cdot 2^4}=\frac{1}{2^8}$

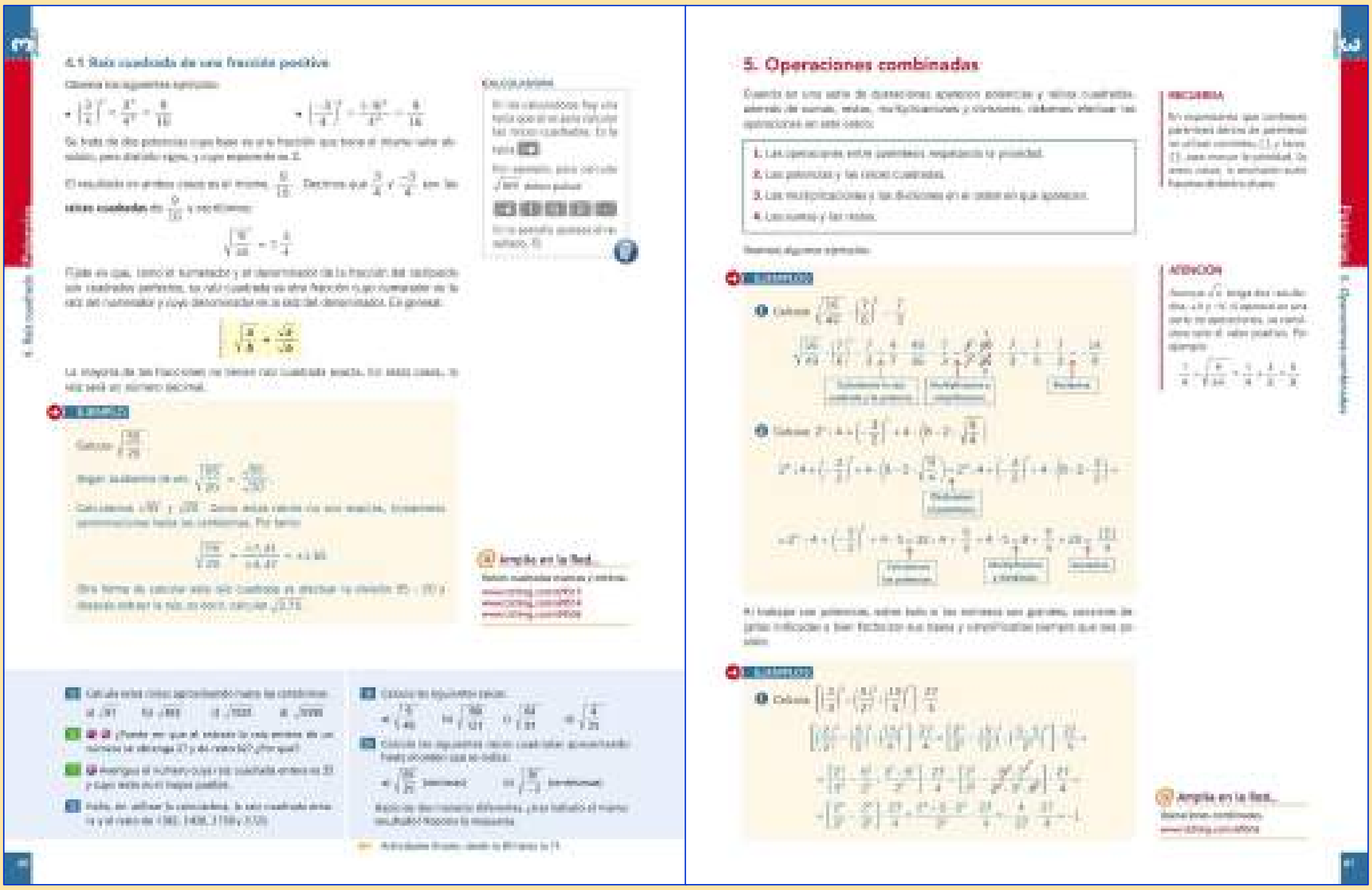
g) $\frac{3^4}{3^2\cdot 3^7}=\frac{3^4}{3^9}=\frac{1}{3^5}$

h) $\left(\frac{2^{10}}{2^{10}\cdot 3^5}\right)^{-20}=(3^5)^{20}=3^{100}$

13. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{1}{2^3\cdot 2^3}=\frac{1}{2^6}$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)


4.1 Raíz cuadrada de una fracción positiva

5. Operaciones combinadas

4. RAÍZ… (CONT.) / 5. OPERACIONES…

4.1 Raíz cuadrada de una fracción positiva

■ Empezaremos leyendo el subapartado y analizando las transformaciones realizadas en las expresiones con fracciones:

– *¿Qué regla hemos aplicado en los dos primeros cálculos?*

– *¿Por qué utilizamos el signo ± al expresar el resultado de la raíz cuadrada?*

– *¿Cómo resolvemos la raíz de una fracción si el numerador y el denominador son cuadrados perfectos?*

A continuación trabajaremos el ejemplo, para comprobar cómo procedemos cuando las raíces del numerador y del denominador no son exactas.

– *¿De qué dos maneras podemos resolver estas raíces?*

■ Los alumnos practicarán los métodos estudiados consultando el recurso *69536* indicado en *@Amplía en la Red.*

Después contestarán a las actividades 15 a 20 del libro, que servirán de repaso tanto de las raíces cuadradas de enteros no negativos como de fracciones.

Por último, leeremos la pista señalada en el margen para trabajar las raíces con la *Calculadora*.

5 Operaciones combinadas

■ El objetivo de la siguiente sección consiste en aprender a operar expresiones algebraicas que contienen distintas operaciones, incorporando raíces y potencias.

En primer lugar, leeremos las reglas de prioridad de las operaciones y la nota *Recuerda* Asentaremos estas reglas planteando al alumnado las siguientes cuestiones:

– *¿Qué se opera antes, una resta o una potencia?*

– *¿Qué tiene prioridad, una suma o un producto?*

– *¿Qué operamos antes, una potencia o una ráiz?*

A continuación, analizaremos los dos ejemplos propuestos, comprobando el orden en que ejecutamos las operaciones pregutando:

– *¿Qué operaciones se realizan en último lugar?*

Nos fijaremos en el apunte *Atención* del margen, que nos indica cómo actuar con el doble resultado de una raíz.

Continuaremos leyendo el texto y el último ejemplo,. Lanzaremos esta pregunta al alumnado:

– *¿En qué se diferenciaría si no hubiéramos simplificado?*

Los alumnos pueden poner en práctica estos métodos accediendo al recurso *Tiching* indicado.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 16 y 20.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios así como trabajar la búsqueda, recopilación y procesamiento de información.

APRENDER A APRENDER

■ *Act.16.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones en base a lo aprendido.

■ *Acts. 15, 18 y 19.* Aplicar el proceso aprendido para operar con raíces, de forma repetitiva para mejorar la eficacia en su resolución.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 17.* Reflexionar antes de resolver las actividades y tomar decisiones de forma razonada, aplicando las estrategias aprendidas de manera sistemática.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 4 servirá para revisar las raíces cuadradas y las operaciones sencillas que las contienen.

✓ La actividad de ampliación 2 resultará útil para comprobar si el alumnado es capaz de realizar operaciones combinadas con raíces cuadradas y potencias de manera eficaz.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para trabajar en clase el orden en las operaciones combinadas con potencias, raíces, y paréntesis, podemos acceder al siguiente enlace:

http://www.tiching.com/743345

Se trata de un vídeo de poco más de dieciocho minutos en el que los alumnos y alumnas podrán visualizar la mecánica de resoluciones complejas.

Es importante que tengan en cuenta y automaticen la jerarquía de las operaciones.

Como docentes, les pediremos que resuelvan también la actividad propuesta. Podremos detener el vídeo y preguntarles cuál sería el paso siguiente, y seguidamente, comprobarlo en la pantalla.

A continuación, les preguntaremos a nuestro alumnado:

- *¿Qué se utiliza en las expresiones que contienen paréntesis dentro de paréntesis?*
- *¿Qué utilidad tienen?*
- *En estos casos, ¿cómo se realiza la resolución?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 60

15. Las soluciones a este ejercicio son:

a)

$\sqrt{91,0000}$	9,53
-81	9 · 9 = 81
1000	9 · 2 = 18
-925	185 · 5 = 925
7500	95 · 2 = 190
-5709	1903 · 3 = 5709
1791	

b)

$\sqrt{453,0000}$	21,28
-4	2 · 2 = 4
053	2 · 2 = 4
-41	41 · 1 = 41
1200	21 · 2 = 42
-844	422 · 2 = 844
35600	212 · 2 = 424
-33984	4248 · 8 = 33984
1616	

c)

$\sqrt{1025,00}$	32,01
-9	3 · 3 = 9
125	3 · 2 = 6
- 124	62 · 2 = 124
1000	32 · 2 = 64
-641	641 · 1 = 641
359	

d)

$\sqrt{5590,0000}$	74,76
-49	7 · 7 = 49
690	7 · 2 = 14
-576	144 · 4 = 576
11400	74 · 2 = 148
-10409	1487 · 7 = 10409
99100	747 · 2 = 1494
-89676	14946 · 6 = 89676
9424	

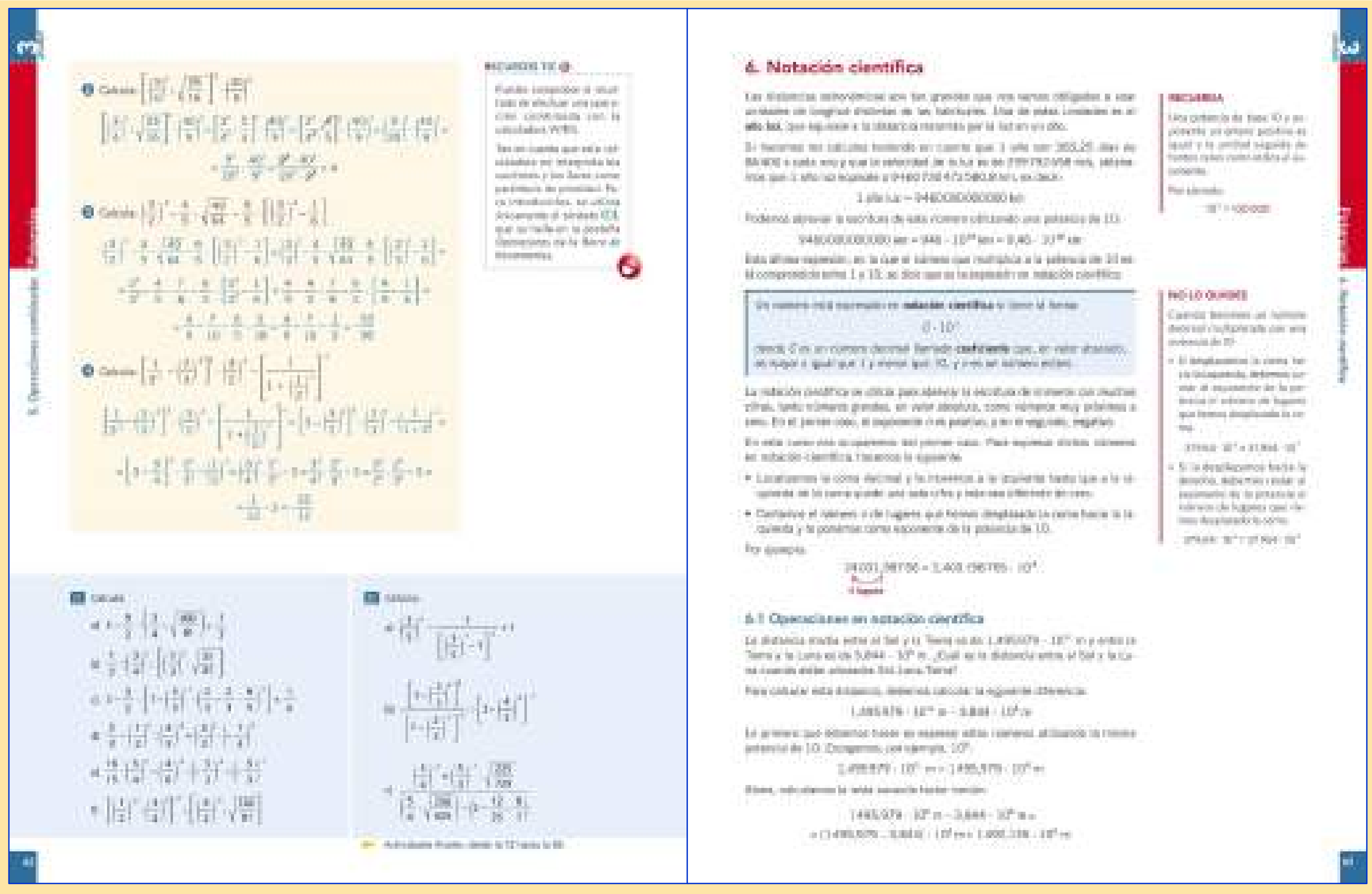
16. El resto de la raíz debe cumplir que la siguiente condición:

resto < (2 · raíx entera) + 1

En nuestro caso, no se cumple esta condición, ya que:

$62 > 27{\cdot}2 + 1 = 55$

(Continúa en la página 3-30 de la guía)



5. OPERACIONES... (CONT.) / 6. NOTACIÓN...

■ Continuamos resolviendo tres ejemplos más sobre operaciones combinadas. Analizaremos el modo de proceder en cada caso y plantearemos estas cuestiones al alumnado para comprobar el grado de comprensión:

– *¿Cómo hemos operado en el último paso del ejemplo 2?*
– *En el ejemplo 3, ¿podríamos haber resuelto en primer lugar el corchete?*
– *¿Cómo operábamos las potencias de fracciones de exponente negativo?*

Después, los alumnos resolverán las actividades propuestas, poniendo en común los resultados y procedimientos empleados.

Para terminar esta sección, propondremos al alumnado practicar las operaciones combinadas con la calculadora WIRIS.

6. Notación científica

■ En la siguiente sección estudiaremos cómo expresar cantidades muy grandes mediante la notación científica.

En primer lugar, leeremos la introducción para apreciar la necesidad de utilizar la notación científica y en qué situaciones. Proponemos preguntar:

– *¿Qué potencias se utilizan en la notación científica?*
– *¿Está expresado correctamente en notación científica el número* $15{,}3 \cdot 10^{7}$ *?*

Leeremos ahora la nota *Recuerda* del margen.

A continuación, leeremos la definición del recuadro y los párrafos siguientes para comprender cómo se expresa un número en notación científica. Para ello preguntaremos:

– *¿Representa una cantidad muy grande o muy pequeña el número* $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ *?*
– *¿Cómo expresarías el número* 75 598 302,6 *en notación científica?*

6.1. Operaciones en notación científica

■ El objetivo de este apartado es presentar las normas básicas para operar con números expresados en notación científica.

Comenzaremos leyendo la nota *No lo olvides*, donde aprenderemos la primera regla para trabajar con potencias de 10.

A continuación, analizaremos entre todos el ejemplo presentado y plantearemos estas preguntas al alumnado:

– *¿Son las distancias de la Tierra al Sol y de la Tierra a la Luna parecidas? Razona tu respuesta.*
– *¿Qué haremos en primer lugar al operar con potencias de 10?*

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 21 y 22.* Comprender e interpretar los enunciados de las actividades en los que se incluyen términos específicos sobre potencias y raíces.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS, con la que se pueden comprobar los resultados de las operaciones combinadas.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 21 y 22.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades referentes a raíces y potencias a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 2 resultará útil para evaluar si el alumnado ha entendido correctamente y sabe aplicar la notación científica en la expresión de números.

✓ La actividad de ampliación 1 consolidará el método de resolución de operaciones combinadas con raíces cuadradas y potencias.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos ampliar el conocimiento y conocer un poco más la utilidad de la notación científica entrando en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/743346

Con este enlace sobre la escala del universo, a nuestros alumnos les será fácil comparar objetos y lugares a diferentes escalas. Pueden acercarse o alejarse utilizando el zoom, comprobando las distan-cias reales

Además, al hacer clic sobre cada uno de ellos obtendrán más información, entre ella sus medidas reales tanto el las unidades más habituales como en las del SI expresadas en notación científica.

Dejaremos a los alumnos que investiguen un rato por su cuenta, y, a continuación, les preguntaremos:

- *¿Cuáles son las medidas del Sol, Alpha Centauri y Sedna en notación científica?*
- *¿Cuánto tarda Sedna en completar una órbita?*
- *¿A qué distancia está la Tierra del Sol?*
- *¿Puedes explicar la utilidad de la notación científica?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 62

21. Las resoluciones son:

a) $$3-\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{20}{9}\right)+\frac{1}{3}=3-\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{-53}{36}\right)+\frac{1}{3}=3+\frac{53}{8}+\frac{1}{3}=\frac{72+159+8}{24}=\frac{239}{24}=9{,}958$$

b) $$\frac{1}{2}:\frac{3^2}{2^4}:\left[\frac{2^2}{3^2}\cdot\frac{5}{9}\right]=\frac{2^3}{3^2}:\left[\frac{2^2}{3^2}\cdot\frac{5}{3^2}\right]=\frac{2^3}{3^2}:\frac{2^2\cdot 5}{3^4}=\frac{2^3\cdot 3^4}{3^2\cdot 2^2\cdot 5}=\frac{2\cdot 3^2}{5}=\frac{18}{5}=3{,}6$$

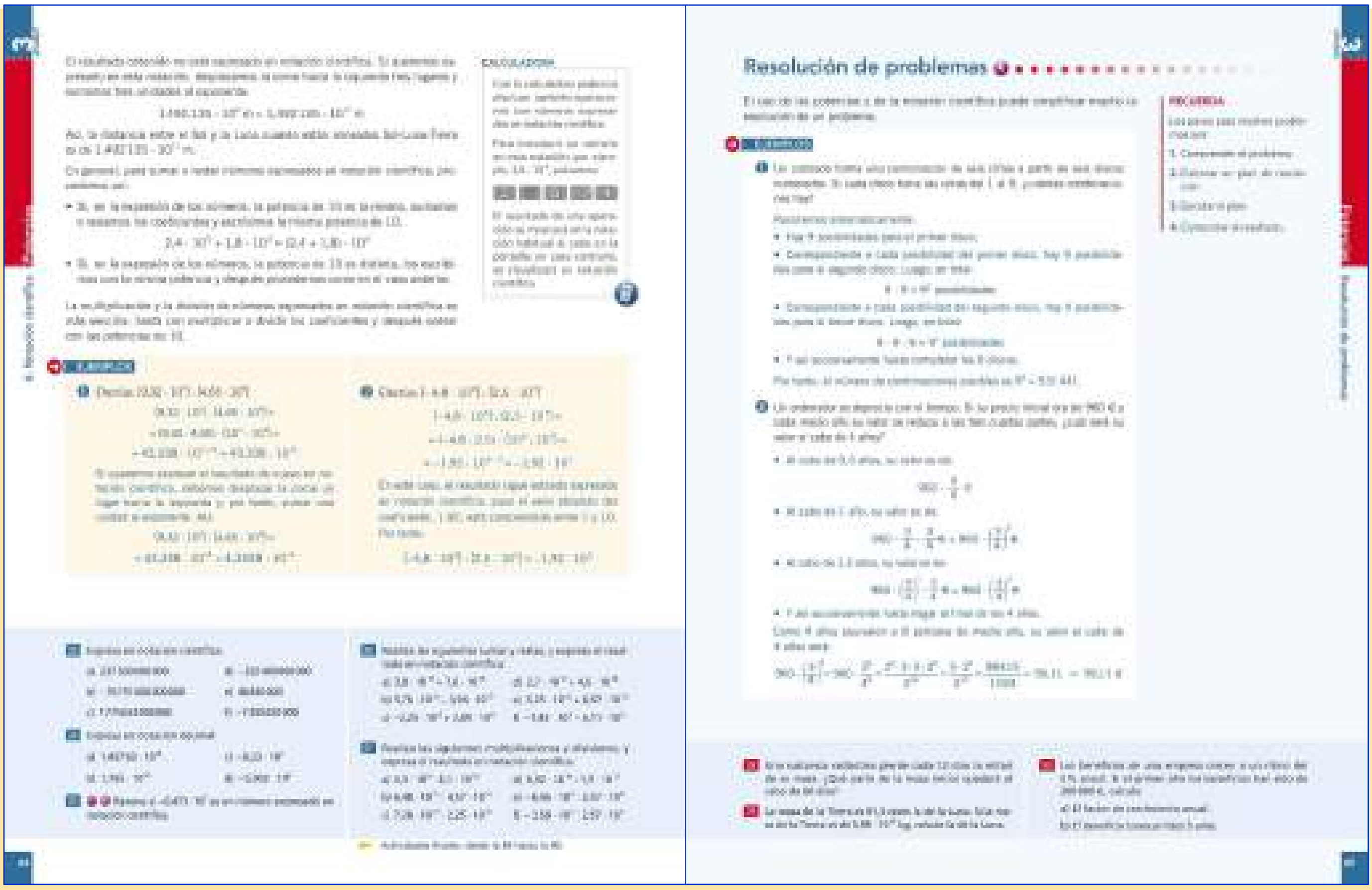
c) $$2-\frac{3}{2}\cdot\left[1-\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{-2}{15}\right)^{-1}\right]+\frac{1}{4}=2-\frac{3}{2}\cdot\left[1+\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{2}\right]+\frac{1}{4}=2-\frac{3}{2}\cdot(2+3)+\frac{1}{4}=2-\frac{3}{10}+\frac{1}{4}=\frac{40-6+5}{20}=1{,}95$$

d) $$\frac{2}{3}-\frac{1}{2^2}:\frac{3^2}{2^4}+\frac{3^2}{2^2}\cdot\frac{-2^2}{1}=\frac{2}{3}-\frac{2^2}{3^2}-\frac{3^2}{1}=\frac{6-4-81}{3^2}=-\frac{79}{9}=-8{,}77$$

e) $$\frac{2^4}{3\cdot 5}\cdot\frac{5^2}{2^4}+\frac{2^2\cdot 3^2}{2^4}\cdot\frac{2^3}{5^3}+\frac{3}{5}=\frac{5}{3}+\frac{2\cdot 3^2}{5^3}+\frac{3}{5}=\frac{5\cdot 5^3+2\cdot 3^2\cdot 3+5\cdot 5^2\cdot 3}{5^3\cdot 3}=\frac{1054}{375}=2{,}81$$

f) $$\left[2^2:\frac{3^2}{2^4}\right]^{-2}:\left[\frac{2^5}{3^5}:\frac{12}{9}\right]=\left[\frac{2^6}{3^2}\right]^{-2}:\left[\frac{2^5}{3^5}:\frac{2^2\cdot 3}{3^2}\right]=\left[\frac{3^2}{2^6}\right]^{2}:\left[\frac{2^5\cdot 3^2}{3^5\cdot 3\cdot 2^2}\right]=\frac{3^4}{2^{12}}:\frac{2^3}{3^4}=\frac{3^8}{2^{15}}=\frac{6561}{32768}=0{,}20$$

(Continúa en la página 3-31 de la guía)


Resolución de problemas

6. NOTACIÓN... (CONT.) / RESOLUCIÓN...

■ Completamos el desarrollo del ejemplo preguntando a los alumnos:

- *¿Por qué no estaba el resultado expresado en notación científica?*
- *¿Por qué incrementamos la potencia de 10 al expresarla en notación científica?*

Como conclusión del ejercicio que acabamos de resolver, leeremos a continuación las normas básicas para operar con números en notación científica. Preguntaremos:

- *¿Cómo operamos los exponentes de las potencias de 10 al multiplicar dos números en notación científica?*
- *¿Cómo restamos dos números en notación científica si tienen la misma potencia de 10?*

Finalmente, observaremos la nota del margen, donde aprenderemos a introducir números en notación científica en la *Calculadora,* observaremos los dos ejemplos siguientes. Luego haremos las siguientes preguntas:

- *¿Es necesario expresar los números en la misma potencia de 10 antes de multiplicar dos números en notación científica?*
- *¿Y al dividirlos?*

Por último, pediremos al alumnado que resuelva en sus cuadernos las actividades de la página 64.

Resolución de problemas

■ La siguiente sección tiene como finalidad observar las ventajas del uso de las potencias y de la notación científica a la hora de resolver problemas.

En primer lugar leeremos la sección *Recuerda*, donde repasaremos las cuatro fases que se tienen que seguir a la hora de resolver los problemas.

Trataremos de identificar dichas fases de resolución en los dos ejemplos resueltos en el libro, y plantearemos estas cuestiones para comprobar el grado de comprensión:

- *Tras leer el primer enunciado ¿podrías decirme qué buscamos? Nombra una posible combinación.*
- *¿Del segundo enunciado deducimos que el precio buscado será mayor o menor que el inicial?*
- *En la ejecución del segundo ejemplo, ¿cómo hemos simplificado la cantidad de 960?*

Después de realizar los ejemplos anteriores conjuntamente, los alumnos no tendrán dificultad para resolver los problemas planteados en la página 65.

Finalmente haremos una puesta en común de los resultados de las actividades y solucionaremos entre todos las posibles dudas que hayan surgido en su resolución.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 25*. Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios y de generar ideas e hipótesis.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 23 a 25.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades adquiridas para resolver las actividades propuestas.

■ *Acts. 26 y 27*. Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.

■ *Acts. 28 a 30*. Saber transformar la información recopilada y construir sus propias estrategias para aplicarlas en la resolución de los problemas.

SENTIDO DE INICIATIVA I ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Resolución de problemas*. Observar el planteamiento y resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 servirá como práctica del operaciones en notación científica.

✓ La actividad de ampliación 3 consolidará el método de resolución de problemas paso a paso a partir de un problema con potencias y notación científica.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos ampliar la práctica de la notación científica entrando en este enlace:

http://www.tiching.com/743347

En esta la web se proponen siete problemas en los que se utiliza la notación científica.

Pediremos a nuestro alumnado que resuelvan los problemas en el cuaderno y, a continuación, verifiquen el resultado clicando en la solución.

Como se trata ejercicios autocorrectivos, el alumno tiene un conocimiento más personalizado de su proceso de aprendizaje, lo que favorece su compromiso y, asímismo facilita la autonomía.

Finalmente, lanzaremos las siguientes preguntas:

- *¿Cómo podemos sumar y restar números expresados en notación científica elevados a la misma potencia? ¿Sería válido si estuvieran expresados de otra manera?*
- *¿Crees que multiplicar o dividir con notaciones científicas puede resultar complejo?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 64

23. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2{,}3756\cdot 10^{11}$

b) $-7{,}6751\cdot 10^{13}$

c) $1{,}775653\cdot 10^{12}$

d) $-3{,}254\cdot 10^{11}$

e) $4{,}683\cdot 10^{7}$

f) $-7{,}34562\cdot 10^{9}$

24. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 14.579.300.000

b) 765.000.000.000

a) –92.300.000

b) –5.002.000

25. Este número no está expresado en notación científica, ya que en esta notación la parte entera no puede ser 0.

26. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(3{,}8+7{,}6)\cdot 10^{15}=11{,}4\cdot 10^{15}$

b) $(5{,}76-3{,}94)\cdot 10^{13}=1{,}32\cdot 10^{13}$

c) $(-2{,}25+2{,}09)\cdot 10^{8}=-0{,}16\cdot 10^{8}=-1{,}6\cdot 10^{7}$

d) $(2{,}7+4{,}6)\cdot 10^{14}=7{,}3\cdot 10^{14}$

e) $(3{,}25+8{,}57)\cdot 10^{12}=11{,}82\cdot 10^{12}=1{,}18\cdot 10^{13}$

f) $(-1{,}43-6{,}11)\cdot 10^{9}=-7{,}54\cdot 10^{9}$

27. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(5{,}3+610)\cdot 10^{8}=615{,}23\cdot 10^{8}=6{,}15\cdot 10^{10}$

b) $(6{,}48-457)\cdot 10^{11}=-450{,}52\cdot 10^{11}=-4{,}51\cdot 10^{13}$

c) $(72{,}8-2{,}25)\cdot 10^{12}=70{,}55\cdot 10^{12}=7{,}06\cdot 10^{13}$

d) $(692+1{,}3)\cdot 10^{12}=693{,}3\cdot 10^{12}=6{,}93\cdot 10^{14}$

e) $(-64{,}5+2{,}57)\cdot 10^{8}=-61{,}93\cdot 10^{8}=-6{,}19\cdot 10^{9}$

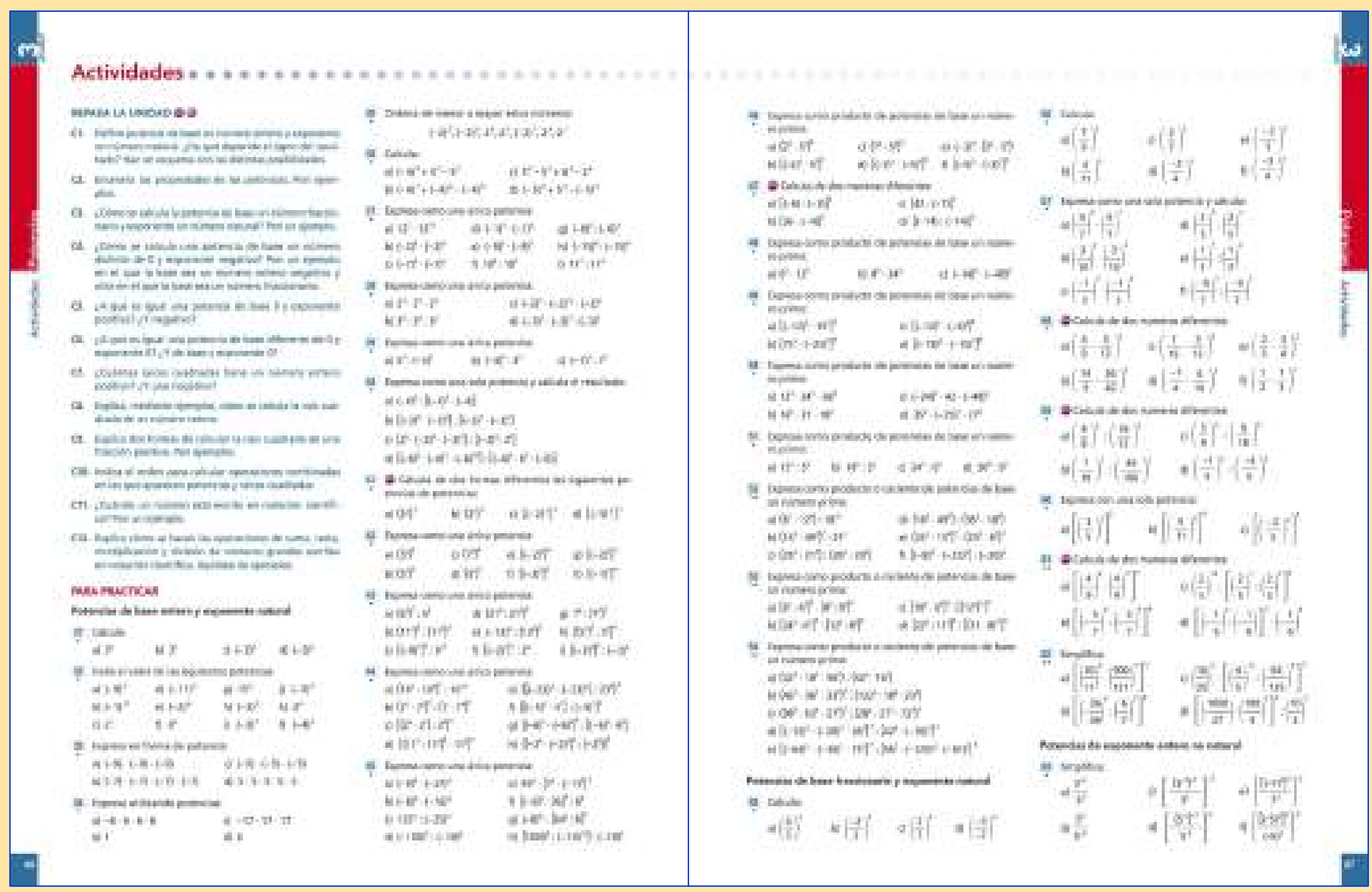
f) $(-358+2{,}57)\cdot 10^{5}=-355{,}43\cdot 10^{5}=-3{,}55\cdot 10^{7}$

Página 65

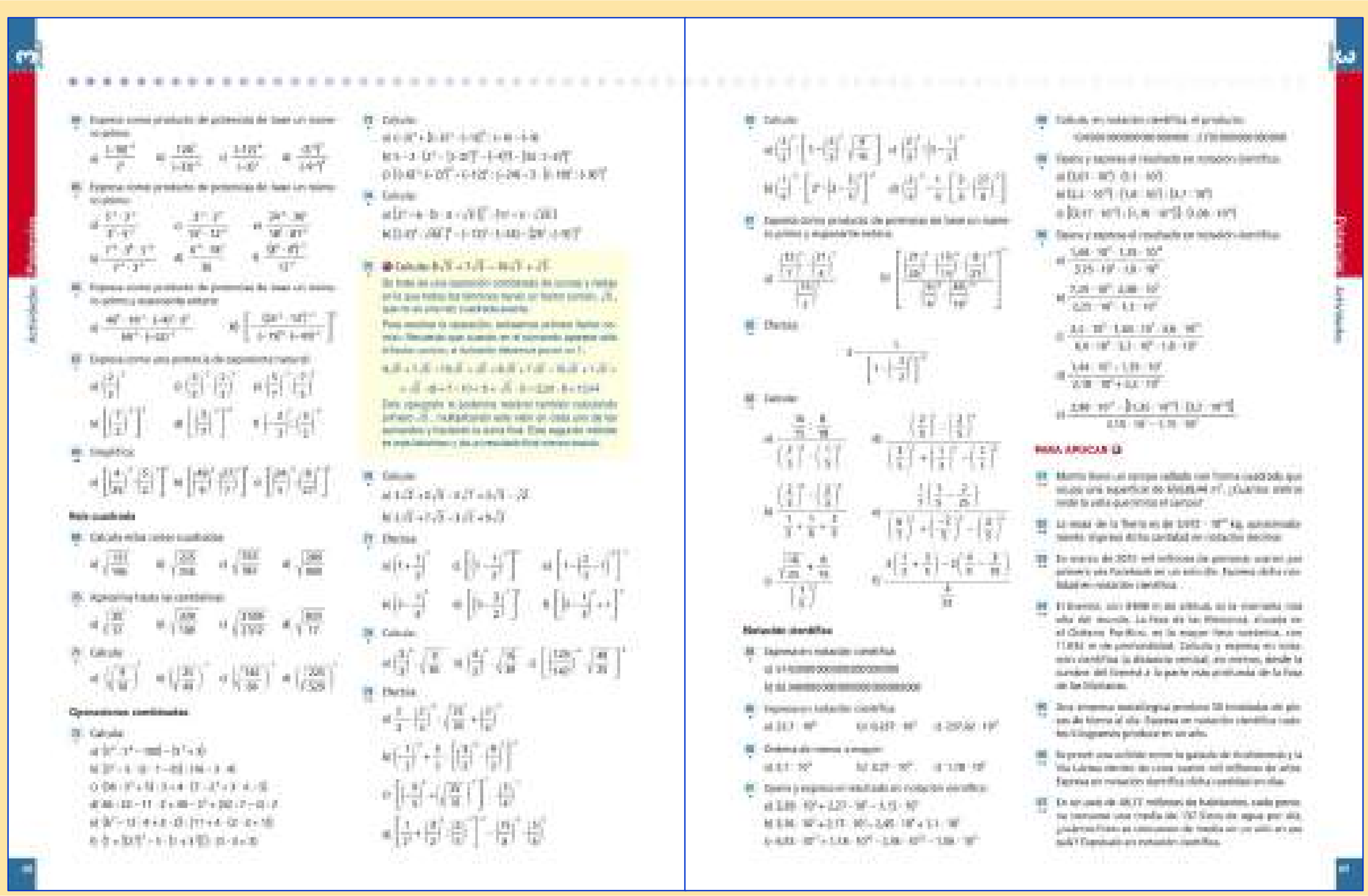
28. Se reducirá la masa cinco veces (60 / 12 = 5), por lo que la masa final pasados los 60 días será:

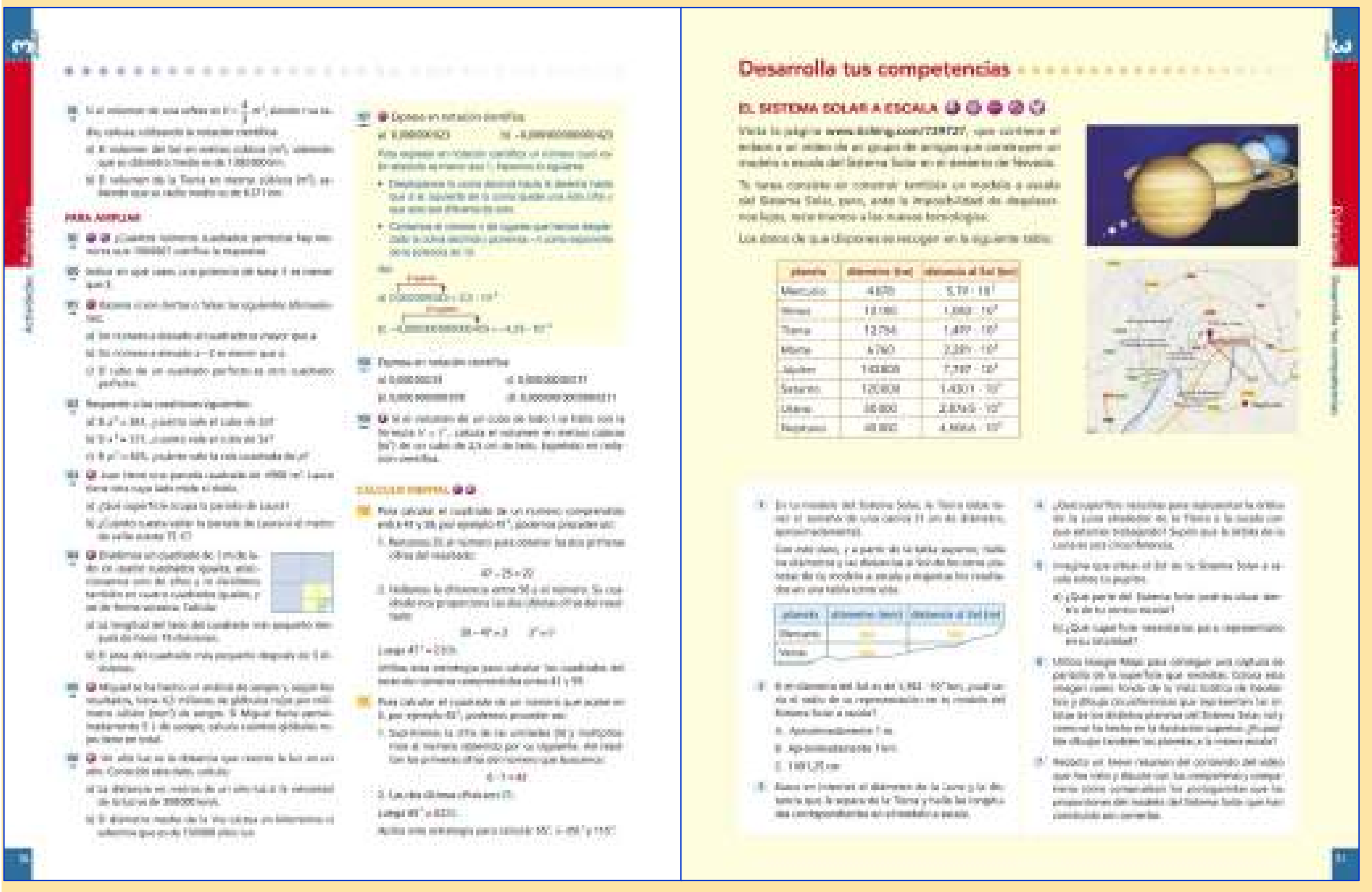
$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2^5}$ de la masa inicial.

(Continúa en la página 3-31 de la guía)



Actividades

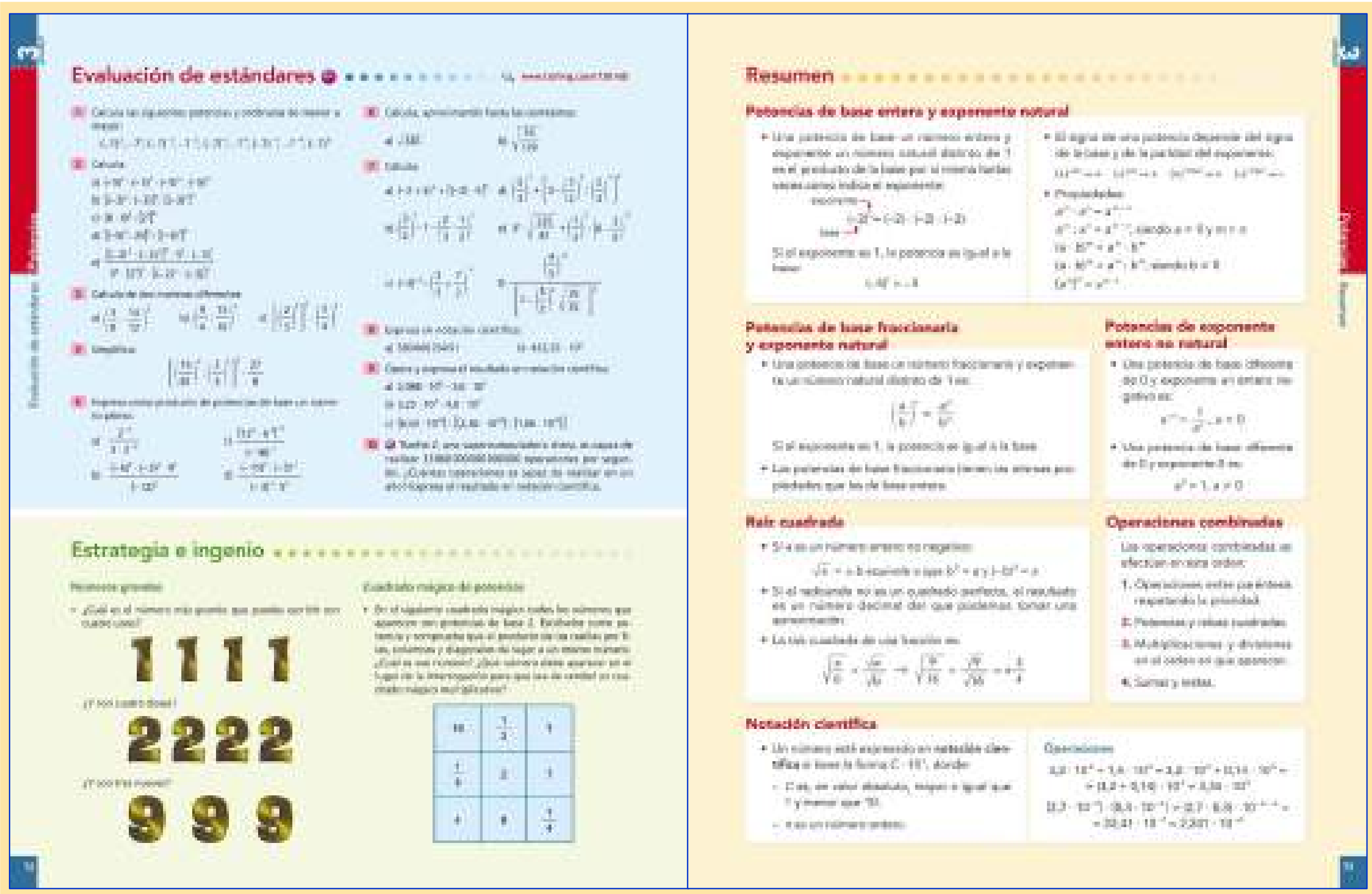



Desarrolla tus competencias

EL SISTEMA SOLAR A ESCALA

PARA AMPLIAR

CÁLCULO MENTAL


Evaluación de estándares

Estrategia e ingenio

1111

2222

999

Resumen

Potencias de base entera y exponente natural

Potencias de base fraccionaria y exponente natural

Potencias de exponente entero no natural

Raíz cuadrada

Operaciones combinadas

Notación científica

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad*. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.
- *Act. 99.* Expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada a la resolución de las actividades.
- *Desarrolla tus competencias.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados de la actividad, generando ideas, supuestos e interrogantes.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.
- *Acts. 41, 47, 58, 59, 61, 99 y 101.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 75 y 107.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.
- *Cálculo mental.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza en las propias capacidades.
- *Desarrolla tus competencias.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles.
- *Evaluación de estándares*. Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre potencias y raíces trabajados en el tema.
- *Acts. 103 a 106 y 109.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio.
- *Cálculo mental* y *Desarrolla tus competencias*. Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Desarrolla tus competencias*. Buscar, analizar, seleccionar y manejar información utilizando recursos de Internet.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Desarrolla tus competencias*. Manejar las habilidades sociales en la exposición y debate en grupo.

ACTIVIDADES FINALES

- En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios que irán creciendo en nivel de dificultad y que les ayudarán a afianzar todos los contenidos de la unidad.
- La finalidad de la sección *Desarrolla…* consiste en fomentar ciertas habilidades de los alumnos y aplicarlas a las matemáticas. Se plantea un caso práctico donde pondrán en juego su destreza con Internet, su capacidad de comprensión audiovisual y su percepción espacial.
- El apartado *Evaluación…* pretende que el alumnado repase de forma práctica los principales conceptos trabajados en esta unidad didáctica. Consta de una serie de ejercicios y problemas que trabajan todos los contenidos del tema. De esta manera, descubrirán los conocimientos que han asimilado correctamente y aquellos en los que muestran ciertas carencias y, por tanto, conviene que refuercen.
- La sección *Estrategia e ingenio* plantea diversas actividades en forma de pasatiempo o acertijo para estimular en los alumnos la búsqueda de nuevos métodos y la interrelación de los conceptos.
- Por último, la sección *Resumen* sintetiza los principales contenidos estudiados a lo largo de la unidad didáctica, estableciendo relación entre los conceptos teóricos y los procedimientos de cálculo implicados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 66

C1. La potencia de base un número entero y exponente un número natural, distinto de 1, es el producto del número por sí mismo tantas veces como indica el exponente.

Signo de una potencia:

- Base: núm. natural → núm. positivo.
- Base: núm. entero negativo:
  - Potencia par → núm. entero positivo.
  - Potencia impar → núm. entero negativo.

C2. Actividad personal. A modo de ejemplo: Las propiedades de las potencias son:

Producto de potencias de la misma base:

$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = [(-2) \cdot (-2)] \cdot [(-2) \cdot (-2)] \cdot [(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)] = (-2)^5$

Cociente de potencias de la misma base:

$(-2)^5 \cdot (-2)^4 = (-2)^5 / (-2)^4 = -2$

Potencia de un producto

$[(-2) \cdot 3]^2 = [(-2) \cdot 3] \cdot [(-2) \cdot 3] = (-2)^2 \cdot 3^2$

Potencia de un cociente:

$[(-2) : 3]^2 = [(-2) / 3] \cdot [(-2) / 3] = (-2)^2 : 3^2$

Potencia de una potencia:

$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

C3. Actividad personal. A modo de ejemplo: La potencia de base una fracción y exponente natural se calcula de la siguiente manera:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3\cdot 3}{4\cdot 4} = \frac{3^2}{4^2}$$

C4. Actividad personal. A modo de ejemplo: La potencia de base un número distino de 0 y exponente negativo siendo la base un número entero negativo:

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^{-3}}$$

Y si la base es una fracción:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{2^2}{3^2}} = \frac{3^2}{2^2}$$

C5. Una potencia de base 0 y exponente positivo siempre es cero. Y una potencia de base 0 y exponente negativo no existe:

C6. Una potencia de base diferente de cero y exponente cero siempre es igual a 1. Y una potencia de base cero y exponente cero no existe.

C7. Un número entero positivo tiene dos raíces cuadradas, el valor positivo y el negativo, puesto que si tenemos:

$\sqrt{b} = \pm a$, ya que $a^2 = b$ y $(-a)^2 = b$

Y la raíz cuadrada de un número negativo no existe, puesto que hallaremos ningún número que elevado al cuadrado dé un resultado negativo.

C8. Actividad personal. A modo de ejemplo: Para calcular la raíz de 132 lo hacemos de la siguiente manera (en este caso queremos calcular la raíz hasta las décimas):

Primero buscaremos un número multiplicado por si mismo sea 1, por tanto 1, y se lo restamos:

$\sqrt{132{,}00}$	1
-1	1 · 1 = 1
0	

Luego bajamos los siguientes dos números, multiplicamos el número acumulado en el resultado de la raíz por dos, 1 · 2 = 2, y buscamos un número x, tal que 2x · x se aproxime al número que tenemos:

$\sqrt{132{,}00}$	11,
-1	1 · 1 = 1
0 32	1 · 2 = 2
-21	21 · 1 = 21
11	

Ponemos una coma en el resultado de la raíz, puesto que ya hemos agotado bajado todos los números del 132, y colocamos 2 ceros más, y repetimos el procedimiento del paso anterior:

$\sqrt{1{,}32{,}00}$	11,4
-1	1 · 1 = 1
0 32	1 · 2 = 2
-21	21 · 1 = 21
1100	11 · 2 = 22
-896	224 · 4 = 896
204	

Entonces escribimos: $\sqrt{132} \approx \pm 11{,}4$

C9. Actividad personal. A modo de ejemplo: Tenemos la fracción 64 / 4 y queremos calcular su raíz cuadrada:

Podemos calcular primero la división y luego la raíz:

$$\sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = \pm 4$$

O calcular las raíces de 64 y 4 y luego dividir:

$$\sqrt{\frac{64}{4}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = \frac{\pm 8}{\pm 2} = \pm 4$$

C10. El orden a seguir para calcular operaciones combinadas con potencias y raíces cuadradas es:

1. Las operaciones incluidas en los paréntesis respetando la prioridad de las operaciones en su interior.
2. Las potencias y las raíces cuadradas.
3. Las multiplicaciones y las divisiones, en el orden en que aparecen.
4. Las sumas y las restas.

C11. Actividad personal. A modo de ejemplo: Un número está expresado en notación científica si tiene la forma:

$C \cdot 10^n$

Siendo C un número decimal llamado coeficiente que, en valor absoluto, es mayor o igual que 1 y menor que 10, y n, es un número entero. Por ejemplo:

2501,33 expresado en notación científica es:

$2{,}50133 \cdot 10^3$

C12. Actividad personal. A modo de ejemplo: Para los números escritos en notación científica las operaciones se hacen:

Suma:

$2{,}5 \cdot 10^3 + 3{,}2 \cdot 10^2 = 2{,}5 \cdot 10^3 + 0{,}32 \cdot 10^3 =$
$= (2{,}5 + 0{,}32) \cdot 10^3 = 2{,}82 \cdot 10^3$

Resta:

$2{,}5 \cdot 10^3 - 3{,}2 \cdot 10^2 = 2{,}5 \cdot 10^3 - 0{,}32 \cdot 10^3 =$
$= (2{,}5 - 0{,}32) \cdot 10^3 = 2{,}18 \cdot 10^3$

Multiplicación:

$(2{,}5 \cdot 10^3) \cdot (3{,}2 \cdot 10^2) = (2{,}5 \cdot 3{,}2) \cdot (10^3 \cdot 10^2) =$
$= 8 \cdot 10^{3+2} = 8 \cdot 10^5$

División:

$(2,5 \cdot 10^3) / (3,2 \cdot 10^2) = (2,5 / 3,2) \cdot (10^3 / 10^2) =$
$= 0,78125 \cdot 10^{3-2} = 0,78125 \cdot 10 = 7,8125 \cdot 10^{-1}$

31. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $3^4 = 81$ b) $3^3 = 27$

c) $(-3)^4 = 81$ d) $(-3)^3 = -27$

32. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-9)^2 = 81$ g) $13^2 = 169$

b) $(-1)^{21} = -1$ h) $(-2)^5 = -32$

c) $2^1 = 2$ i) $(-3)^1 = -3$

d) $(-11)^3 = -1331$ j) $(-3)^4 = 81$

e) $(-2)^8 = 256$ k) $3^6 = 729$

f) $0^2 = 0$ l) $(-4)^3 = -64$

33. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-9)^3$ c) $(-5)^3$

b) $(-7)^4$ d) 5^5

34. Las soluciones a este ejercicio son:

a) -6^4 c) -17^3

b) 1^0 d) 0^1

35. La ordenación de estos números es:

$(-2)^3; (-2)^1; 2^1; (-2)^2 = 2^2; 2^3; 2^4$

36. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $-64 + 256 - 25 = 295$

b) $-4 + 16 + 1024 = 1036$

c) $27 - 3125 + 216 - 64 = -2946$

d) $-125 + 625 - 25 = 475$

37. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 12^{18} f) 10^2

b) $(-2)^{10} = 2^{10}$ g) $(-6)^3$

c) $(-7)^7$ h) $(-15)^4 = 15^4$

d) $(-1)^4 = 1$ i) 11^3

e) $(-9)^8 = 9^8$

38. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 2^{12} c) $(-2)^{19}$

b) 3^3 d) $(-3)^8$

39. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-5)^1$ b) 3^7 c) $(-1)^1$

40. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-4)^5 : (-4)^4 = (-4)^1 = -4$

b) $(-3)^{15} : (-3)^{12} = (-3)^3 = -27$

c) $-2^{10} : 2^6 = -2^4 = -16$

d) $(-6)^{15} : (-6^{10}) = 6^5 = 7776$

41. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(3^2)^3 = 9^3 = 729$

$(3^3)^2 = 3^3 \cdot 3^3 = 27 \cdot 27 = 729$

b) $(2^2)^2 = 2^4 = 16$

$(2^2)^2 = 2^2 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$

c) $\left[(-2)^3\right]^3 = (-2)^9 = -512$

$\left[(-2)^3\right]^3 = (-2)^3 \cdot (-2)^3 (-2)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$

d) $\left[(-5)^2\right]^3 = (-5)^6 = 15625$

$\left[(-5)^2\right]^3 = (-5)^2 \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^2 = 25 \cdot 25 \cdot 25 = 15625$

42. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 3^{20} e) $(-2)^{12} = 2^{12}$

b) 5^{12} f) $(-3)^{15}$

c) 7^{72} g) $(-2)^{15}$

d) 5^{14} h) $(-1)^{42} = 1^{42}$

43. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 6^{23} f) 2^6

b) $11^0 = 1$ g) 7^3

c) 9^{19} h) 5^4

d) 21^{24} i) $(-3)^{18} = 3^{18}$

e) $(-13)^0 = 1$

44. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $10^{63} : 10^{15} = 10^{48}$

b) $7^{21} : 7^{10} = 7^{11}$

c) $(2^{10} : 2^5)^2 = 2^{10}$

d) $(11^4 \cdot 11^9)^5 = 11^{65}$

e) $\left[(-23)^7 : 23^3\right]^3 = -23^{12}$

f) $\left[(-5^8) : (-5)^3\right]^2 = -5^{10}$

g) $(-6)^{32} : (-6^7) = -6^{25}$

h) $\left[(-2^{30}) : (-2)^8\right]^4 = 2^{88}$

45. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-3^2)^6 \cdot (-3^3)^4 = 3^{12} \cdot 3^{12} = 3^{24}$

b) $(-2^3)^4 \cdot (-2^4)^3 = 2^{12} \cdot 2^{12} = 2^{24}$

c) $(5^3)^4 : (-5^2)^3 = 5^{12} : 5^6 = 5^6$

d) $(-10^2)^5 : (-10)^6 = (-10)^{10} \cdot (-10)^6 = 10^4$

e) $(7^2)^5 \cdot (7^8)^2 = 7^{10} \cdot 7^{16} = 7^{26}$

f) $(6^4)^6 : 6^4 = 6^{24} \cdot 6^4 = 6^{20}$

g) $(-8)^9 \cdot 8^6 = (-8)^{15}$

h) $10^{15} : 10^{10} \cdot 10^2 = 10^5 \cdot 10^2 = 10^7$

Página 67

46. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2^{12} \cdot 5^{12}$

b) $(-2)^{12} \cdot 5^{12} = 2^{12} \cdot 5^{12}$

c) $7^8 \cdot 5^{16}$

d) $(-7)^8 \cdot (-5)^{16} = 7^8 \cdot 5^{16}$

e) $(-3)^{13} \cdot 5^3$

f) $(-5)^{18} \cdot (-3)^{30} = 5^{18} \cdot 3^{30}$

47. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $(-6)^3 : (-3)^3 = 2^3 = 8$

$$\left(\frac{-6}{-3}\right)^3 = (2)^3 = 8$$

b) $36^2 : (-4)^2 = \frac{1296}{256} = \frac{81}{16}$

$$\left(\frac{9 \cdot 4}{(-4)^2}\right)^2 = \frac{9^2}{4^2} = \frac{81}{16}$$

c) $6^3 \cdot 7^3 : (-7)^3 = -6^3 = -216$

$$\left(\frac{6 \cdot 7}{(-7)}\right)^3 = -6^3 = -216$$

d) $(-14)^3 : (-14)^3 = (-14)^0 = 1$

$$\left(\frac{-14}{-14}\right)^3 = (1)^3 = 1$$

48. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{10} \cdot 3^5 = 2^{15} \cdot 3^{10}$

b) $2^{18} \cdot 3^3 \cdot 2^9 = 2^{27} \cdot 3^3$

c) $(-7)^5 \cdot 2^5 \cdot (-7)^3 \cdot 7^3 = 7^{11} \cdot 2^5$

49. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left[(-3)^3 \cdot 2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^2\right]^3 = -3^{15} \cdot 2^{18} \cdot 5^6$

b) $\left[5^6 \cdot 3^3 \cdot (-5)^{10}\right]^6 = (5^{16} \cdot 3^3)^6 = 5^{96} \cdot 3^{18}$

c) $\left[(-3)^4 \cdot 2^8 \cdot (-2)^4\right]^4 = 3^{16} \cdot 2^{48}$

d) $\left[(-3)^{11} \cdot 2^3 \cdot 5^5\right]^6 = 3^{66} \cdot 2^{18} \cdot 5^{30}$

50. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $2^6 \cdot 3^3 \cdot 3^5 \cdot 2^{15} \cdot 3^8 \cdot 2^8 = 2^{29} \cdot 3^{16}$

b) $2^{20} \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 2^2 = 2^{22} \cdot 3^7$

c) $-3^3 \cdot 2^9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot (-7)^8 = 2^{10} \cdot (-3^4) \cdot 7^9$

d) $7^3 \cdot 5^3 \cdot (-5)^{14} \cdot 3^6 = 7^3 \cdot 5^{17} \cdot 3^6$

51. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $5^4 \cdot 3^4 : 5^3 = 5 \cdot 3^4$

b) $3^{12} \cdot 2^6 : 3^5 = 3^7 \cdot 2^6$

c) $2^{21} \cdot 3^7 : 2^3 \cdot 3^3 = 2^{18} \cdot 3^4$

d) $2^{16} \cdot 3^{16} : 3^4 = 2^{16} \cdot 3^{12}$

52. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $3^5 \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^8 : (3^{30} \cdot 2^{15}) = 3^{-21} \cdot 2^{-2}$

b) $7^6 \cdot 2^6 \cdot 7^8 : (7^5 \cdot 3^5) = 7^9 \cdot 2^6 \cdot 3^{-5}$

c) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 7^5 \cdot 3^5 : (7^4 \cdot 2^8 \cdot 5^3 \cdot 2^6) = 7^4 \cdot 3^5 \cdot 2^{-14}$

d) $2^{24} \cdot 7^{10} : (2^6 \cdot 7^2 \cdot 2^4 \cdot 3^8) = 2^{14} \cdot 7^8 \cdot 3^{-8}$

e) $3^9 \cdot 2^{27} \cdot 5^{12} \cdot 3^{12} : (5^8 \cdot 3^6 \cdot 2^6) = 2^{21} \cdot 3^{15} \cdot 5^4$

f) $-2^{15} \cdot 5^{12} : ((-5)^4 \cdot 2^4) = -2^{11} \cdot 5^8$

53. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(3^4 \cdot 2^4) : 2^{12} \cdot (2^{18} : 3^8) = 3^{-4} \cdot 2^{10}$

b) $(3^3 \cdot 2^9) : (3^{15} \cdot 2^{15}) \cdot (3^{10} \cdot 2^{20} : 2^{18}) = 3^{-2} \cdot 2^{-4}$

c) $(5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^6 \cdot 2^6) : (2^{16} : 3^8) = 5^4 \cdot 2^{-6} \cdot 3^{-2}$

d) $(11^{20} \cdot 2^{20}) : 11^{12} : (11^3 \cdot 2^{18}) = 11^5 \cdot 2^2$

54. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(2^{15} \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 7^5 \cdot 2^{15}) : (2^4 \cdot 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^8) = 2^{20} \cdot 7$

b) $(23^5 \cdot 2^5 \cdot 3^{14} \cdot 2^{14} \cdot 11^5 \cdot 3^5)^4 : (2^2 \cdot 61^2 \cdot 3^{12} \cdot 2^{12} \cdot 23^2) =$

$= 23^{18} \cdot 2^{62} \cdot 3^{64} \cdot 11^{20} \cdot 61^{-2}$

c) $(2^{35} \cdot 7^{70} \cdot 7^{35} \cdot 3^{70} \cdot 3^{63}) : (7^{20} \cdot 2^{40} \cdot 3^{45} \cdot 3^{40} \cdot 2^{60}) =$

$= 2^{-65} \cdot 7^{85} \cdot 3^{48}$

d) $((-3)^3 \cdot 2^6 \cdot (-5)^2 \cdot 2^4 \cdot 2^{15} \cdot 7^5)^3 : (2^4 \cdot 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^8)^2$

$= -3 \cdot 2^{51} \cdot 7^7 \cdot 5^6$

e) $(2^{210} \cdot 2^{98} \cdot 3^{98} \cdot 5^{70} \cdot 3^{35}) : (7^6 \cdot 2^{18} \cdot (-5)^{54} \cdot 3^{24}) =$

$= 2^{290} \cdot 3^{109} \cdot 5^{16} \cdot 7^{-6}$

55. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

b) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

c) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{8}{343}$

d) $\left(\frac{-3}{-7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

56. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{7^2}{9^2}=\frac{49}{81}$ d) $\frac{(-3)^3}{4^3}=\frac{-27}{64}$

b) $\frac{4^2}{11^2}=\frac{16}{121}$ e) $\frac{(-2)^2}{5^2}=\frac{4}{25}$

c) $\frac{2^2}{7^2}=\frac{4}{49}$ f) $\frac{(-3)^4}{4^4}=\frac{81}{256}$

57. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\frac{4^4 \cdot 4^3}{7^4 \cdot 7^3}=\frac{4^7}{7^7}=\frac{16384}{823543}$

b) $\frac{3^2 \cdot 3^3}{10^2 \cdot 10^3}=\frac{3^5}{10^5}=\frac{243}{100000}$

c) $\frac{(-1)^2 \cdot (-1)^4}{3^2 \cdot 3^4}=\frac{(-1)^6}{3^6}=\frac{1}{729}$

d) $\frac{2^5 \cdot 5^2}{5^5 \cdot 2^2}=\frac{2^3}{5^3}=\frac{8}{125}$

e) $\frac{1^7 \cdot 3^3}{3^7 \cdot 1^3}=\frac{1^4}{3^4}=\frac{1}{81}$

f) $\frac{(-9)^5 \cdot 7^2}{7^5 \cdot (-9)^2}=\frac{(-9)^3}{7^3}=-\frac{729}{343}$

58. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $\frac{4^2 \cdot 3^2}{9^2 \cdot 12^2}=\frac{1}{9^2}=\frac{1}{81}$

$\left(\frac{12}{108}\right)^2=\left(\frac{1}{9}\right)^2=\frac{1}{81}$

b) $\frac{7^2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2}=\frac{2^4}{3^2}=\frac{16}{9}$

$\left(\frac{504}{378}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

c) $\frac{7^3 \cdot 3^3}{5^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6}=\frac{7^3}{5^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6}=\frac{343}{216000}$

$\left(\frac{21}{180}\right)^3=\frac{9261}{5832000}=\frac{343}{216000}$

d) $\frac{(-1)^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3}{2^6 \cdot 2^3 \cdot 3^6}=\frac{(-1)^3}{3^3 \cdot 2^6}=\frac{-1}{1728}$

$\left(\frac{-6}{72}\right)^3=\frac{-216}{373248}=\frac{-1}{1728}$

e) $\frac{2^2 \cdot 3^2}{5^2 \cdot 2^4}=\frac{3^2}{5^2 \cdot 2^2}=\frac{9}{100}$

$\left(\frac{6}{20}\right)^2=\frac{36}{400}=\frac{9}{100}$

f) $\frac{1^2 \cdot 1^2}{2^2 \cdot 3^2}=\frac{1^4}{2^2 \cdot 3^2}=\frac{1}{36}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$

59. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $\frac{3^4 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{2^6 \cdot 2^8}=\frac{3^6}{2^{10}}=\frac{729}{1024}$

$\left(\frac{108}{128}\right)^2=\left(\frac{27}{32}\right)^2=\frac{279}{1024}$

b) $\frac{7^2 \cdot 5^4 \cdot 2^4}{5^2 \cdot 2^2 \cdot 7^4}=\frac{5^2 \cdot 2^2}{7^2}=\frac{100}{49}$

$\left(\frac{700}{490}\right)^2=\left(\frac{10}{7}\right)^2=\frac{100}{49}$

c) $\frac{5^3 \cdot 3^6 \cdot 2^3}{2^9 \cdot 3^6}=\frac{5^3}{2^6}=\frac{125}{64}$

$\left(\frac{90}{72}\right)^3=\left(\frac{5}{4}\right)^3=\frac{125}{64}$

d) $\frac{(-1)^3 \cdot 5^3}{3^3 \cdot (-2^2)^3}=\frac{-125}{-1728}=\frac{125}{1728}$

$\left(\frac{-5}{-12}\right)^3=\left(\frac{5}{12}\right)^3=\frac{125}{1728}$

60. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^6$ b) $\left(\frac{5}{11}\right)^{12}$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

61. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $\frac{4^{10} \cdot 4^{15}}{9^{10} \cdot 9^{15}}=\left(\frac{4}{9}\right)^{25}$

$\frac{(4^2 \cdot 4^3)^5}{(9^2 \cdot 9^3)^5}=\frac{4^{25}}{9^{25}}$

b) $\frac{((-5)^9 \cdot 7^2)^4}{(7^9 \cdot 5^2)^4}=\frac{5^{28}}{7^{28}}$

$\frac{(-5)^{36}}{7^{36}}:\frac{5^8}{7^8}=\frac{5^{28}}{7^{28}}$

c) $\frac{2^{10}}{5^{10}}:\left(\frac{2^7 \cdot 5^5}{5^7 \cdot 2^5}\right)^4=\frac{2^{10}}{5^{10}}:\frac{2^8}{5^8}=\frac{2^2}{5^2}$

$\frac{2^{10}}{5^{10}}:\left(\frac{2^{28} \cdot 5^{20}}{5^{28} \cdot 2^{20}}\right)=\frac{2^2}{5^2}$

d) $\left(\frac{(-1)^5 \cdot 6}{6^5 \cdot (-1)}\right)^2 \cdot \frac{(-1)^8}{6^8}=\frac{(-1)^8}{6^8} \cdot \frac{1^8}{6^8}=\frac{1}{6^{16}}$

$\left(\frac{(-1)^{10} \cdot 6^2}{6^{10} \cdot (-1)^2}\right) \cdot \frac{(-1)^8}{6^8}=\frac{6^2 \cdot 1^{18}}{6^{18} \cdot 1^2}=\frac{1}{6^{16}}$

62. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\dfrac{30^2\cdot 30^6}{11^2\cdot 11^6}\right)^5=\dfrac{30^{40}}{11^{40}}=\left(\dfrac{30}{11}\right)^{40}$

b) $\left(\dfrac{(-6)^8\cdot 7^3}{7^8\cdot 6^3}\right)^6=\dfrac{6^{30}}{7^{30}}=\left(\dfrac{6}{7}\right)^{30}$

c) $\dfrac{4^8}{5^8}\cdot\left(\dfrac{4^{12}\cdot 5^9}{5^{12}\cdot 4^9}\right)^5=\dfrac{4^{68}\cdot 5^{45}}{5^{68}\cdot 4^{45}}=\left(\dfrac{4}{5}\right)^{13}$

d) $\left(\dfrac{10^3\cdot 10^6}{3^3\cdot 3^6}\right)^4:\dfrac{10^7}{3^7}=\dfrac{10^{36}\cdot 3^7}{3^{36}\cdot 10^7}=\left(\dfrac{10}{3}\right)^{29}$

63. Las soluciones a este ejercicio son:

a) 3^{-5}

b) 5^6

c) $\left(\dfrac{3^{10}}{3^3}\right)^2=\dfrac{3^{-20}}{3^{-6}}=3^{-14}$

d) $\left(\dfrac{5^6}{5^{-3}}\right)^2=\dfrac{5^{12}}{5^{-6}}=5^{18}$

e) $\left(\dfrac{(-7)^0}{7^3}\right)^{-2}=\dfrac{1}{7^{-6}}=7^6$

f) $\left(\dfrac{(-5)^{16}}{(-5)^3}\right)^{-3}=\dfrac{5^{-48}}{(-5)^{-9}}=-5^{-39}$

Página 68

64. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\dfrac{1}{2^3\cdot 2^4\cdot 3^8}=\dfrac{1}{2^7\cdot 3^8}$

b) $\dfrac{2^{49}}{-2^{-25}.}=-2^{74}.$

c) $\dfrac{1}{(-3)^4\cdot 2^8\cdot(-3)^3}=\dfrac{1}{(-3)^7\cdot 2^8}$

d) $\dfrac{3^{-30}}{(-3)^{-16}}=\dfrac{1}{3^{14}}$

65. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\dfrac{5^2}{5^2\cdot 3^2\cdot 3^2}=\dfrac{1}{3^4}$

b) $\dfrac{7^2\cdot 3^6\cdot 3^4}{5^4\cdot 7^4}=\dfrac{3^{10}}{5^4\cdot 7^2}$

c) $\dfrac{2^2\cdot 2^8\cdot 3^4}{3^2\cdot 3^2\cdot 5^2}=\dfrac{2^{10}}{5^2}$

d) $\dfrac{2^{-4}\cdot 3^{-4}\cdot 2^3\cdot 3^9}{2^2\cdot 3^2}=\dfrac{3^3}{2^3}$

e) $\dfrac{2^{-9}\cdot 3^{-3}\cdot 2^8\cdot 3^8}{2^2\cdot 3^4\cdot 3^{-20}}=\dfrac{3^{21}}{2^3}$

f) $\dfrac{2^{-27}\cdot 2^{-36}}{2^{-14}\cdot 3^{-7}}=\dfrac{3^7}{2^{49}}$

66. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\dfrac{23^5\cdot 2^5\cdot 3^{-4}\cdot 2^{-2}\cdot(-2)^8\cdot 3^8}{23^{-5}\cdot 3^{-5}\cdot(-7)^{-3}\cdot 2^{-3}\cdot 3^{-3}}=-23^{10}\cdot 2^{14}\cdot 3^{12}\cdot 7^3$

b) $\left(\dfrac{(2^{-15}\cdot 3^{-5}\cdot 2^{14}\cdot 3^7)^{-2}}{(-3)^6\cdot 5^6\cdot(-2)^{-6}\cdot 5^{-2}}\right)^3$

$=\dfrac{2^{90}\cdot 3^{30}\cdot 2^{-84}\cdot 3^{-42}}{3^{18}\cdot 5^{18}\cdot 2^{-18}\cdot 5^{-6}}=2^{24}\cdot 3^{-30}\cdot 5^{-12}$

67. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\dfrac{5}{2}\right)^2$

b) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^6$

c) $\dfrac{2^2\cdot 2^5}{3^2\cdot 3^5}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^7$

d) $\left(\dfrac{3}{7}\right)^8$

e) $\dfrac{7^3\cdot 5^5}{5^3\cdot 7^5}=\left(\dfrac{5}{7}\right)^2$

f) $\dfrac{(-2)^5\cdot 2^{-4}}{3^5\cdot 3^{-4}}=\left(-\dfrac{2}{3}\right)^1=-\dfrac{2}{3}$

68. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\left(\dfrac{5^9\cdot 2^5}{2^6\cdot 5^5}\right)^2=\left(\dfrac{5^4}{2}\right)^2=\dfrac{5^8}{2^2}$

b) $\dfrac{7^4\cdot 3^{15}}{3^4\cdot 7^5}=\dfrac{3^{11}}{7}$

c) $\left(\dfrac{5^3\cdot 3^{15}}{2^9\cdot 3^3\cdot 2^{15}}\right)^3=\left(\dfrac{5^3\cdot 3^{12}}{2^{24}}\right)^3=\dfrac{5^9\cdot 3^{36}}{2^{52}}$

69. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\dfrac{121}{193}}=\pm\dfrac{11}{14}=\pm 0{,}78$

b) $\sqrt{\dfrac{225}{256}}=\pm\dfrac{15}{16}=\pm 0{,}93$

c) $\sqrt{\frac{324}{961}} = \pm\frac{18}{31} = \pm 0{,}58$

d) $\sqrt{\frac{289}{900}} = \pm\frac{17}{30} = \pm 0{,}56$

70. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\frac{20}{17}} = \sqrt{1{,}17} = \pm 1{,}08$

$\sqrt{1{,}170}$	1,08
	1 · 1 = 1
-1	
01700	10 · 2 = 20
-1664	208 · 8 = 1664
36	

b) $\sqrt{\frac{234}{109}} = \sqrt{2{,}14} = \pm 1{,}46$

$\sqrt{2{,}1400}$	1,46
	1 · 1 = 1
-1	
114	1 · 2 = 2
-96	24 · 4 = 96
1800	14 · 2 = 28
-1716	286 · 6 = 1716
84	

c) $\sqrt{\frac{2509}{2312}} = \sqrt{1{,}08} = \pm 1{,}03$

$\sqrt{1{,}0800}$	1,03
	1 · 1 = 1
-1	
00800	10 · 2 = 20
-609	203 · 3 = 609
191	

d) $\sqrt{\frac{833}{17}} = \sqrt{49} = \pm 7$

71. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\pm\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \pm\frac{3^5}{4^5} = \pm 0{,}24$

b) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{7^2}{5^2} = 1{,}88$

c) $\left(\pm\frac{12}{8}\right)^{-3} = \pm\left(\frac{8}{12}\right)^3 = \pm\frac{8^3}{12^3} = \pm 0{,}29$

d) $\frac{225}{529} = 0{,}42$

72. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(2^7 - 100) - (25 + 3) = (128 - 100) - 28 = 0$

b) $(9 - 5{\cdot}5) : 4 = -16 : 4 = -4$

c) $9 : 3 + 4{\cdot}(-1 + 7) = 3 + 24 = 27$

d) $3 - 22 + 40 - 32 + 1 = -10$

e) $(36 - 3 + 6) : (11 + 28) = 39 : 39 = 1$

f) $(1 + 64 - 50) : 15 = 15 : 15 = 1$

73. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $-27 + 8^2 : 5 = -27 + 12{,}8 = -14{,}2$

b) $5 - 3{\cdot}(-56 + 64) - (-4)^2 = 5 - 24 - 16 = -35$

c) $27^2 - 144 : (-24) - 3{\cdot}8^2 = 729 + 6 - 192 = 543$

74. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(8 - 6{\cdot}12)^2 : 2 = 4096 : 2 = 2048$

b) $(64 : 8)^2 - 144 : -24 - 25 = 64 + 6 - 25 = 45$

75. Ejercicio resuelto en el libro.

76. Las soluciones son:

a) $(3-1)\sqrt{2} + (2+3)\sqrt{3} - 5\sqrt{7}$
$= 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{7} = -1{,}74$

b) $(2-3)\sqrt{5} + (7+9)\sqrt{3} = -\sqrt{5} + 16\sqrt{3} = 25{,}48$

77. Las soluciones son:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} = 3{,}38$

b) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} = 2{,}77$

c) $\left(\frac{2^2}{1^2}\right)^3 = 2^6 = 64$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0{,}44$

e) $\left(1 - \frac{(-3)^2}{1}\right)^{-1} = (-8)^{-1} = -0{,}13$

f) $\left(\frac{5^2}{3^2} + \frac{9}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{34}\right)^2 = 0{,}07$

78. Las soluciones son:

a) $\frac{16}{81}\cdot\frac{3}{8} = \frac{48}{648} = \frac{2}{3^3} = 0{,}07$

b) $\frac{9}{16}\cdot\frac{4}{9} = \frac{4}{16} = \frac{1}{2^2} = 0{,}25$

c) $\left(\frac{125}{147}\right)^4 \cdot \frac{25}{47} = 0{,}27$

79. Las soluciones son:

a) $\frac{2}{3} - \frac{9}{4} : \frac{5}{6} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} - \frac{27}{10} + \frac{4}{3} = \frac{20 - 81 + 40}{30} = -0{,}7$

b) $4 + \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{9}\cdot\frac{81}{4}\right)^{-1} = 4 + \frac{4}{3} : \left(\frac{1}{9}\right) = 4 + 12 = 16$

c) $\left(\frac{36}{25} + \frac{4}{5}\right)^{-1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{25}{56}\cdot\frac{4}{3} = \frac{25}{42} = 0{,}6$

d) $\left(\frac{1}{8} + \frac{9}{4} : \frac{5}{2}\right)^{-1} - \frac{64}{225}\cdot\frac{25}{36} = \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{10}\right)^{-1} - \frac{16}{81} =$

$$= \frac{40}{41} - \frac{16}{81} = \frac{2584}{3321} = 0{,}78$$

Página 69

80. Las soluciones son:

a) $\frac{3^3}{2^3} : \left(1 - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{3^3}{2^3} : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3^3}{2^3} : \frac{2}{3} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} =$
$= 5{,}0625$

b) $5^3 \cdot \left[4 : \left(\frac{4}{3}\right)^4\right]^{-2} = 5^3 \cdot \left[4 : \frac{4^4}{3^4}\right]^{-2} = 5^3 \cdot \left[\frac{3^4}{4^3}\right]^{-2} =$

$= 5^3 \cdot \frac{4^6}{3^8} = 78{,}0368$

c) $\frac{2^3}{3^3} : \left(\frac{8}{3}\right)^{-2} = \frac{2^3}{3^3} : \frac{3^2}{2^6} = \frac{2^9}{3^5} = \frac{512}{243} = 2{,}1069$

d) $\frac{5^2}{2^2} - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{3}{4} : \frac{(2^3)^2}{(3^3)^2}\right] = \frac{5^2}{2^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3^7}{2^8} = \frac{5^2}{2^2} - \frac{3^6}{2^8} =$

$= \frac{5^2 \cdot 2^6 - 3^6}{2^8} = 3{,}402$

81. Las expresiones son:

a) $\dfrac{\frac{3^2 \cdot 2^4}{7^2} \cdot \frac{7^3 \cdot 3^3}{2^6}}{\frac{5^3 \cdot 3^3}{2^3}} = \frac{3^5 \cdot 2^4 \cdot 7^3}{7^2 \cdot 2^6} : \frac{5^3 \cdot 3^3}{2^3} = \frac{3^5 \cdot 7}{2^2} :$

$: \frac{5^3 \cdot 3^3}{2^3} = \frac{3^5 \cdot 2^3 \cdot 7}{2^2 \cdot 5^3 \cdot 3^3} = \frac{3^2 \cdot 2 \cdot 7}{5^3} = 3^2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5^{-3}$

b) $\left[\dfrac{\frac{7^3 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \cdot 3^5 \cdot 3^6}{5^3 \cdot 2^6 \cdot 7^5 \cdot 2^5 \cdot 2^6}}{\frac{3^8 \cdot 3^6 \cdot 2^3}{2^8 \cdot 7^6}}\right]^{-1} = \left[\frac{3^{14} \cdot 5^2}{7^2 \cdot 2^{17}} : \frac{3^{14}}{2^5 \cdot 7^6}\right]^{-1} =$

$= \left[\frac{3^{14} \cdot 5^2 \cdot 2^5 \cdot 7^6}{7^2 \cdot 2^{17} \cdot 3^{14}}\right]^{-1} = \left[\frac{5^2 \cdot 7^4}{2^{12}}\right]^{-1} = \frac{2^{12}}{5^2 \cdot 7^4} =$

$= 2^{12} \cdot 5^{-2} \cdot 7^{-4}$

82. El resultado es:

$$2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{9}{4}\right)^{-2}} = 2 - \frac{1}{\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2}} = 2 - \left(\frac{-5}{4}\right)^2 = 2 - \frac{25}{16} =$$

$$= \frac{7}{16} = 0{,}4375$$

83. Los resultados son:

a) $\dfrac{\frac{2^4}{3 \cdot 5} : \frac{2^3}{3^2 \cdot 2}}{\frac{2^2}{3^4}} = \dfrac{\frac{2^2 \cdot 3}{5}}{\frac{2^2}{3^4}} = \frac{2^2 \cdot 3^5}{2^2 \cdot 5} = \frac{3^5}{5} = \frac{243}{5} = 48{,}6$

b) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{13}}{\frac{13}{18}} = \frac{2^{13} \cdot 3^2 \cdot 2}{13 \cdot 3^{13}} = \frac{2^{14}}{13 \cdot 3^{11}} = \frac{16384}{2302911} = 0{,}007$

c) $\dfrac{\frac{4}{5} + \frac{8}{15}}{\frac{1}{25}} = \frac{20}{15} : \frac{1}{25} = \frac{20 \cdot 25}{15} = \frac{4 \cdot 5^3}{3 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 5^2}{3} =$

$= \frac{100}{3} = 33{,}33$

d) $\dfrac{\frac{2^3}{5^3}}{\frac{5 \cdot 3^5 + 5^3 - 2^3 \cdot 3^3}{3^3 \cdot 5^3}} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{1124} = \frac{216}{1124} = 0{,}19217$

e) $\dfrac{\frac{3}{175}}{\frac{6^2 \cdot 5^3 + 2^2 \cdot 7^2 \cdot 5 - 2^3 \cdot 7^2}{7^2 \cdot 5^3}} = \frac{3}{175} : \frac{5088}{6125} =$

$= \frac{18375}{890400} = \frac{35}{1696} = 0{,}0206$

f) $\dfrac{\frac{33}{10} - 1}{\frac{4}{25}} = \frac{23}{10} : \frac{4}{25} = \frac{115}{8} = 14{,}375$

84. En notación científica son:

a) $5{,}143 \cdot 10^{21}$

b) $8{,}234 \cdot 10^{25}$

85. En notación científica son:

a) $2{,}37 \cdot 10^9$ b) $2{,}37 \cdot 10^2$ c) $2{,}3702 \cdot 10^{23}$

86. En notación científica son:

$3{,}27 \cdot 10^4 < 1{,}18 \cdot 10^5 < 2{,}1 \cdot 10^5$

87. Los resultados en notación científica son:

a) $(3{,}28 + 22{,}7 - 1{,}15) \cdot 10^3 = 24{,}83 \cdot 10^3 = 2{,}483 \cdot 10^4$

b) $(316 + 2{,}17 - 24{,}5 + 1{,}1) \cdot 10^3 = 294{,}77 \cdot 10^3 =$
$= 2{,}9477 \cdot 10^5$

c) $(64{,}3 + 1{,}18 - 236 - 10{,}6) \cdot 10^{10} = -181{,}12 \cdot 10^{10} =$
$= -1{,}8112 \cdot 10^{12}$

88. El producto es:

$1{,}345 \cdot 10^{20} \cdot 2{,}75 \cdot 10^{15} = (1{,}345 \cdot 2{,}75) \cdot 10^{20+15} =$
$= 3{,}69875 \cdot 10^{35}$

89. Los resultados son:

a) $(3{,}07 \cdot 1{,}1) \cdot 10^{4+3} = 3{,}377 \cdot 10^7$

b) $(2{,}2 \cdot 1{,}8 : 3{,}7) \cdot 10^{12+7-6} = 1{,}07027 \cdot 10^{13}$

c) $(2{,}17 : 1{,}18 : 1{,}06) \cdot 10^{15-11-23} = 1{,}73488967 \cdot 10^{-19}$

90. Los resultados son:

a) $\dfrac{1{,}944\cdot 10^{17}}{6{,}75\cdot 10^{15}} = 0{,}288\cdot 10^{2} = 2{,}88\cdot 10^{1}$

b) $\dfrac{20{,}9952\cdot 10^{16}}{3{,}375\cdot 10^{9}} = 6{,}2208\cdot 10^{7}$

c) $\dfrac{12{,}4416\cdot 10^{24}}{36{,}864\cdot 10^{14}} = 0{,}3375\cdot 10^{14} = 3{,}375\cdot 10^{13}$

d) $\dfrac{144\cdot 10^{5} - 1{,}35\cdot 10^{5}}{0{,}218\cdot 10^{5} + 3{,}2\cdot 10^{5}} = \dfrac{142{,}65\cdot 10^{5}}{3{,}418\cdot 10^{5}} = 41{,}73493271 =$

$= 4{,}173493271\cdot 10^{1}$

e) $\dfrac{2{,}88\cdot 10^{17} - 4{,}32\cdot 10^{29}}{21{,}5\cdot 10^{6} - 1{,}15\cdot 10^{6}} \approx \dfrac{-4{,}32\cdot 10^{29}}{20{,}35\cdot 10^{6}} =$

$= -2{,}122850123\cdot 10^{22}$

91. Puesto que el área es el lado elevado al cuadrado y el perímetro del campo es lado por 4:

$l^2 = 65\,638{,}44\ m^2 \rightarrow l = \sqrt{65638{,}44} = 256{,}19$ m

$\sqrt{65638{,}44}$	256,2
-4	2 · 2 = 4
256	2 · 2 = 4
-225	45 · 5 = 225
3138	25 · 2 = 50
-3036	506 · 6 = 3036
10244	256 · 2 = 512
-10244	5122 · 2 = 10244
0	

valla = 4 · l = 4 · 256,19 = 1 024,76 m

92. En notación decimal serían: $597{,}2 \cdot 10^{22}$.

93. Expresado en notación científica sería: $1 \cdot 10^{9}$.

94. Tenemos que sumar la altura de la montaña y la profundidad de la fosa:

$8{,}488 \cdot 10^3 + 10{,}971 \cdot 10^3 = 19{,}459 \cdot 10^3 =$

$= 1{,}945\,9 \cdot 10^4$ km

Y en metros:

$1{,}9459\cdot 10^{4}\,\text{km}\cdot\dfrac{10^{3}\,\text{m}}{1\text{km}} = 1{,}9459\cdot 10^{7}\,\text{m}$

95. Puesto que 50 t = $50 \cdot 10^3$ kg / día

$\dfrac{50\cdot 10^{3}\,\text{kg}}{\text{día}}\cdot\dfrac{365\text{días}}{1\text{año}} = \dfrac{18250\cdot 10^{3}\,\text{kg}}{\text{año}} = 1{,}825\cdot 10^{7}\ \text{kg}/\text{año}$

96. Expresada en notación científica es:

$4 \cdot 10^6 \cdot 365 = 1460 \cdot 10^6 = 1{,}46 \cdot 10^9$ días

97. Expresado en notación científica:

$46{,}77\cdot 10^{6}\,\text{hab}\cdot 137\dfrac{\text{L}}{\text{día}} = 6\,407{,}49\cdot 10^{6}\,\dfrac{\text{hab.}\cdot\text{L}}{\text{día}}\cdot\dfrac{365\text{días}}{1\text{año}} =$

$= 2338733{,}85\cdot 10^{6} = 2{,}33873385\cdot 10^{12}\,\dfrac{\text{hab}\cdot\text{L}}{\text{año}}$

Página 70

98. Los cálculos utilizando la notación científica:

a) r = $1{,}392 \cdot 10^6$ km = $1{,}392 \cdot 10^9$ m

$V = \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(1{,}392\cdot 10^{9}\right)^{3} = \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot 1{,}392^{3}\cdot 10^{27} =$

$= 1{,}129812343\cdot 10^{28} \approx 1{,}13\cdot 10^{28}\,\text{m}^{3}$

b) r = $6{,}371 \cdot 10^3$ km = $6{,}371 \cdot 10^6$ m

$V = \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(6{,}371\cdot 10^{6}\right)^{3} = \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot 6{,}371^{3}\cdot 10^{18} =$

$= 1{,}0832069\cdot 10^{21} \approx 1{,}08\cdot 10^{21}\,\text{m}^{3}$

99. El número de cuadrados perfectos anteriores a 100.000 corresponderá a la parte entera de la raíz cuadrada:

$\sqrt{100\,000} = 316{,}22...$

Por tanto existen 316 cuadrados perfectos menores que 100 000.

100. Cuando el exponente es 0 o negativo.

101. Las afirmaciones son:

a) Falso. Por ejemplo si a = 0,5:

$0{,}5^2 = 0{,}25 < 0{,}5$

b) Falso. Por ejemplo si a = 0,5

$0{,}5^{-2} = \dfrac{1}{0{,}5^{2}} = \dfrac{1}{0{,}25} = 4 \succ 0{,}5$

c) Falso. Por ejemplo:

$\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow 2^{3} = 8 \rightarrow \sqrt{8} = 2{,}82...$

102. Las respuestas son:

a) $a = \sqrt{361} = \pm 19$

$(2a)^{3} = (2\cdot 19)^{3} = 38^{3} = 54872$

También tendremos el resultado negativo.

b) $x = \sqrt{121} = \pm 11$

$(3x)^{3} = (3\cdot 11)^{3} = 33^{3} = 35937$

También tendremos el resultado negativo.

c) $p = \sqrt{625} = \pm 25$

$\sqrt{p} = \sqrt{25} = 5$

En este caso solo tendremos el resultado positivo, porque no existe la raíz cuadrada negativa.

103. Llamaremos x al lado de la parcela de Juan, por tanto:

$x\cdot x = x^{2} = 4900\ \text{m}^{2} \rightarrow x = \sqrt{4900} = 70$ m

a) Si los lados de la parcela de Laura miden el doble que los de la parcela de Juan:

$2x \cdot 2x = 4x^2 = 4 \cdot 4900 = 19600\ m^2$

b) Si 1 m cuesta 75 euros:

4 · 2x = 4 · 2 · 70 = 560 m

560 m · 75 eu. / m = 39200 euros

104. Teniendo en cuenta que al dividir el cuadrado en cuatro cuadrados, estamos dividiendo el lado entre 2:

a) Si lo dividimos 10 veces:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} \approx 9{,}77 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

b) La longitud del lado después de 5 divisiones será:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{32}\ \text{m}$$

Por tanto el área será:

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{2} = \frac{1}{1024} \approx 9{,}77 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

105. Los glóbulos que tiene Miguel son:

$$4{,}3 \cdot 10^6\ \frac{\text{glób.}}{\text{mm}^3} \cdot \frac{10^6\ \text{mm}^3}{1\text{L}} = 4{,}3 \cdot 10^{12}\ \frac{\text{glób.}}{\text{L}}$$

$$4{,}3 \cdot 10^{12}\ \frac{\text{glób.}}{\text{L}} \cdot 5\text{L} = 2{,}15 \cdot 10^{13}\ \text{glóbulos}$$

106. Las respuestas son:

a) $3 \cdot 10^5\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 1\text{año} \cdot \frac{365\text{días}}{\text{año}} \cdot \frac{24\text{h}}{1\text{día}} \cdot \frac{60\min}{1\text{h}} \cdot \frac{60\text{s}}{1\min} =$

$= 9{,}4608 \cdot 10^{12}\ \text{km}$

b) $1{,}5 \cdot 10^5\ \text{añosluz} \cdot \frac{9{,}4608 \cdot 10^{12}\ \text{km}}{1\text{añoluz}} = 1{,}41912 \cdot 10^{18}\ \text{km}$

107. Actividad resuelta en el libro.

108. Las expresiones son:

a) $2{,}33 \cdot 10^{-6}$ c) $3{,}77 \cdot 10^{-9}$

b) $7{,}8 \cdot 10^{-10}$ d) $2{,}11 \cdot 10^{-14}$

109. El volumen del cubo expresado en notación científica es:

$$V = 2{,}5^3 = 15{,}625\text{cm}^3 \cdot \frac{10^{-6}\ \text{m}^3}{1\text{cm}^3} = 1{,}5625 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^3$$

110. Actividad de cálculo mental.

111. Actividad de cálculo mental.

Página. 71

1. Si la el diámetro de la Tierra tiene que ser de 1 cm, por tanto 10 mm, la equivalencia será:

$$\frac{10\text{mm}}{12756\text{km}} = \frac{5}{6378}\ \text{mm}/\text{km}$$

$$\frac{10\text{mm}}{12756\text{km}} \cdot \frac{1\text{m}}{10^3\ \text{mm}} = \frac{1}{1{,}2756 \cdot 10^6}\ \text{m}/\text{km}$$

Factores que utilizaremos para convertir los diámetros y distancias:

planeta	Diámetro (mm)	Distancia al Sol (m)
Mercurio	3,824	45,390
Venus	9,548	84,901
Tierra	10,000	117,357
Marte	5,300	178,818
Júpiter	111,947	610,458
Saturno	94,073	1121,119
Urano	39,1972	2255,017
Neptuno	35,278	3532,926

2. El radio del Sol en nuestro modelo sería:

$$1{,}392 \cdot 10^6\ \text{km} \cdot \frac{1\text{m}}{1{,}2756 \cdot 10^6\ \text{km}} \approx 1{,}09125\text{m}$$

Por tanto la respuesta correcta es la C.

3. El diámetro real de la Luna es de 3 474 km, por tanto en nuestro modelo a escala sería:

$$3\,474\text{km} \cdot \frac{5\text{mm}}{6378\text{km}} \approx 2{,}723\text{mm}$$

Y la distancia entre la Tierra y la Luna es de 384400 km, y en nuestro modelo a escala:

$$384400\text{km} \cdot \frac{1\text{m}}{1{,}2756 \cdot 10^6\ \text{km}} \approx 0{,}30135 = 3{,}0135 \cdot 10^{-1}\ \text{m} =$$

$$= 30{,}135\text{cm}$$

4. Teniendo en cuenta que la superficie de una circunferencia se calcula mediante $A = \pi \cdot r^2$:

r = 30,135 cm

$A = \pi \cdot 30{,}135^2 \approx 2\,852{,}938\ \text{cm}^2$

$$2\,852{,}938\ \text{cm}^2 \cdot \frac{1\text{m}^2}{10^4\ \text{cm}^2} \approx 0{,}285\text{m}^2$$

5. Las respuestas son:

a) Respuesta personal.

b) Suponiendo que es una circunferencia y tomando como radio la distancia entre el Sol y Neptuno:

r = 3532,926 m

$A = \pi \cdot 3532{,}926^2 \approx 39211996{,}43\ \text{m}^2 \approx 3{,}921 \cdot 10^7\ \text{m}^2 = 39{,}212\ \text{km}^2$

6. Respuesta personal.

7. Actividad personal.

Página 72

1. Las potencias ordenadas de mayor a menor son:

$-7^4 < (-7)^3 = -7^3 < (-7)^{-3} = -7^{-3} < -7^{-4} < (-7)^{-4} < (-7)^0 < (-7)^4$

2. Los resultados son:

a) $(-5)^{2+7+5-12} = (-5)^2 = 25$

b) $[(-3)^3]^3 : (-3)^8 = (-3)^9 : (-3)^8 = -3$

c) $(2^3 \cdot 2^2)^3 : 2^{12} = 2^{10} : 2^{12} = 2^{-2} = 1 / 2^2 = 1 / 4 = 0{,}25$

d) $[5^4 : 5^2]^3 : 5^6 = 5^6 : 5^6 = 1$

e) $\frac{(-1) \cdot 2^{25} \cdot (-1) \cdot 3^{10}}{3^8 \cdot 2^{16} \cdot 2^4 \cdot 3^2} = 2^5 = 32$

3. Los resultados son:

a) $\left(\frac{3}{2^3}\cdot\frac{7\cdot 2}{2^2\cdot 3}\right)^2 = \left(\frac{7}{2^4}\right)^2 = \frac{7^2}{2^8} = \frac{49}{256} = 0{,}1914$

$\left(\frac{42}{96}\right)^2 = (0{,}4375)^2 = 0{,}1914$

b) $\left(\frac{3^2}{2^2}:\frac{3\cdot 5}{2\cdot 5}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8} = 3{,}375$

$\left(\frac{9\cdot 10}{4\cdot 15}\right)^3 = \left(\frac{90}{60}\right)^3 = 1{,}5^3 = 3{,}375$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^6\cdot\left(\frac{5}{2^2}\right)^3 = \frac{2^6\cdot 5^3}{5^6\cdot 2^6} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = 8\cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{4}{25}\right)^3\cdot\frac{125}{64} = \frac{64}{15\,625}\cdot\frac{125}{64} = \frac{125}{15\,625} = 8\cdot 10^{-3}$

4. La simplificación es:

$$\left[\left(\frac{2^4}{3^4}\right)^2:\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2\cdot\frac{3^3}{2^3} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2\cdot\frac{3^3}{2^3} =$$

$$= \left[\left(\frac{2}{3}\right)\right]^2\cdot\frac{3^3}{2^3} = \frac{2^2}{3^2}\cdot\frac{3^3}{2^3} = \frac{3}{2}$$

5. Las expresiones son:

a) $2\cdot 3^{-1}$

b) $\frac{(-1)\cdot 2^3\cdot 3^3\cdot 3^6\cdot 3^4}{(-1)\cdot 2^{10}\cdot 3^5} = 2^{-7}\cdot 3^8$

c) $\frac{\left(2^4\cdot 3^2\cdot 2^{-5}\cdot 3^{-5}\right)^{-4}}{(-1)\cdot\left(2^{-7}\cdot 3^{-14}\right)} = \left(2^{-1}\cdot 3^{-3}\right)^{-4}\cdot 2^7\cdot 3^{14}\cdot(-1) =$

$= -2^4\cdot 3^{12}\cdot 2^7\cdot 3^{14} = -2^{11}\cdot 3^{26}$

d) $\frac{(-1)\cdot 3^3\cdot 5^3}{(-3)\cdot(-3)^3\cdot 5^2} = \frac{(-1)\cdot 3^3\cdot 5}{3^4} = -3^{-1}\cdot 5$

6. Los resultados son:

a) $\sqrt{345} = \pm 18{,}57$

$\sqrt{3450000}$	18,57
-1	1 · 1 = 1
245	1 · 2 = 2
-224	28 · 8 = 224
2100	18 · 2 = 36
-1825	365 · 5 = 1825
27500	185 · 2 = 370
-25949	3707 · 7 = 25949
1551	

b) $\frac{\pm 4}{\sqrt{129}} = \frac{\pm 4}{\pm 11{,}35} = \pm 0{,}35$

$\sqrt{1290000}$	11,35
-1	1 · 1 = 1
29	1 · 2 = 2
-21	21 · 1 = 21
800	11 · 2 = 22
-669	223 · 3 = 669
13100	113 · 2 = 226
-11325	2265 · 5 = 11325
1775	

7. Los resultados son:

a) $3^2 + (-10)^2 = 9 + 100 = 109$

b) $\frac{3^3}{2^3} - 1 - \frac{1}{3^2} = \frac{3^3\cdot 3^2 - 3^2\cdot 2^3 - 2^3}{2^3\cdot 3^2} = \frac{243-72-8}{72} =$

$= \frac{163}{72} \approx 2{,}264$

c) $\frac{-1}{3^3} - \left(\frac{39}{10}\right)^{-2} = \frac{-1}{3^3} - \left(\frac{10}{39}\right)^2 = \frac{-1}{27} - \frac{100}{1521} = -\frac{469}{4563} \approx$

$\approx -0{,}103$

d) $\frac{2^3}{3^3} + \left[2 - \frac{5^2}{2^2}:\frac{2^3}{3^3}\right]^2 = \frac{2^3}{3^3} + \left[2 - \frac{5^2\cdot 3^3}{2^5}\right]^2 =$

$= \frac{2^3}{3^3} + \left[\frac{2^6 - 5^2\cdot 3^3}{2^5}\right]^2 = \frac{2^3}{3^3} + \left[\frac{-611}{2^5}\right]^2 =$

$= \frac{2^3}{3^3} + \frac{611^2}{2^{10}} = \frac{2^{13} + 3^3\cdot 611^2}{3^3\cdot 2^{10}} = \frac{10087859}{27648} \approx 364{,}87$

e) $3^3\cdot\frac{3\cdot 5}{3^2} + \frac{1}{3^2}:\left(\frac{28}{5}\right)^{-2} = 45 + \frac{1}{9}:\frac{5^2}{28^2} = 45 + \frac{784}{225} =$

$= \frac{10909}{225} \approx 48{,}48$

f) $\frac{\left(\frac{5}{2^2}\right)^3}{\left[2 - \frac{5^2}{2^2}\cdot\frac{5^2}{2^2}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\left[2 - \frac{5^4}{2^4}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\left[\frac{2^5 - 5^4}{2^4}\right]^2} =$

$= \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\left[\frac{-593}{2^4}\right]^2} = \frac{\frac{5^3}{2^6}}{\frac{593^2}{2^8}} = \frac{5^3\cdot 2^2}{593^2} = \frac{500}{351649} \approx$

$\approx 1{,}423\cdot 10^{-3}$

8. Expresados en notación científica son:

a) $5{,}600\,002\,345\,1\cdot 10^{10}$

b) $4{,}322\,5\cdot 10^{8}$

9. Los resultados son:

a) $20{,}88\cdot 10^7 - 3{,}6\cdot 10^7 = 17{,}28\cdot 10^7 = 1{,}728\cdot 10^8$

b) $(3{,}25\cdot 4{,}8)\cdot 10^{4+3} = 15{,}6\cdot 10^7$

c) $(6{,}43\cdot 10^{24}):\left[(2{,}36:1{,}06)\cdot 10^{18-15}\right]=$

$$=6{,}43\cdot 10^{24}:\frac{2{,}36}{1{,}06}\cdot 10^{3}=\frac{6{,}43\cdot 1{,}06}{2{,}36}\cdot 10^{24-3}\approx$$

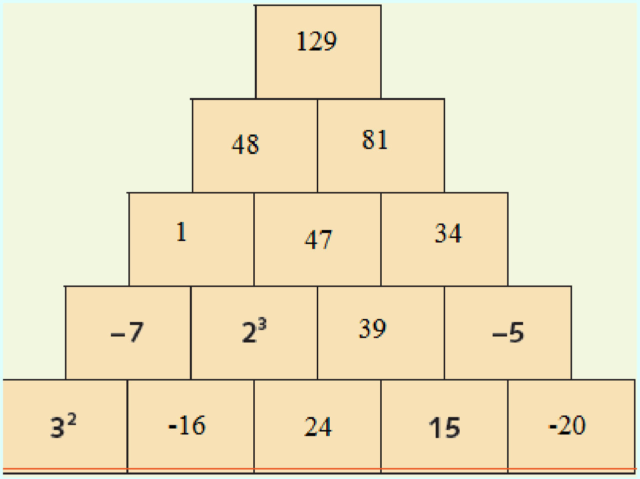
$$\approx 2{,}888\cdot 10^{21}$$

10. Si la computadora puede realizar $3{,}386\cdot 10^{16}$ operaciones por segundo, en un año realizará:

$$\frac{3{,}386\cdot 10^{16}\,\text{op.}}{\text{s}}\cdot\frac{3600\text{s}}{1\text{h}}\cdot\frac{24\text{h}}{1\text{día}}\cdot\frac{365\text{días}}{\text{año}}\approx 1{,}06781\cdot 10^{24}$$

Estrategia e ingenio

Pirámide numérica:



Números romanos:

- Las iguldades correctas son:
  a) VIII – III = V
  b) V + IV = IX
  c) XIV – III = XI
- Tenemos que girar la igualdad 180º, y queda:
  X = I + IX

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 3-3 de la guía)

a) $10^4 = 10.000$

b) $10^7 = 10.000.000$

c) $10^5 = 100.000$

d) $10^{10} = 10.000.000.000$

(Viene de la página 3-5 de la guía)

d) $3^{3\cdot 3} = 3^9$

e) $(-1)^{4\cdot 6} = (-1)^{24} = 1^{24} = 1$

f) $(-6)^{2\cdot 5} = (-6)^{10} = 6^{10}$

4. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(-1)^2\cdot 3^2\cdot 5^2 = (3\cdot 5)^2 = 15^2$

b) $[5\cdot(-7)]^3 = (-35)^3$

c) $[(-3)\cdot(-5)]^5 = 15^5$

5. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(3^4\cdot 3^3)^4 = (3^7)^4 = 3^{28}$

b) $[(2^3)^3\cdot(2^2)^2]^4 : (2^4)^2 = (2^9\cdot 2^4)^4 : 2^8 =$
$= 2^{52} : 2^8 = 2^{44}$

c) $(3^{16} : 3^9)^4\cdot 3^8 = 3^{28}\cdot 3^8 = 3^{36}$

6. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $(2^3\cdot 3^3\cdot 2^6)^3 = 2^{27}\cdot 3^9$

b) $(3^3\cdot 2^6\cdot 3^8\cdot 2^4)^5 = (3^{11}\cdot 2^{10})^5 = 3^{55}\cdot 2^{50}$

c) $[(-2^2)^6\cdot 3^2\cdot 2^2]^4 = (2^{14}\cdot 3^2)^4 = 2^{56}\cdot 3^8$

d) $[3^5\cdot(-2)^4\cdot 3^4]^2 = (3^9\cdot 2^4)^2 = 3^{18}\cdot 2^8$

e) $[3^3\cdot(-5)^3\cdot(-5)^5\cdot 5^5]^7 = [3^3\cdot 5^5\cdot(-5)^8]^7 = 3^{21}\cdot 5^{91}$

f) $[2^{18}\cdot(-3)^5\cdot 2^{15}]^5 = [2^{33}\cdot(-3)^5]^5 = 2^{165}\cdot(-3)^{25}$

g) $[(-5)^5\cdot 7^5 : 7^3]^6\cdot 5^4 = [(-5)^5\cdot 7^2]^6\cdot 5^4 = 5^{34}\cdot 7^{12}$

h) $[(-3)^3\cdot 2^{12}\cdot 2^5\cdot(-3)^5\cdot 5^5]^3 : (2^3\cdot 5) =$
$= [(-3)^8\cdot 2^{17}\cdot 5^5]^3 : (2^3\cdot 5) = 3^{24}\cdot 2^{48}\cdot 5^{14}$

(Viene de la página 3-7 de la guía)

b) $$\left(\frac{(-2)^3\cdot 3^4}{3^3\cdot 7^2}\right)^3 : \frac{7^2}{2\cdot 3^2} = \frac{(-2)^9\cdot 3^{12}}{3^9\cdot 7^6}\cdot\frac{2\cdot 3^2}{7^2} =$$
$$= (-1)^9\cdot\frac{2^{12}\cdot 3^5}{7^6} = (-1)\cdot\frac{2^{12}\cdot 3^5}{7^6}$$

c) $$\frac{5\cdot 3}{2^5}\cdot\left[\left(\frac{3^4}{2^4\cdot 3}\right)^5 : \left(\frac{(-1)\cdot 2^2\cdot 3}{5^2}\right)^7\right]^2 =$$
$$= \frac{5\cdot 3}{2^5}\cdot\left(\frac{3^{20}}{2^{20}\cdot 3^5} : \frac{5^{14}}{(-1)\cdot 3^7\cdot 2^{14}}\right)^2 = \frac{5\cdot 3}{2^5}\cdot\left(\frac{3^{20}\cdot 5^{14}}{(-1)\cdot 2^{34}\cdot 3^{12}}\right)^2 =$$
$$= \frac{5\cdot 3}{2^5}\cdot\left(\frac{3^{16}\cdot 5^{28}}{2^{68}}\right) = \frac{3^{17}\cdot 5^{29}}{2^{73}}$$

d) $$\frac{(-3)^{15}}{2^{15}} : \left(\frac{(-2)^{12}}{3^{12}} : \frac{2^{16}}{3^{16}}\right) = \frac{(-3)^{15}}{2^{15}} : \left(\frac{3^4}{2^4}\right) = \frac{(-3)^{11}}{2^{11}}$$

(Viene de la página 3-9 de la guía)

b) $3^0 = 1$

c) $\left(2^9\cdot 2^8\right)^{-3} = \dfrac{1}{2^{51}}$

d) $\dfrac{3^5\cdot 2^{14}}{2^{10}\cdot 3^7} = \dfrac{2^4}{3^2}$

e) $\dfrac{5^5\cdot 5^3}{2^5\cdot 2^3} = \dfrac{5^8}{2^8}$

f) $\left(\dfrac{3^3}{(-2)^3}\right)^3 = \dfrac{3^9}{(-2)^9}$

g) $\left(\dfrac{2^2\cdot 3^3}{3^2\cdot 2^3}\right)^3 = \left(\dfrac{3}{2}\right)^3 = \dfrac{3^3}{2^3}$

h) $\left(\dfrac{(-5)^3\cdot(-5)}{3^3\cdot 3}\right)^2 = \dfrac{(-5)^8}{3^8} = \dfrac{5^8}{3^8}$

14. Podemos argumentar este ejercicio de la siguiente manera:

1. Observamos qué pasa cuando elevamos cualquier número real a 0:

$$5^0 = 5^{(1-1)} = \frac{5^1}{5^1} = 1$$

2. Vamos a ver qué sucede cuando elevamos el número 0 a 0:

$$0^0 = 0^{(1-1)} = \frac{0^1}{0^1}$$

Vemos que esta potencia no está definida porque no se puede dividir 0 entre 0.

(Viene de la página 3-9 de la guía)

17. El resto de la raíz debe cumplir que la siguiente condición:

$35\cdot 2 + 1 = 71 \succ resto \rightarrow resto = 70$

Por lo tanto, para saber el número hacemos:

$35^2 + 70 = 1295$

Podemos demostrar que es correcto con $\sqrt{1296} = 36$

18. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{1382} \rightarrow \text{raíz} = 37, \text{resto} = 13.$

$\sqrt{13{,}82}$	37
-9	3 · 3 = 9
482	3 · 2 = 6
-469	67 · 7 = 469
13	

b) $\sqrt{2428} \rightarrow \text{raíz} = 49, \text{resto} = 27$

$\sqrt{24{,}28}$	49
-16	4 · 4 = 16
828	4 · 2 = 8
-801	89 · 9 = 801
27	

c) $\sqrt{2750} \rightarrow$ raíz = 52, resto = 46.

$\sqrt{27{,}50}$	52
-25	5 · 5 = 25
250	5 · 2 = 10
-204	102 · 2 = 204
46	

d) $\sqrt{3725} \rightarrow$ raíz = 61, resto = 4

$\sqrt{37{,}25}$	61
-36	6 · 6 = 36
125	6 · 2 = 12
-121	121 · 1 = 121
4	

19. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7} = 0{,}43$

b) $\sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11} = 0{,}91$

c) $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{8}{9} = 0{,}89$

d) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0{,}40$

20. Las soluciones a este ejercicio son:

a) $\sqrt{\frac{65}{25}} = \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{25}} = \frac{8{,}0}{5} = 1{,}6$

$\sqrt{\frac{65}{25}} = \sqrt{2{,}6} = 1{,}6$

Se halla el mismo resultado.

b) No existe por tener la raíz un número negativo.

(Viene de la página 3-13 de la guía)

22. Las resoluciones son:

a) $\frac{5}{3} - \frac{1}{\left[\frac{5}{3}-1\right]^{-1}} + 1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}} + 1 =$

$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{5-2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$

b) $\frac{\left(1-\frac{2^2}{3^2}\right)^2}{\left(1-\frac{3}{2}\right)^{-2}} : \left(3-\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{\frac{5^2}{3^4}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}} : \left(\frac{9}{4}\right)^{-1} = \frac{5^2}{3^4\cdot 2^2} :$

$: \frac{2^2}{3^2} = \frac{3^2\cdot 5^2}{3^4\cdot 2^4} = \frac{5^2}{3^2\cdot 2^4} = \frac{25}{144} = 0{,}1736$

c) $\frac{\frac{2^4}{3^2}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3\cdot 5}{3^3}}{\left(\frac{5}{2^2}\cdot\frac{2^4}{5^2}\right)-\left(2-\frac{2^2\cdot 3}{5\cdot 7}:\frac{2^3}{7}\right)} = \frac{\frac{2^4}{3^2}+\frac{1}{3}}{\frac{2^2}{5}-\left(2-\frac{3}{2\cdot 5}\right)} =$

$= \frac{\frac{2^4+3}{3^2}}{\frac{2^2}{5}-\left(\frac{2^2\cdot 5-3}{2\cdot 5}\right)} = \frac{\frac{2^4+3}{3^2}}{\frac{2^3-2^2\cdot 5+3}{2\cdot 5}} = \frac{\frac{19}{9}}{\frac{-9}{10}} =$

$= \frac{19\cdot 10}{-9\cdot 9} = \frac{190}{-81} = -2{,}34568$

(Viene de la página 3-15 de la guía)

29. La masa de la Luna es:

$(5{,}98 / 81{,}3) \cdot 10^{24} \approx 0{,}0736 \cdot 10^{24} = 7{,}36 \cdot 10^{22}$

30. Si los beneficios de la empresa del ultimo año han sido de $2 \cdot 10^5$ euros y crece a un ritmo del 5% anual:

a) Para calcular el factor de crecimiento anual, lo calculamos el beneficio del segundo año y lo dividimos entre 2

$\frac{2\cdot 10^5 + 2\cdot 10^5\cdot\frac{5}{100}}{2} = \frac{2\cdot 10^5 + \frac{2\cdot 5\cdot 10^5}{2^2\cdot 5^2}}{2} =$

$= \frac{2\cdot 10^5 + \frac{10^5}{2\cdot 5} = \left(2+\frac{1}{10}\right)\cdot 10^5}{2} = 1{,}05\cdot 10^5$

b) Y para calcular el beneficio al cabo de 5 años, multiplicamos el factor de crecimiento por 5:

$1{,}05\cdot 10^5\cdot 5 = 5{,}25\cdot 10^5$ euros

(Viene de la página 3-5 de la guía)

■ Terminamos las sección dedicada a las potencias de base entera y exponente natural estudiando la potencia de una potencia.

Comprobaremos con un ejemplo el procedimiento a seguir, explicado en el recuadro azul.

– *Calcula* $(-6^4)^3$.

A continuación trabajaremos, mediante dos ejemplos, una de las principales aplicaciones de estas propiedades: la simplificación de expresiones algebraicas.

– *¿Qué propiedades hemos aplicado para simplificar en el primer ejemplo?*

Antes de resolver el segundo ejemplo nos fijaremos en el epígrafe *Potencias de bases opuestas,* indicado en el margen. Analizaremos este último ejemplo y preguntaremos a los alumnos:

– *¿Por qué interesa expresar 16 como potencia de 4?*
– *¿Por qué* $(-4)^2 = 4^2$*?*

Los alumnos contestarán a las actividades propuestas, donde tendrán que aplicar las propiedades estudiadas.

2 Potencias de base fraccionaria y exponente…

■ La siguiente sección propone el aprendizaje de las potencias de base una fracción, de manera similar al caso anterior en que la base era un número entero.

Leeremos el texto, veremos los ejemplos y preguntaremos.

– *¿Cómo se calcula la potencia de una fracción?*

Después valoraremos el grado de asimilación de los nuevos conceptos pidiendo a los alumnos que resuelvan la actividad 7 de la página 56.

2.1 Propiedades

■ En este subapartado leeremos los enunciados de las propiedades de estas potencias, comprobando que las potencias de fracciones tienen las mismas propiedades que las de números enteros. Al acabar haremos las siguientes preguntas:

– *¿Cómo se calcula la potencia de un producto de fracciones?*

Añadiremos la propiedad de la *Suma y resta de poten-cias*, expuesta en la nota lateral. Lanzaremos las pregun-tas:

– *¿Cómo se suman potencias con la misma base?*
– *¿Coincide el cuadrado de suma con la suma de los cuadrados?*

Finalmente, los alumnos leerán y pondrán en práctica el apunte al margen titulado *Calculadora*, que indica cómo realizar operaciones con potencias de fracciones con la calculadora.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/743340	https://www.youtube.com/watch?v=nxs5wye0JXs
http://www.tiching.com/743343	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm
http://www.tiching.com/743344	http://www.masmates.com/mm170003.htm
http://www.tiching.com/743345	https://www.youtube.com/watch?v=PXmTaU4M0gM
http://www.tiching.com/743346	http://htwins.net/scale2/
http://www.tiching.com/743347	http://lasmatematicas.eu/problemas-notacion-cientifica-1/eso/ejercicios/potencias-expresiones-algebraicas/problemas-en-los-que-se-utiliza-la-notacion-cientifica