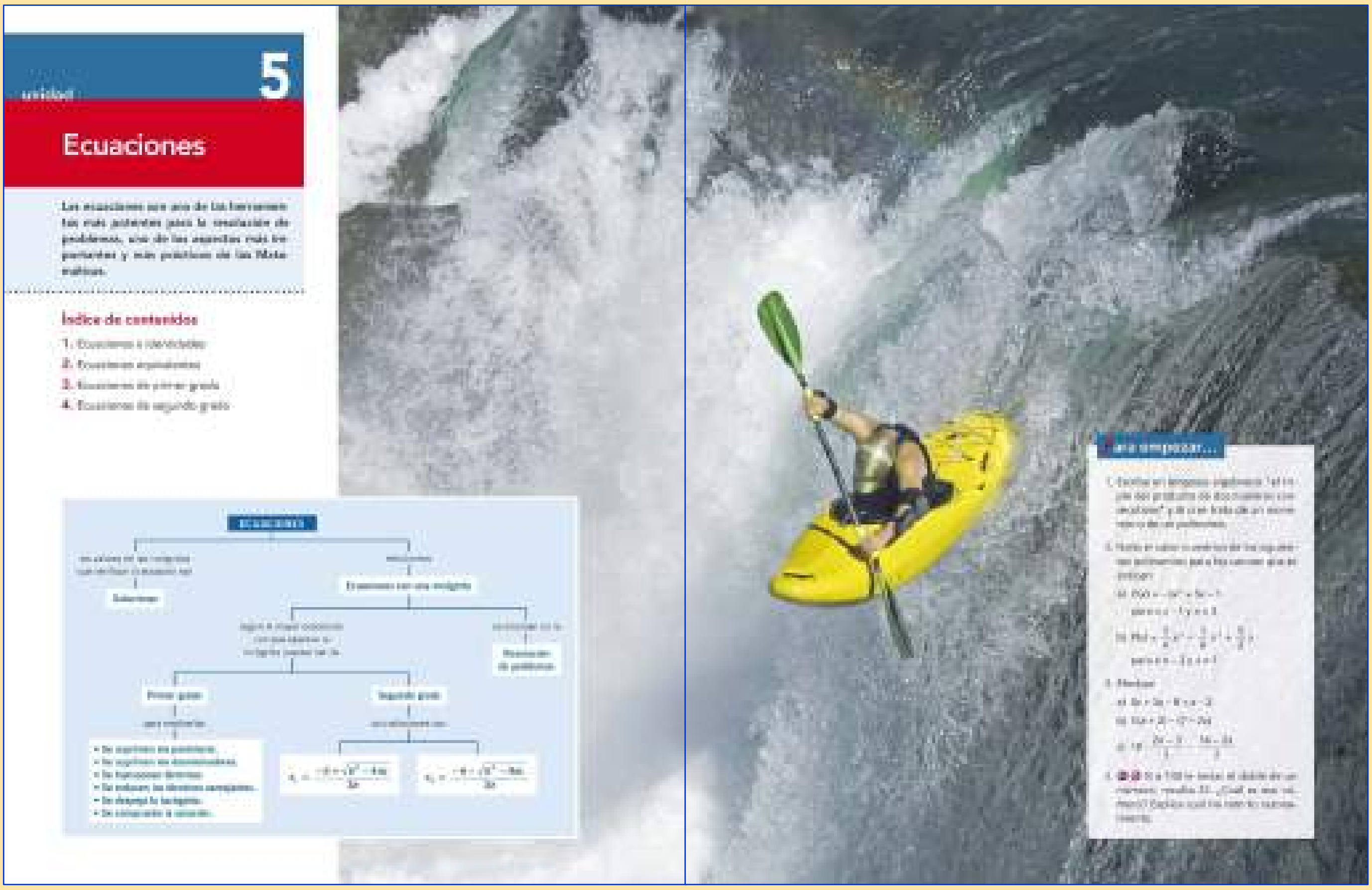


INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ El objetivo de esta unidad es profundizar en el estudio de las ecuaciones e identidades.

Las ecuaciones de primer y segundo grado proporcionan un método de resolución que permite abordar el análisis de muchas situaciones del entorno inmediato del alumnado que no pueden resolverse con métodos exclusivamente numéricos.

Después de leer el texto y observar la fotografía de presentación, el alumnado contestará un cuestionario que introduzca este tema:

– *¿Una ecuación es una expresión numérica o algebraica?*
– *¿Por qué crees que se ha puesto esta ilustración para introducir la importancia de las ecuaciones?*
– *¿Conoces diferentes tipos de ecuaciones?*
– *¿De qué elementos constan las ecuaciones?*

A continuación, leerán el índice de contenidos básicos y observarán cómo se relacionan dichos conceptos en el esquema de la unidad. Enlazando con el tema anterior, plantearemos esta cuestión:

– *¿Qué son los coeficientes de una ecuación?*

Empezamos la unidad

■ En la siguiente página, el objetivo que se persigue con las actividades propuestas es el siguiente en cada caso:

– La actividad 1 pretende relacionar las ecuaciones que estudiaremos en esta unidad con las expresiones algebraicas del tema anterior.
– En la actividad 2 se trabaja el cálculo del valor numérico de un polinomio, tal como se hace en la comprobación de las soluciones de una ecuación.
– La actividad 3 revisa las propiedades operativas de los monomios y polinomios, como base para poder transformar las ecuaciones en otras equivalentes.
– La actividad 4 introduce el concepto de ecuación, planteando un problema que se resuelve mediante una sencilla ecuación.

■ Finalmente los alumnos y alumnas pueden resolver las actividades planteadas en el libro trabajando por parejas.

De esta manera serán conscientes de sus errores conceptuales y procedimentales y, por consiguiente, si necesitan repasar la unidad anterior antes de proseguir con el estudio de las ecuaciones.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 1 y 4*. Interpretar un texto con términos propios de las ecuaciones y explicar el razonamiento para resolverlo aplicando el vocabulario técnico relativo al tema.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Esquema*. Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender información integrada en un esquema.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1 a 4*. Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza sobre las ecuaciones por medio de la realización de estas actividades iniciales.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 1*. Desarrollar sus propios métodos para resolver el problema planteado.

■ *Act. 4*. Analizar y planificar una estrategia de resolución de la situación problemática planteada.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto*. Aprender a valorar la importancia de las ecuaciones como herramienta de resolución de proble-mas.

Educamos en valores

Educación para la igualdad de sexos

■ Como desde otras áreas de conocimiento, en las matemáticas se puede trabajar la toma de conciencia de los fenómenos de discriminación sexista.

■ En el libro de texto y en la guía didáctica se ha procurado no dar predominio a uno de los sexos en detrimento del otro al considerar las actividades, las situaciones o el material gráfico.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de esta unidad que contribuyen a conseguir este objetivo:

– En la actividad 85 de la página 116 se presenta una situación problemática en la que pueden intervenir personas de cualquier sexo.

– En diferentes actividades propuestas, como la 88 de la página 116, se muestran chicas y chicos participando en actividades equivalentes.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para empezar el tema, podemos entrar en esta página web:

http://www.tiching.com/742614

Se trata de un artículo de la enciclopedia virtual Wikipedia en la que se define el concepto de ecuación, se incluye un resumen histórico y se describe con detalle el método de resolución de una ecuación de primer grado acompañado de un problema tipo.

Con este recurso, los alumnos y las alumnas podrán comenzar a familiarizarse con las ecuaciones:

A continuación, para seguir introduciendo la unidad podemos preguntarles:

- *¿Una ecuación es una expresión numérica o algebraica?*
- *¿Conoces diferentes tipos de ecuaciones? ¿En qué se diferencian cada uno de ellos?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 101

1. La respuesta es: $3 \cdot [x \cdot (x + 1)] = 3x^2 + 3x$, es un polinomio.

2. Las respuestas son:

a) $P(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 1 = -3 - 5 - 1 = -9$

$P(3) = -3 \cdot (3)^2 + 5 \cdot 3 - 1 = -27 + 15 - 1 = -13$

b) $$P(-2) = \frac{3}{4}(-2)^5 - \frac{1}{8}(-2)^3 + \frac{5}{2}(-2) = \frac{3}{4}(-32) - \frac{1}{8}(-8) - 5 = -24 + 1 - 5 = -28$$

$$P(1) = \frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{2} = \frac{25}{8}$$

3. Efectuando:

a) $5x + 3x + x - 8 - 2 = 9x - 10$

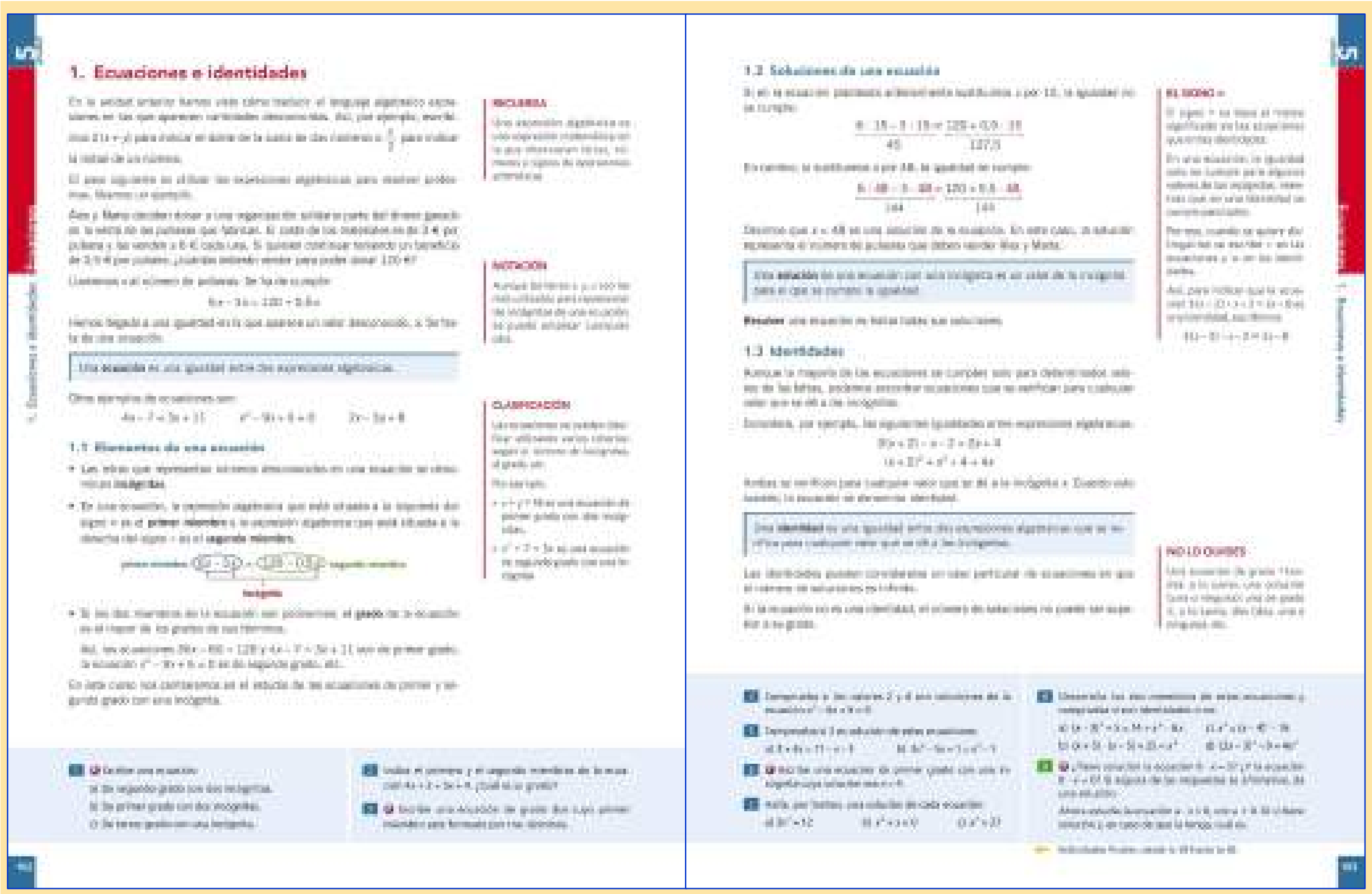
b) $5x + 10 - 7 + 2x = 7x + 3$

c) $2(2x - 3) - (7 - x) = 4x - 6 - 7 + x = 5x - 13$

4. Si llamamos x a ese número, la operación que se nos dice es: $144 - 2x = 22$.

Ahora despejamos x en esa igualdad: $144 - 22 = 2x \rightarrow$

$$\rightarrow 122 = 2x \rightarrow x = \frac{122}{2} = 61$$



1. ECUACIONES E IDENTIDADES

■ El objetivo básico de esta sección es introducir las ecuaciones, a partir de las expresiones algebraicas ya conocidas, y aprender a diferenciarlas de las identidades.

Comenzamos recordando las expresiones algebraicas en el primer párrafo y en el apunte *Recuerda* del margen. Continuaremos leyendo el ejemplo del texto hasta llegar a la definición de ecuación y la *Notación* empleada.

– *¿Cómo se reconoce una ecuación?*

– *¿Existe algún valor desconocido en las ecuaciones de los ejemplos?*

1.1 Elementos de una ecuación

■ Leeremos detenidamente el texto de este apartado y plantearemos a los alumnos un cuestionario que destaque los aspectos más importantes:

– *¿Qué es la incógnita de una ecuación?*

– *¿Puede haber incógnitas en ambos miembros de una ecuación?*

– *¿Cuáles son los miembros de la ecuación* $x^2+3x-2=x+5$ *? ¿De qué grado es?*

Después, los alumnos pueden leer la nota del margen referente a la clasificación de las ecuaciones.

A continuación, pueden practicar todo lo anterior en las actividades 1 a 3 del libro.

1.2 Soluciones de una ecuación

■ En primer lugar, los alumnos leerán este apartado, prestando especial atención al procedimiento de comprobación de soluciones que se comenta. Preguntaremos:

– *¿Cómo podemos saber que un valor es solución de una ecuación?*

– *¿Qué significa resolver una ecuación?*

Leeremos ahora el apunte *No lo olvides* y preguntaremos:

– *¿Si una ecuación tiene dos soluciones es de segundo grado?*

– *¿Tienen solución todas las ecuaciones?*

1.3 Identidades

■ Después de leer el apartado, lanzaremos a los alumnos los siguientes retos:

– *¿Sabrías poner un ejemplo de identidad?*

– *¿Son identidades los productos notables estudiados?*

– *¿Es una identidad una ecuación siempre? ¿Y viceversa?*

Completaremos la exposición leyendo el apunte del margen sobre *El signo =*.

Por último, pediremos al alumnado que resuelvan en su cuaderno las actividades propuestas.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 1 y 2*. Interpretar un texto con términos matemáticos específicos de este tema.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 4, 5, 7 y 8*. Trabajar de forma reiterada la aplicación de un procedimiento, en este caso métodos de comprobación de resultados.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 1 y 3*. Analizar, planificar, organizar y gestionar sus propios métodos para escribir ecuaciones según el enunciado propuesto.
- *Acts. 6 y 9*. Trabajar la confianza en uno mismo y el espíritu de superación reflexionando sobre el enunciado y valorando las posibles soluciones de la actividad.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para refrescar los conocimientos sobre ecuaciones de primer grado.

✓ La actividad de ampliación 3 resultará útil para evaluar si el alumnado ha entendido correctamente y sabe utilizar el lenguaje algebraico para traducir expre-siones.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para introducir el tema de las ecuaciones recomendamos consultar el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/742665

En esta web se incluye un resumen de los contenidos básicos de álgebra relacionados con las ecuaciones. Se tratan el lenguaje algebraico, las expresiones algebraicas equivalentes, igualdades, identidades, ecuaciones y métodos para resolver ecuaciones

El alumnado tiene a su disposición las definiciones de los conceptos fundamentales y una explicación de los métodos de resolución de ecuaciones, tanto algebrai-camente como por tanteo.

Al finalizar la consulta de esta web podremos realizar preguntas como:

- *¿Cuáles son los criterios para clasificar una ecuación?*
- *¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de primer grado?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 102

1. Un ejemplo en cada caso:

a) $3xy + x = 7$ c) $x^3 + 2x = 3$

b) $x + y = 5$

2. Primer miembro: $4x + 2$; segundo miembro: $5x + 4$; grado 1.

3. Un ejemplo es: $x^2 + 3x + 1 = x + 2$

Página 103

4. Sustituimos $x = 2$ en la ecuación:

$2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 4 - 12 + 8 = 12 - 12 = 0$ Sí es solución.

Sustituimos $x = 4$ en la ecuación:

$4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 16 - 24 + 8 = 24 - 24 = 0$ Sí es solución.

5. Comprobamos:

a) Si $x = 2$, en el primer miembro se obtiene: $2 + 4 \cdot 2 = 2 + 8 = 10$, y en el segundo miembro: $17 - 2 - 5 = 17 - 7 = 10$. Coinciden, luego es solución.

b) Si $x = 2$, en el primer miembro se obtiene: $3 \cdot 22 - 5 \cdot 2 + 1 = 12 - 10 + 1 = 3$, y en el segundo miembro: $22 - 1 = 4 - 1 = 3$. También coinciden los valores, y por tanto sí es solución.

6. Un ejemplo es $6 - x = 2$

7. Por tanteo, las soluciones salen:

a) $x = 2$

b) $x = -1$

c) $x = 3$

8. Los resultados son:

a) El primer miembro: $(x - 3)^2 + 5 = x^2 - 6x + 9 + 5 = x^2 - 6x + 14$, y coincide con el segundo, por lo tanto es una identidad.

b) Primer miembro: $(x + 5)(x - 5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$; coincide con el segundo, por lo tanto es una identidad.

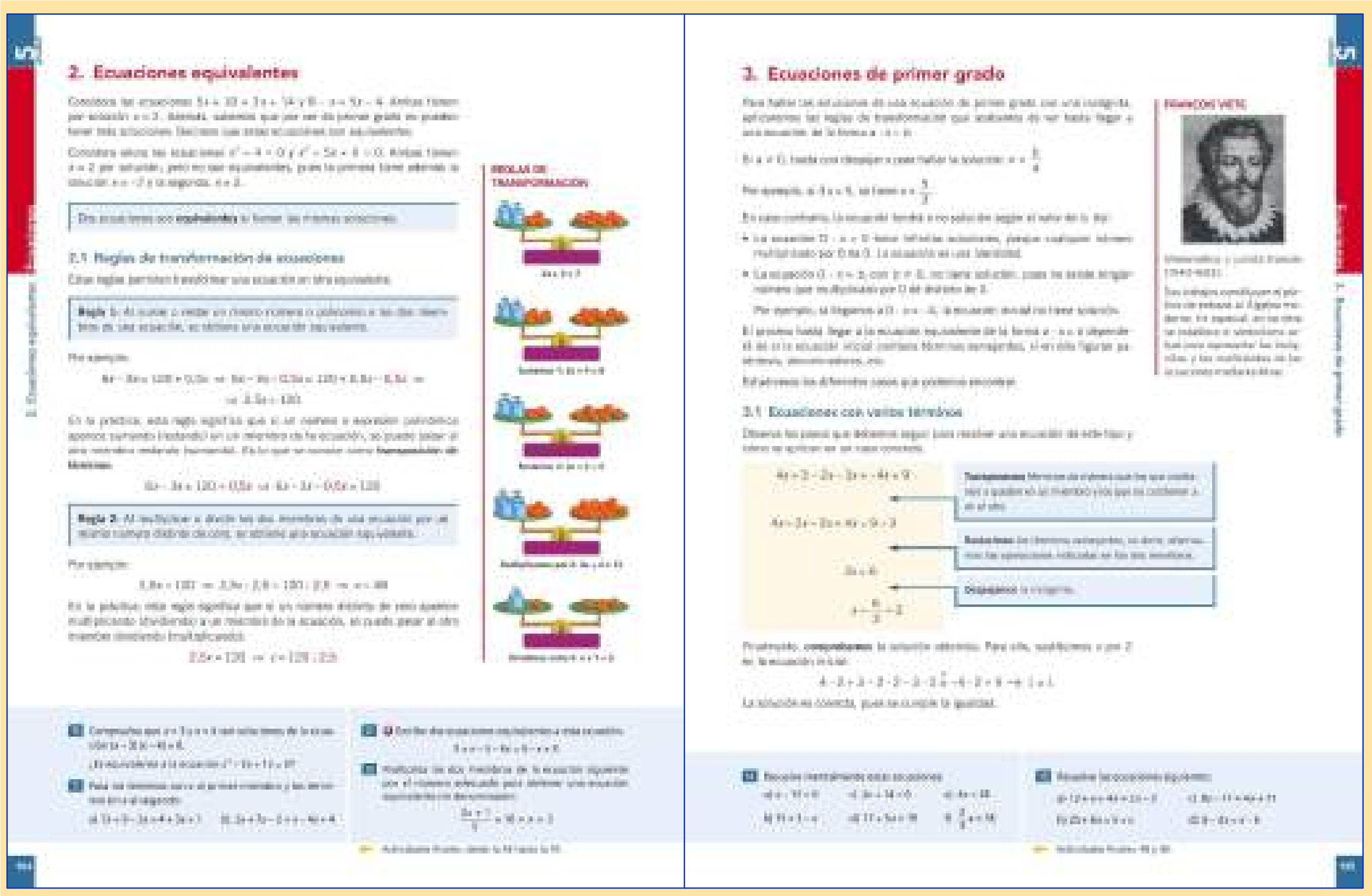
c) Desarrollamos el segundo miembro: $(x - 4)^2 - 16 = x^2 - 8x + 16 - 16 = x^2 - 8x$, que no coincide con el primer miembro, por tanto no es una identidad

d) Desarrollamos el primer miembro: $(2x - 3)^2 - 9 = 4x^2 - 12x + 9 - 9 = 4x^2 - 12x$, que no coincide con el segundo miembro, por tanto no es una identidad.

9. La ecuación $0 \cdot x = 5$ no tiene solución

La ecuación $0 \cdot x = 0$ sí tiene solución, cualquier número; por ejemplo, una solución sería $x = 1$

La ecuación $a \cdot x = 0$, con $a \neq 0$, sí tiene solución, $x = 0$.


2. Ecuaciones equivalentes

2.1 Reglas de transformación de ecuaciones

3. Ecuaciones de primer grado

3.1 Ecuaciones con varios términos

2. ECUACIONES… / 3. ECUACIONES DE…

2.1 Reglas de transformación de ecuaciones

■ El objetivo básico de esta sección es introducir las reglas básicas de transformación de ecuaciones en otras equivalentes.

Empezaremos leyendo la introducción y el recuadro, preguntando a los alumnos:

– *¿Cuándo dos ecuaciones son equivalentes?*
– *¿Si dos ecuaciones tienen como solución el valor 4, son equivalentes?*

■ A continuación leeremos el siguiente apartado, donde se enuncian dos reglas básicas que serán de gran utilidad al trabajar con ecuaciones:

– *¿Qué significa transposición de términos?*
– *¿Cómo se despeja x en la ecuación* $20 = 5 \cdot x$ *?*

En el margen podemos observar visualmente la aplicación de dichas *Reglas de transformación.*

Los alumnos completarán ahora las actividades 10 a 13 propuestas en el libro.

3.1 Ecuaciones con varios términos

■ En la siguiente sección se introducen los procedimientos básicos que permiten resolver una ecuación de primer grado.

Leeremos la introducción, prestando atención a los casos especiales mostrados, en que la ecuación tiene infinitas o ninguna solución.

– *¿Qué debe pasar para que una ecuación tenga una única solución?*
– *¿Cuántas soluciones tiene la ecuación* $a \cdot x = 0$ *?*
– *¿Cuántas soluciones tiene la ecuación* $x = x$ *?*

■ En el apartado siguiente, sobre ecuaciones con varios términos, seguiremos los pasos del ejemplo, que nos detallan cómo resolver ecuaciones de primer grado. Valoraremos la comprensión del procedimiento preguntando:

– *¿Qué transposición debe realizarse para resolver la ecuación* $6x - 3 = 15 + 7$ *?*
– *¿Qué quiere decir reducir los términos semejantes de una ecuación?*
– *¿Cómo se comprueba que el resultado el correcto?*

Como docentes, haremos hincapié en la importancia de comprobar siempre la solución obtenida.

Finalmente, los alumnos resolverán en su cuaderno las actividades propuestas en el libro.

Como actividad complementaria pueden leer el documento del margen sobre *François Viéte*, que esboza alguna de las aportaciones de este matemático.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 13*. Interpretar un texto con términos matemáticos específicos del tema.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 13*. Aplicar las estrategias de planificación para resolver la actividad y evaluar el resultado y el proceso llevado a cabo.
- *Acts. 14 y 15*. Trabajar de forma reiterada la aplicación de un procedimiento.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 12*. Ser capaz de analizar, planificar y organizar los datos de un enunciado para escribir dos ecuaciones equivalentes a la que nos dan.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *François Viète*. Reconocer la importancia de la labor de matemáticos y científicos en los campos estudiados.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 2 permitirá consolidar los conocimientos sobre métodos de resolución de ecuaciones de primer grado.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para repasar los conceptos de ecuación y trabajar con ecuaciones equivalentes proponemos consultar la siguiente web:

http://www.tiching.com/742616

El alumnado puede trabajar con una amplia variedad de recursos didácticos y actividades para ampliar o reforzar los contenidos tratados en clase.

La web muestra una ventana interactiva en la que los alumnos y las alumnas pueden resolver ecuaciones de primer grado pudiendo seleccionar opciones alternativas como paréntesis y denomina-dores.

Asimismo, en otra escena interactiva el alumnado puede resolver problemas con datos generados al azar, aplicando ecuaciones de primer grado.

Como docentes también les podemos plantear que elaboren un esquema de como se resuelve una ecuación de primer grado.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 104

10. Si x = 3: (3 – 3) · (3 – 4) = 0 · (– 1) = 0; sí es solución.

Si x = 4: (4 – 3) · (4 – 4) = 1 · 0 = 0; por lo tanto también es solución.

Sí es equivalente, porque la primera ecuación es:

$(x - 3) \cdot (x - 4) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$,

que coincide con la segunda ecuación.

11. Los resultados son:

a) $7x - 2x - 3x = 4 + 1 - 9 \rightarrow 2x = -4$

b) $2x + 7x - x + 4x = 4 + 2 \rightarrow 12x = 6$

12. Sumando 1 a los dos miembros de la ecuación:

$3 + x - 5 - 6x + 1 = 4 - x + 3 + 1$

Ahora, si restamos x a cada lado de la igualdad, obtenemos:

$3 + x - 5 - 6x - x = 4 - x + 3 - x$

13. Multiplicamos por 5 la ecuación:

$$5 \cdot \frac{2x+1}{5} + 5 \cdot 10 = 5(x+3)$$

$$2x + 1 + 50 = 5x + 15$$

Página 105

14. Las respuestas son:

a) x = 13

b) x = – 12

c) x = – 7

d) $x = \frac{2}{5}$

e) x = 7

f) x = 27

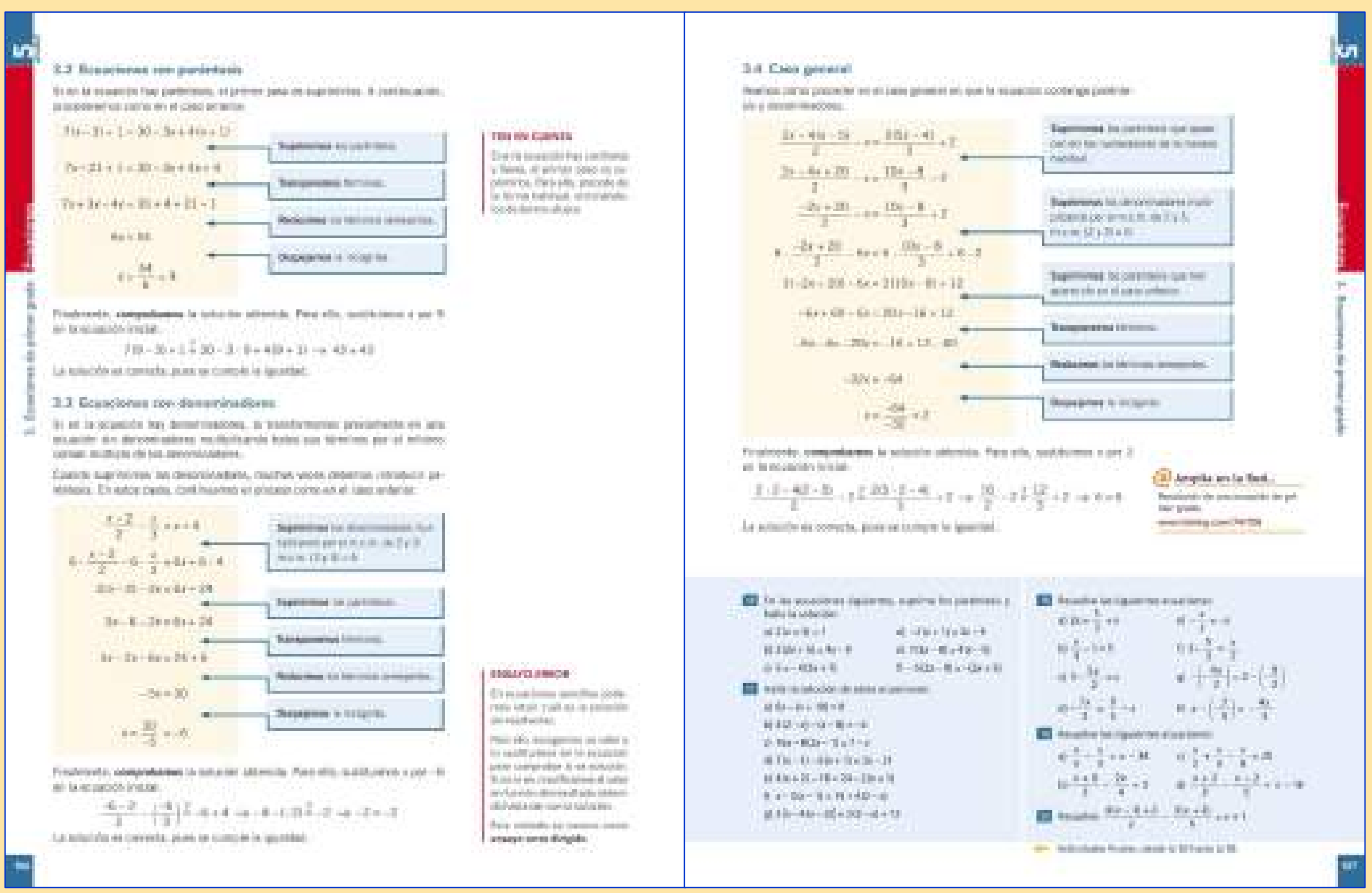
15. El proceso a seguir es el mismo para todos los apartados del problema: en primer lugar transponemos términos, después los reducimos y por último despejamos la incógnita x:

a) $x + 4x - 2x = -3 - 12 \rightarrow 3x = -15 \quad x = -\frac{15}{3} = -5$

b) $6x - x = 5 - 25 \rightarrow 5x = -20 \rightarrow x = -\frac{20}{5} = -4$

c) $8x - 4x = 11 + 17 \rightarrow 4x = 28 \rightarrow x = \frac{28}{4} = 7$

d) $-3x - x = -6 - 6 \rightarrow -4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{-4} = 3$



3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO (CONT.)

3.2 Ecuaciones con paréntesis

■ Este apartado expone cómo reducir ecuaciones que incluyen paréntesis a ecuaciones como las estudiadas en el apartado anterior, para poder aplicar el método presentado anteriormente.

Revisaremos el ejemplo paso a paso y comprobaremos su comprensión por los alumnos a través de este cuestionario:

– *¿Qué propiedad se utiliza para suprimir los paréntesis?*

– *¿Qué operación estamos aplicando al despejar la incógnita en la ecuación final 6x = 54?*

– *¿Cuál es el último paso que debe realizarse al resolver una ecuación?*

A continuación prestaremos atención al apunte *Ten en cuenta del margen.*

3.3 Ecuaciones con denominadores

■ Seguiremos el mismo procedimiento para analizar este apartado, con el fin de aprender a resolver en este caso las ecuaciones con denominadores. Preguntaremos:

– *¿Qué suprimirías antes, paréntesis o denominadores?*

– *¿Cómo eliminamarías los denominadores de una ecuación?*

– *¿Por qué multiplicamos por 6 en el ejemplo?*

Por último observaremos otro método de resolución de ecuaciones, explicado en la nota del margen *Ensayo-error*, y lanzaremos las preguntas:

– *¿Crees que hubiera sido más rápido resolver las ecuaciones de los ejemplos anteriores con el método ensayo-error?*

– *¿Podrías aplicar este método para resolver la ecuación 7 + 2x = 10?*

3.4 Caso general

■ Como conclusión, los alumnos pueden analizar con detalle el ejemplo resuelto, en el que se combinan todos los casos estudiados anteriormente.

– *¿Cómo suprimes los paréntesis?*

– *¿Por qué crees que es necesario eliminar los denominadores antes de agrupar adecuadamente los monomios de una ecuación?*

A continuación los alumnos pueden ampliar información y poner en práctica la metodología explicada con ejercicios interactivos, accediendo al recurso *@Amplía en la Red.*

Para terminar, pediremos a los alumnos que completen en sus cuadernos las actividades del libro.

COMPETENCIAS CLAVE

APRENDER A APRENDER

- *Act. 16*. Adquirir habilidad en el trabajo con paréntesis para aplicarla en la resolución de ecuaciones de primer grado.
- *Acts. 17 a 19*. Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, gracias al carácter repetitivo de las actividades.
- *Act. 20*. Aplicar los conocimientos adquiridos para calcular el resultado de ecuaciones con paréntesis y denominadores.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 20*. Analizar, planificar y organizar estrategias para resolver una ecuación con paréntesis y denominadores.

COMPETENCIA DIGITAL

- *@Amplía en la Red...* Utilizar recursos de Internet para practicar la resolución de ecuaciones de primer grado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 servirá para revisar la resolución de ecuaciones de primer grado con paréntesis.

✓ La actividad de refuerzo 4 servirá para revisar la resolución de ecuaciones de primer grado con denominadores.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos visitar este recurso para consolidar los conocimientos adquiridos sobre ecuaciones de primer grado con paréntesis y con denominadores

http://www.tiching.com/742693

En este enlace el alumnado encontrará diferentes test con ecuaciones para resolver paso por paso.

En el caso de ecuaciones con paréntesis, deberán resolver el test rellenando cuatro columnas. En la primera tendrán que suprimir los paréntesis, en la segunda transpondrán los términos, en la tercera reducirán los términos semejantes y en la última despejarán la incógnita.

En el caso de ecuaciones con denominadores también rellenarán paso a paso e irán verificando cada respuesta.

Una vez realizado algún test, podemos plantearles preguntas tales como:

- *¿Qué se suprime primero, los paréntesis o los denominadores?*
- *¿Qué debemos hacer para eliminar los paréntesis de una ecuación?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 107

16. Suprimidos los paréntesis, seguimos los pasos habituales:

a) $2x + 6 = 1 \rightarrow 2x = 1 - 6 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x = -\frac{5}{2}$

b) $6x + 15 = 4x - 9 \rightarrow 6x - 4x = -9 - 15 \rightarrow 2x = -24$

$x = -\frac{24}{2} = -12$

c) $5 = -12x - 28 \rightarrow 12x = -28 - 5 \rightarrow 12x = -33$

$x = -\frac{33}{12} = -\frac{11}{4}$

d) $-2x - 2 = 3x - 9 \rightarrow -2x - 3x = -9 + 2 \rightarrow -5x = -7$

$x = \frac{7}{5}$

e) $21x - 56 = 4x - 20 \rightarrow 17x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{17}$

f) $-10x + 45 = -2x - 5 \rightarrow -8x = -50$

$x = \frac{-50}{-8} = \frac{25}{4}$

17. En todas estas ecuaciones, una vez suprimidos los paréntesis, seguimos los pasos habituales:

a) $6x - x - 10 = 0 \Rightarrow 6x - x = 10 \Rightarrow 5x = 10$

$x = \frac{10}{5} = 2$

b) $8 - 4x - x + 8 = -4 \Rightarrow -5x = -20$

$x = \frac{-20}{-5} = 4$

c) $16x - 16x + 8 = 7 - x \Rightarrow x = 7 - 8 \Rightarrow x = -1$

d) $7x - 7 - 6x - 6 = 3x \Rightarrow -2x = -8$

$x = \frac{-8}{-2} = 4$

e) $4x + 8 - 18 = 24 - 2x - 2 \Rightarrow 6x = 32$

$x = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

f) $x - 3x + 3 = 15 + 8 - 4x \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$

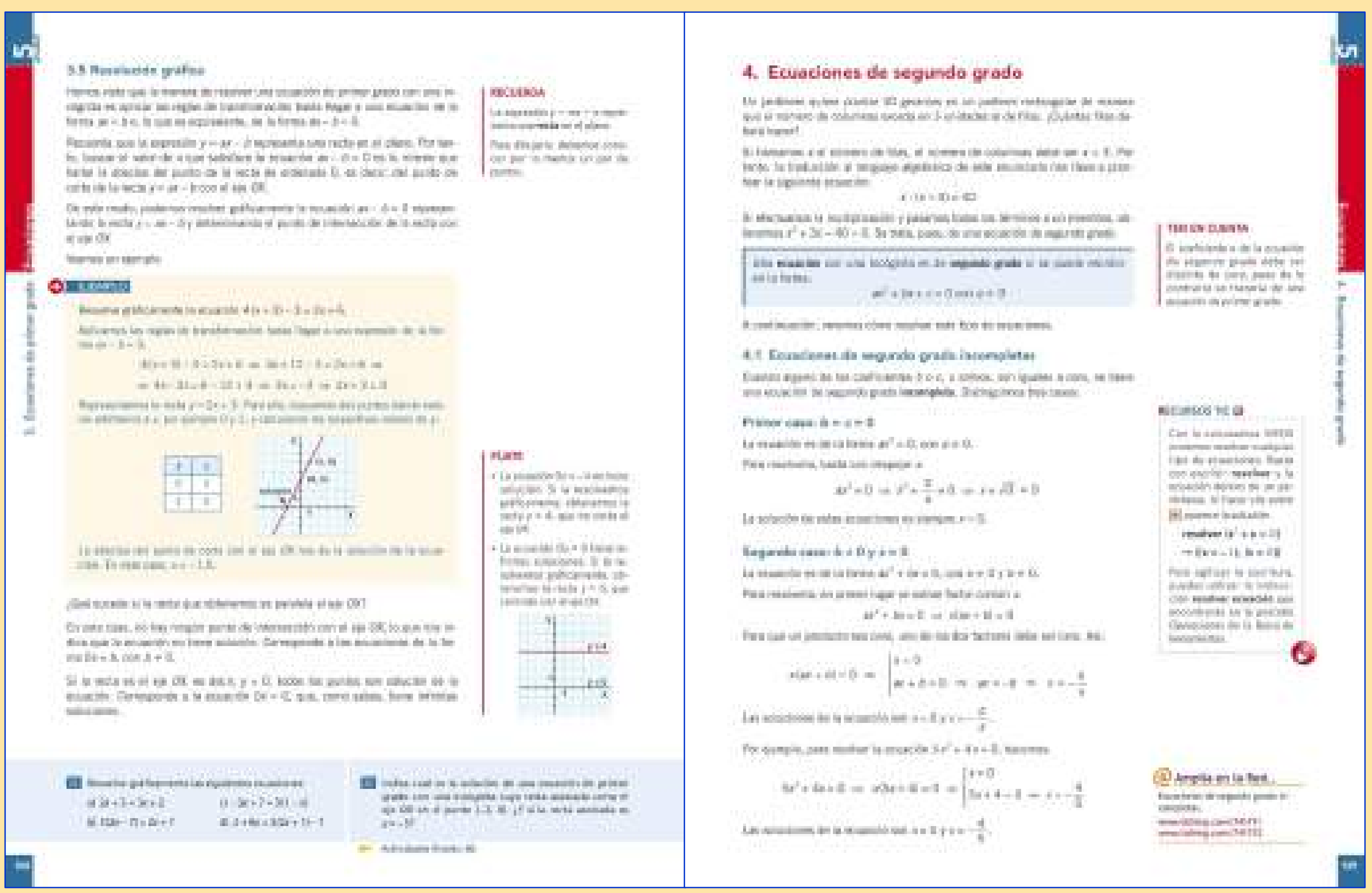
g) $2(x - 4x + 12) = 6 - 2x + 12$

$2x - 8x + 24 = 6 - 2x + 12$

$-4x = -6$

$x = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

(Continúa en la página 5-35 de la guía)



3. ECUACIONES… (CONT.) / 4. ECUACIONES…

3.5. Resolución gráfica

■ En este apartado veremos un último método para resolver ecuaciones de primer grado, que aunque no se usa tan habitualmente como los anteriores, sí es interesante conocer.

Leeremos el planteamiento junto con la nota del margen *Recuerda:*

– *¿La intersección de qué dos rectas da solución a la ecuación 5x = 8?*

A continuación, observaremos juntos la solución del ejemplo expuesto en el libro y nos aseguraremos de su comprensión por parte del alumnado preguntando:

– *¿Por qué en este caso no despejamos la incógnita?*

– *¿Por qué la solución es el punto de corte con el eje X?*

– *¿Podíamos haber elegido otros puntos diferentes para representar la recta?*

Leeremos después el texto que sigue, para analizar varios casos particulares.

Para comprenderlos mejor podemos revisar los ejemplos explicados bajo el epígrafe *Fíjate.*

– *¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones que representan rectas paralelas al eje X?*

Los alumnos resolverán ahora las actividades propuestas.

4. Ecuaciones de segundo grado

■ El objetivo de esta sección consiste en presentar el procedimiento de resolución de una ecuación de segundo grado.

Empezaremos leyendo el ejemplo introductorio, la definición y la nota lateral, y lanzaremos las preguntas:

– *¿Cómo se reconoce una ecuación de segundo grado?*

– *¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de segundo grado?*

– *¿Si b = 0, tenemos una ecuación de segundo grado?*

■ A continuación leeremos el apartado sobre ecuaciones incompletas, analizando los ejemplos que ilustran el contenido y preguntando:

– *¿Cuántas soluciones tiene la ecuación de segundo grado de la forma* $ax^2 = 0$ *?*

– *¿Cuál es el primer paso para resolver una ecuación de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *?*

– *¿Cuáles son las soluciones de la ecuación* $x(5x - 5) = 0$ *?*

Después investigaremos cómo resolver ecuaciones con la calculadora online WIRIS, con los consejos del margen.

Los alumnos practicarán ahora la resolución de estas ecuaciones accediendo al recurso *Tiching* 741711.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 22*. Interpretar un enunciado en el que se incluyen términos técnicos específicos de la materia.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 21*. Aplicar reglas operativas de forma repetitiva para resolver gráficamente las ecuaciones dadas.
- *Act. 22*. Representar ecuaciones de primer grado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 22*. Conocer la forma adecuada de representar una ecuación de primer grado dada.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Recursos TIC*. Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS para resolver todo tipo de ecuaciones.

COMPETENCIA DIGITAL

- *@Amplía en la Red...* Utilizar recursos de Internet para practicar la resolución de ecuaciones de segundo grado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 servirá para practicar la resolución de ecuaciones de sgundo grado.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para repasar y asimilar los conceptos relacionados con la resolución gráfica de ecuaciones podemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/742701

En esta web el alumnado trabajará con actividades interactivas en las que tendrán que ir escogiendo las respuestas correctas.

Si tienen alguna duda, al final de cada página podrán consultar la teoría donde repasarán los diferentes conceptos para poder continuar realizando las actividades.

Además, el documento contiene las soluciones, de manera que los alumnos y las alumnas podrán autoevaluarse para ser conscientes de sus propias puntos fuertes y carencias.

Una vez realizadas estas actividades, podemos plantear preguntas como:

- *¿Qué sucede si la recta que se obtiene en una representación gráfica es paralela al eje OX? ¿Y si la recta es el eje OX?*

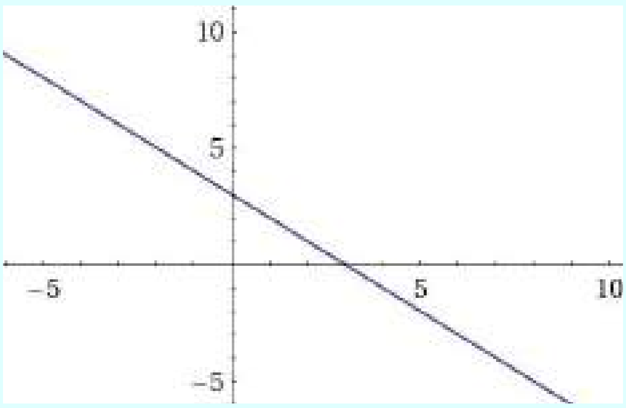
SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 109

21. En primer lugar, transformamos todas estas ecuaciones hasta llegar a una expresión de la forma ax – b = 0, y después representamos la recta correspondiente:

a) $2x - 3x = 2 - 5 \rightarrow -x = -3 \rightarrow -x + 3 = 0$

Representamos la recta $y = -x + 3$ utilizando una tabla de valores, dando dos valores a x arbitrarios, y calculando sus respectivos valores de y:

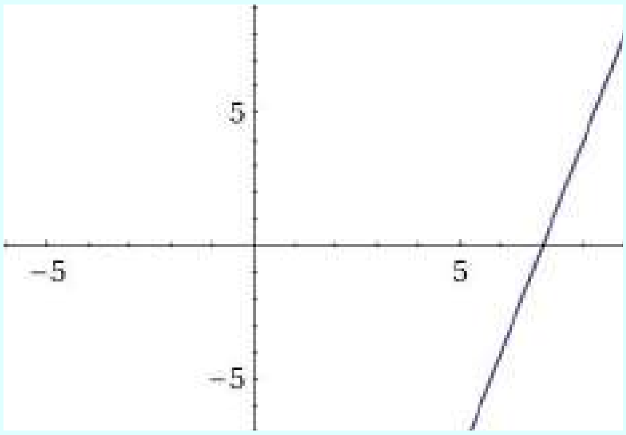


La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación, x = 3.

b) $6x - 21 = 2x + 7 \rightarrow 6x - 2x = 7 + 21 \rightarrow$

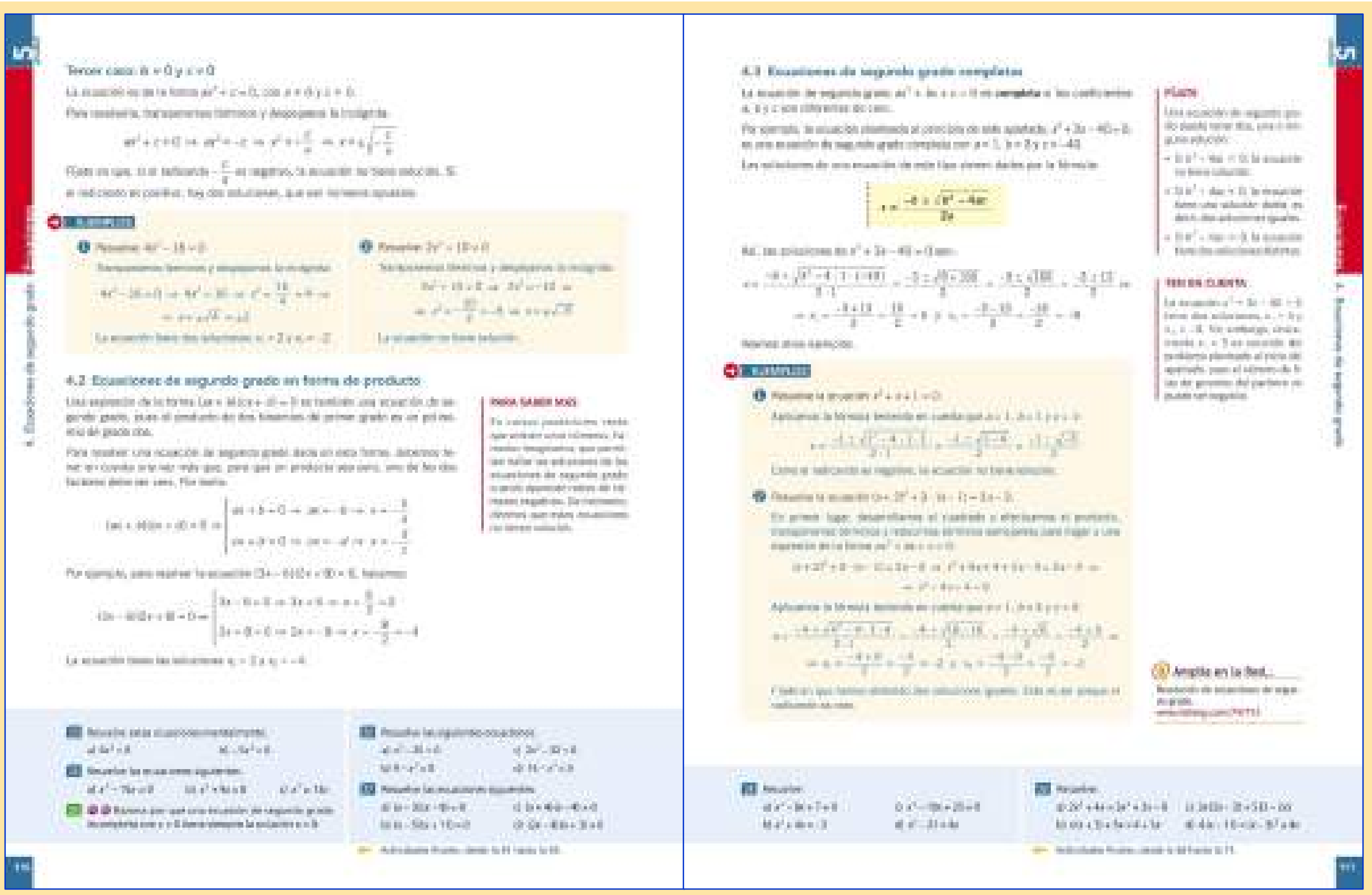
$4x = 28 \rightarrow 4x - 28 = 0$

Representamos la recta $y = 4x - 28$ utilizando una tabla de valores, dando dos valores a x arbitrarios, y calculando sus respectivos valores de y:



La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación, x = 7.

(Continúa en la página 5-36 de la guía)



4. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO (CONT.)

■ De la misma forma que en la doble página anterior, analizaremos el tercer caso de ecuaciones de segundo grado incompletas y plantearemos estas cuestiones:

– *¿Cuál es la solución de* $2x^2 - 8 = 0$ *?*

– *¿Cuántas soluciones tiene* $3x^2 + 27 = 0$ *?*

A continuación observaremos los dos ejemplos resueltos y preguntaremos:

– *¿Cuál es el primer paso para resolver estas ecuaciones?*

Por último, los alumnos accederán al recurso *Tiching* 741712 de la página anterior, donde encontrarán actividades resueltas paso a paso.

4.2 Ecuaciones de segundo grado en forma de…

■ Leeremos este apartado prestando atención al método de resolución de una ecuación de segundo grado factorizada. Luego lanzaremos las preguntas:

– *¿Qué grado tienen los binomios factores?*

– *¿Cuál es el primer paso para resolver estas ecuaciones?*

Como curiosidad, leeremos la nota *Para saber más*.

Los alumnos resolverán ahora las actividades 23 a 27, con el fin de repasar y asentar la resolución de ecuaciones incompletas y en forma de producto.

4.3 Ecuaciones de segundo grado completas

■ En este apartado nos familiarizaremos con la expresión que permite obtener las soluciones de una ecuación de segundo grado completa.

Leeremos el texto y complementaremos la explicación con las dos notas del margen *Fíjate* y *Ten en cuenta,* en las que aclararemos cuantas soluciones tiene la ecuación de segundo grado y por qué:

– *¿Qué debe ocurrir para que la ecuación tenga dos soluciones?*

– *¿Qué ocurre si el radicandode una ecuación de segundo grado completa es negativo?*

A continuación, analizaremos los ejemplos para afianzar la metodología de resolución. Preguntaremos:

– *¿De qué forma necesitamos expresar la ecuación para poder resolverla?*

– *¿Qué relación hay entre el radicando y la solución en el segundo ejemplo?*

Los alumnos pueden seguir practicando la ecuaciones de segundo grado consultando el recurso *@Amplía en el Red.*

Finalmente, pediremos al alumnado que realicen las actividades 28 y 29.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 25*. Interpretar y justificar con el vocabulario específico un enunciado en el que se incluyen términos técnicos específicos de la materiar.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 25*. Conocer la disciplina y el contenido concreto de la materia relacionada con las ecuaciones de segundo grado para afrontar la actividad.

■ *Acts. 26 a 29*. Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, gracias al carácter repetitivo de las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 25*. Establecer relaciones entre los datos del enunciado, planificar su resolución y buscar la solución, evaluando las acciones realizadas.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 6 resultará útil para repasar la resolución de ecuaciones de segundo grado completas.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Recomendamos consultar este recurso para ampliar el estudio sobre ecuaciones de segundo grado:

http://www.tiching.com/742787

En esta página web se incluyen escenas que aplican el procedimiento de resolución de ecuaciones incompletas de segundo grado.

En la primera escena el usuario puede analizar la resolución de ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$ que se generan al azar al pulsar un control.

En la segunda escena, los alumnos y las alumnas pueden analizar la resolución de ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$, también generadas al azar.

Finalmente, se incluye una escena en la que se proponen ecuaciones de segundo grado incompletas que el alumnado puede resolver e introducir la respuesta para comprobar si el resultado obtenido es correcto.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 110

23. Resolvemos:

a) $x = 0$

b) $x = 0$

24. Son ecuaciones de segundo grado incompletas ($c = 0$):

a) $x(x - 15) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 15 = 0 \rightarrow x = 15 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 0$, $x = 15$

b) $x(x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 9 = 0 \rightarrow x = -9 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 0$, $x = -9$

c) $x(x - 13) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 13 = 0 \rightarrow x = 13 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 0$, $x = 13$

25. Al ser de la forma $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$), se puede poner como producto de dos factores igualados a cero:

$x \cdot (ax + b) = 0$,

siendo uno de los factores x, de manera que 0 multiplicado por cualquier número es 0.

26. Son ecuaciones de segundo grado incompletas ($b = 0$):

a) $x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

b) $9 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

c) $2x^2 = 32 \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{32}{2}} = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 4$, $x_2 = -4$

d) $16 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 4$, $x_2 = -4$

27. Se trata de ecuaciones de segundo grado en forma de producto:

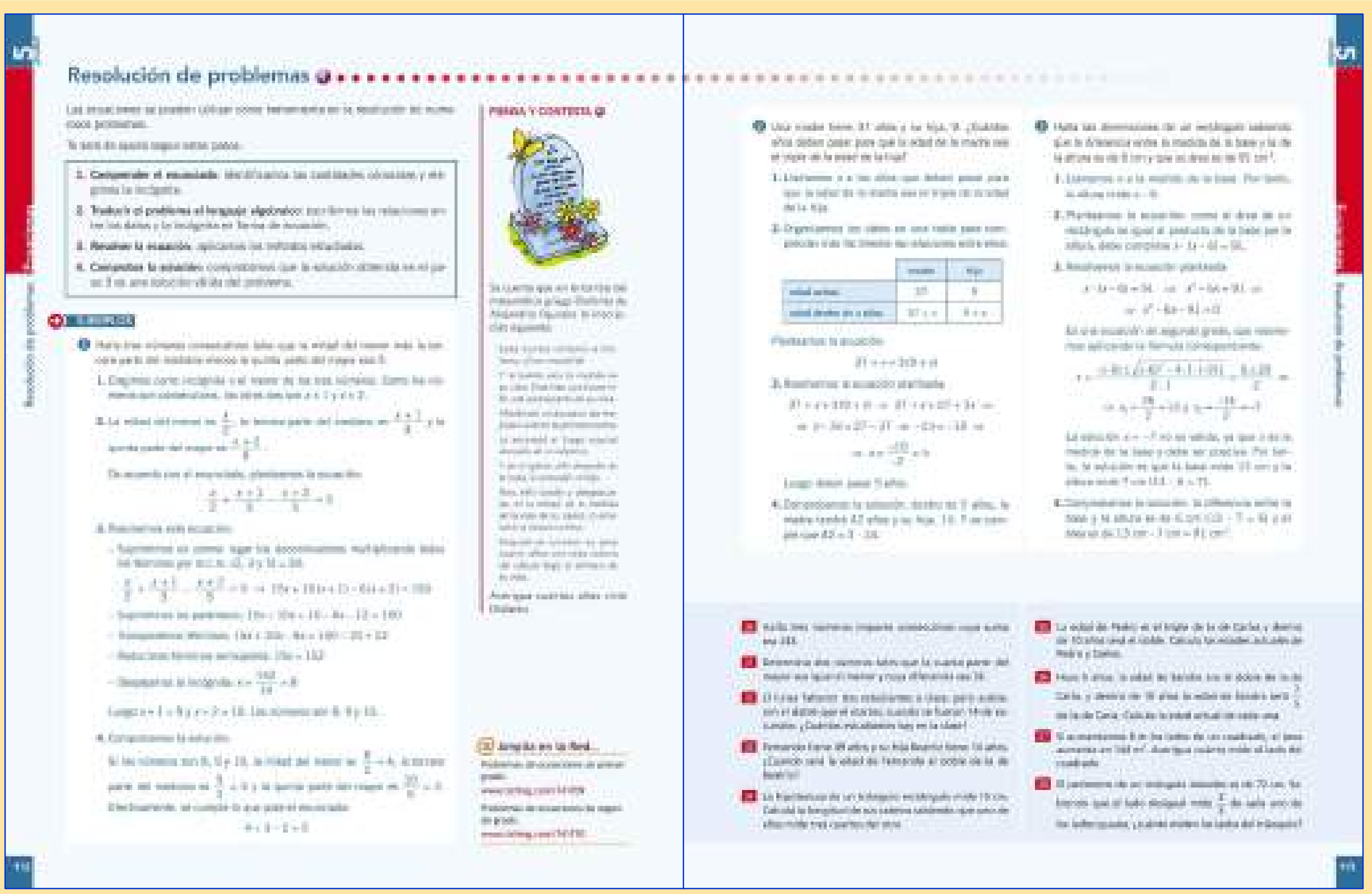
a) $(x - 3)(x - 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$, $x_2 = 9$

b) $(x - 5)(x + 11) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \\ x + 11 = 0 \rightarrow x = -11 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 5$, $x_2 = -11$

(Continúa en la página 5-36 de la guía)


Resolución de problemas

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

■ Comenzaremos este apartado repasando el método general de resolución de problemas estudiado en temas anteriores, y adaptándolo al caso en que tengamos ecuaciones. Luego preguntaremos:

– *¿Cómo expresamos la relación entre los datos y la incógnita?*

– *¿Son válidas todas las soluciones de la ecuación para el problema que queremos resolver?*

Analizaremos ahora el primero de los ejemplos, identificando cada una de las fases expuestas en la introducción:

– *¿Se podía haber elegido otra incógnita?*

– *¿De qué tipo es la ecuación que hemos obtenido en el paso 2?*

– *¿Cómo comprobamos que la solución verifica el enunciado?*

Después pueden leer el documento *Piensa y contesta* y resolver por parejas el reto planteado.

A continuación los alumnos accederán al recurso *@Amplía en la Red* 741709, que incluye una serie de problemas resueltos aplicando la metodología anterior y el uso de ecuaciones de primer grado.

■ Continuaremos leyendo el segundo enunciado y, previamente a observar la resolución expuesta en el libro, lanzaremos estas cuestiones al alumnado con el fin de comprobar su comprensión:

– *¿Cuál es el primer paso para resolver el problema del ejemplo?*

– *¿Cuál es la incógnita?*

– *¿Cómo expresamos los datos en función de dicha incógnita?*

■ Por último, analizaremos el tercero de los ejemplos, en este caso un problema que se resuelve por medio de una ecuación de segundo grado.

– *¿Cuál es nuestra incógnita?*

– *¿Podríamos haber elegido la otra dimensión del rectángulo como incógnita? ¿Cómo expresaríamos en este caso la base y la altura?*

– *¿Qué tipo de ecuación obtenemos?*

– *¿Son válidas las dos soluciones de la ecuación para resolver el problema? Razona tu respuesta.*

Los alumnos pueden acceder ahora al recurso *Tiching* 741710, con el fin de practicar la resolución de problemas con ecuaciones de segundo grado, a traves de más ejemplos resueltos.

Finalmente los alumnos desarrollarán su destreza en la resolución de este tipo de problemas, practicando con los propuestos en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 30 y 31*. Conocer la disciplina y el contenido concreto de la materia relacionada con las ecuaciones para afrontar las actividades.
- *Acts. 32 a 38*. Ser capaz de stablecer relaciones entre los datos del enunciado de las actividades, planificar su resolución y buscar la solución..

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Piensa y contesta*. Interpretar los textos matemáticos para obtener una información.
- *Resolución de problemas*. Afrontar los problemas con creatividad, flexibilidad en los planteamientos y perseverancia en su resolución

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de ampliación 1 consolidará el método de resolución de problemas paso a paso a partir de un problema con una ecuación de primer grado.

✓ La actividad de ampliación 2 consolidará el método de resolución de problemas paso a paso a partir de un problema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para profundizar en la resolución de problemas relacionados con ecuaciones, aconsejamos utilizar el siguiente recurso:

http://www.tiching.com/742788

En esta web se utiliza una ventana interactiva para resolver situaciones problemáticas aplicando ecuaciones de segundo grado que el usuario debe plantear

Inicialmente se explica el proceso de traducción del enunciado a una expresión algebraica y se dan las soluciones de la ecuación correspondiente.

A continguación, los alumnos y las alumnas pueden comprobar las soluciones obtenidas utilizando una escena en la que se representa gráficamente la parábola correspondiente.

Finalmente, podemos pedir al alumnado que realice un esquema de los pasos a seguir para la resolución de problemas en los que se utilizan las ecuaciones como estrategia de resolución.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 112

Piensa y contesta

Utilizaremos los 4 pasos como se nos indica:

1. El enunciado solo hace referencia al total de años que vivió Diofanto como cantidad concreta, que además es nuestra incógnita *x*.
2. El escrito en la tumba nos dirá los años que vivió el matemático, así que en un lado de nuestra igualdad tendremos una sola *x*. Una sexta parte fue niño: *x* / 6, añadimos un doceavo: *x* / 12, se casó después de un séptimo: *x* / 7, cinco años después tiene un hijo: 5, la muerte del niño ocurre en la mitad de la vida de Diofanto: *x* / 2, por último cuatro años depuse de esto él muere: 4. Juntando todos los datos dados llegamos a la ecuación:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

3. Resolvemos la ecuación:

$$x - \frac{x}{6} - \frac{x}{12} - \frac{x}{7} - \frac{x}{2} = 9$$

$$\frac{84x - 14x - 7x - 12x - 42x}{84} = \frac{756}{84}$$

$$9x = 756 \rightarrow x = \frac{756}{9} = 84$$

4. Comprobamos el resultado:

$$\frac{84}{6} + \frac{84}{12} + \frac{84}{7} + 5 + \frac{84}{2} + 4 = 14 + 7 + 12 + 5 + 42 + 4 = 84$$

Así pues Diofanto vivió 84 años.

Página 113

30. Un número impar es de la forma 2x + 1, y los dos siguientes impares son 2x + 3, 2x + 5. Planteamos y resolvemos la ecuación:

(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 243

2x + 2x + 2x = 243 – 1 – 3 – 5

6x = 234

x = 234/6 = 39

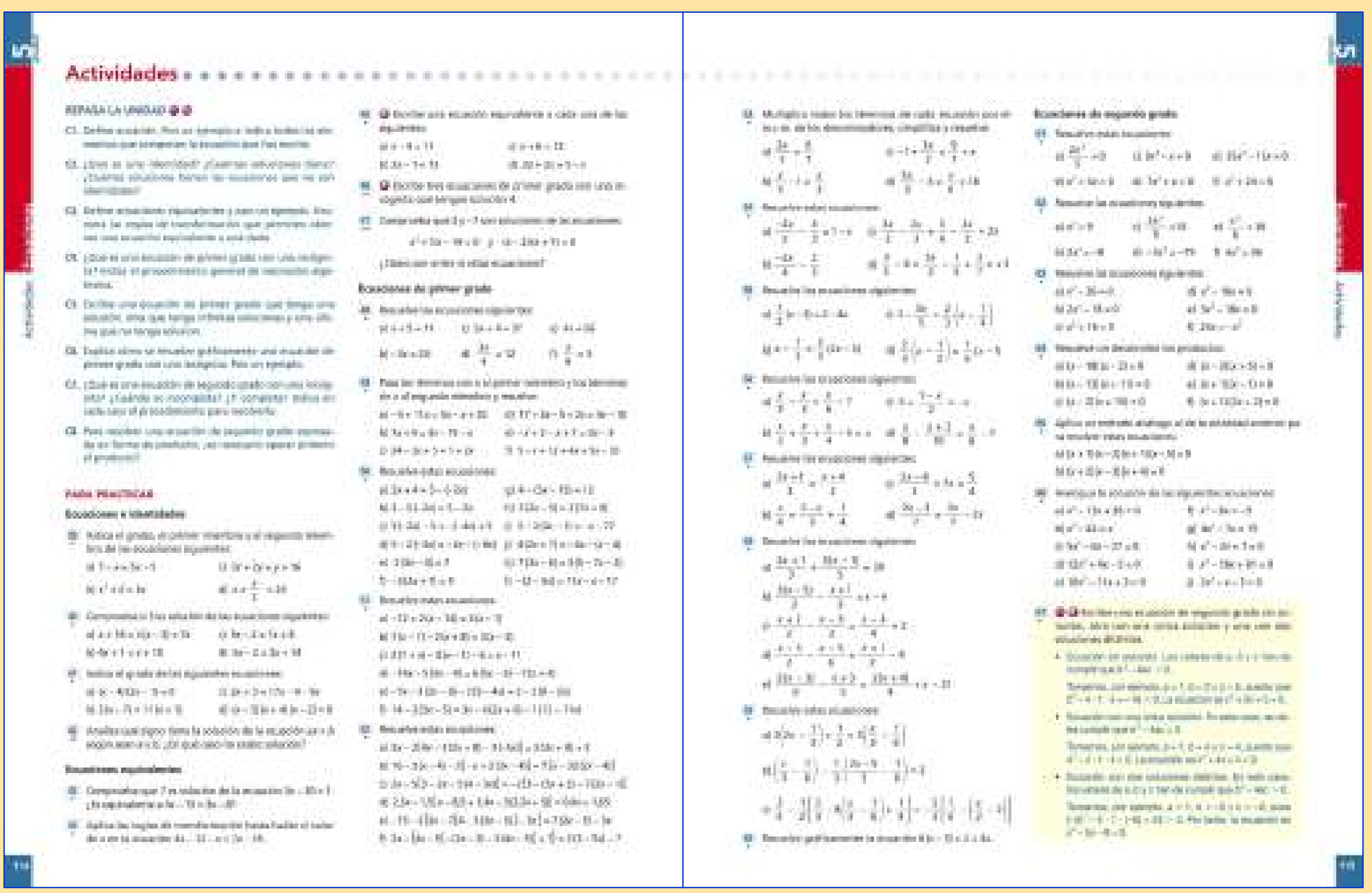
Sustituimos x = 39 en las expresiones iniciales:

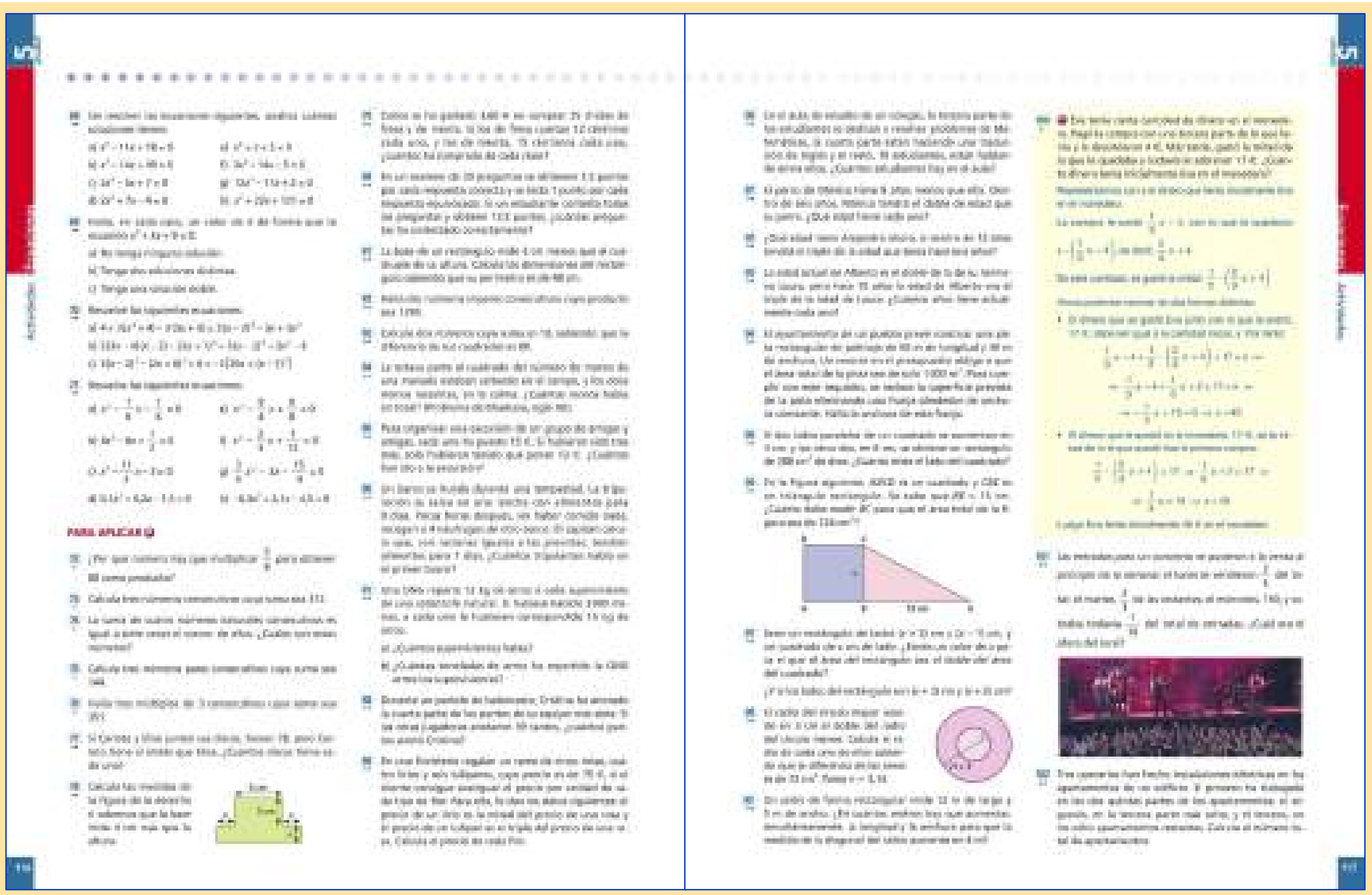
2 · 39 + 1 = 79; 2 · 39 + 3 = 81; 2 · 39 + 5 = 83

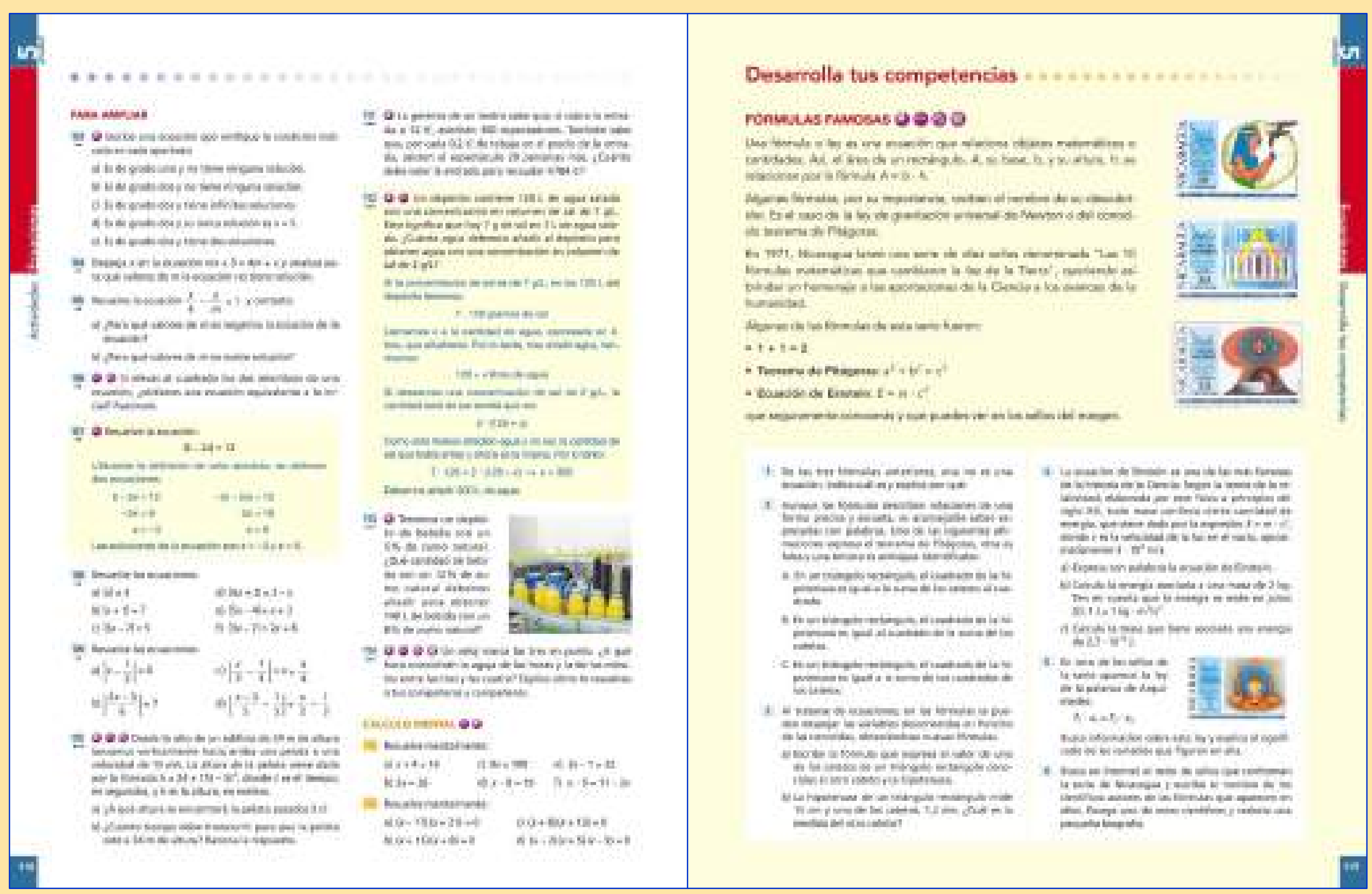
Los tres números impares son: 79, 81 y 83

Comprobamos la solución: son impares y su suma es: 79 + 81 + 83 = 243

(Continúa en la página 5-36 de la guía)


Actividades




PARA AMPLIAR

Desarrolla tus competencias

FÓRMULAS FAMOSAS

CÁLCULO MENTAL


Evaluación de estándares

Estrategia e ingenio

Resumen

Ecuaciones e identidades

Ecuaciones equivalentes

Ecuaciones de primer grado

Ecuaciones de segundo grado

Problemas con ecuaciones

TRABAJAMOS LAS COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad.* Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos en la unidad.
- *Acts. 106, 110 y 114*. Formular y expresar argumentos propios para explicar y justificar la respuesta dada.
- *Desarrolla tus competencias*. Leer y comprender el estímulo y los enunciados de las actividades, generando ideas, hipótesis, supuestos e interrogantes.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad*. Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio.
- *Acts. 67, 100, 106, 107, 110, 112 y 114* y *Desarrolla tus competencias.* Buscar una coherencia global de sus conocimientos al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.
- *Cálculo mental*. Conocer estrategias y técnicas de cálculo mental.
- *Evaluación de estándares*. Ser consciente de las propias capacidades y carencias.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 45, 46, 67*. Establecer relaciones entre los datos de actividades, planificar su resolución y buscar soluciones, evaluando las acciones realizadas.
- *Para aplicar*. Identificar las posibles estrategias y respuestas en la realización de actividades y problemas,, tomando decisiones de manera racional.
- *Acts. 103, 110, 111, 112, 113 y 114*. Realizar los ejercicios siendo creativo, flexible en los planteamientos y perseverante en su resolución.
- *Cálculo mental*. Buscar formas de resolución utilizando cálculo mental de manera creativa.
- *Desarrolla tus competencias*. Aplicar diferentes habilidades de pensamiento, perceptivas y comunicativas y ser capaz de aplicar diferentes técnicas en el diseño de proyectos.
- *Evaluación de estándares, acts. 3, 8, 9 y 10*. Trabajar la confianza en uno mismo y el espíritu de superación.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Desarrolla tus competencias*. Buscar, analizar, seleccionar y manejar información en Internet.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Act. 114*. Desarrollar la capacidad de trabajar en grupo, exponinendo oralmente la resolución de una actividad.

ACTIVIDADES FINALES

- En las *Actividades* se proponen una colección de actividades que cubren y amplían todos los contenidos desarrollados a lo largo de esta unidad didáctica, tanto desde un punto de vista teórico como práctico.
- La sección *Desarrolla…* persigue ofrecer al alumnado una visión más amplia del uso de las ecuaciones en otras ramas de la ciencia. Plantea una serie de retos que los alumnos tienen que ir solventando, favoreciendo su iniciativa y el uso de otros recursos a la hora de resolver cuestiones diferentes.
- En *Evaluación…* los alumnos podrán comprobar su dominio del tema que nos ocupa, a través de una serie de actividades que repasan los principales conceptos y procedimientos estudiados a lo largo de la unidad. De esta manera detectarán sus carencias y fortalezas en estos contenidos.
- *Estrategia e ingenio* propone a los alumnos un desafío, con el fin de estimularlos a pensar e idear nuevos métodos de enfrentarse a un problema o un juego.
- El objetivo de la sección *Resumen* es recopilar las principales ideas estudiadas a lo largo de la unidad. Servirá al alumnado como guía donde repasar todos los contenidos del tema y su interrelación, de manera estructurada facilitando el aprendizaje.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 114

C1. Actividad personal. A modo de ejemplo. Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Por ejemplo $3x + 4 = x - 1$ es una ecuación de grado 1, con incógnita x, cuyo primer miembro es la expresión $3x + 4$, y su segundo miembro $x - 1$.

C2. Una identidad es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que se verifica para cualquier valor que se dé a las incógnitas. Tienen infinitas soluciones. Las ecuaciones que no son identidades tienen como máximo tantas soluciones como su grado.

C3. Actividad personal. A modo de ejemplo: Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

Por ejemplo las ecuaciones $x + 1 = 3$, y $x + 2 = 4$ son equivalentes.

Las reglas son las siguientes:

Regla 1: Al sumar o restar un mismo número o expresión polinómica a los dos miembros de una ecuación, se obtiene una ecuación equivalente.

Regla 2: Al multiplicar o dividir los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

C4. Una ecuación de primer grado con una incógnita es aquella que después de aplicarle las reglas de transformación que permiten transformarla en otra ecuación equivalente, es de la forma ax = b.

El procedimiento general de resolución es el siguiente:

1. Eliminamos los paréntesis si los hay.
2. Suprimimos los denominadores, si los hay, multiplicando por el m.c.m. de los denominadores.
3. Transponemos términos.
4. Reducimos los términos semejantes.
5. Despejamos la incógnita.

C5. Actividad personal. A modo de ejemplo: Ecuación de primer grado con una solución: x + 6 = 9

Ecuación de primer grado con infinitas soluciones:

3x + 2 + x = 4x + 2

Ecuación de primer grado sin solución:

x + x + 6 = 2x – 1

C6. Actividad personal. A modo de ejemplo: Para resolver gráficamente seguimos los siguientes pasos:

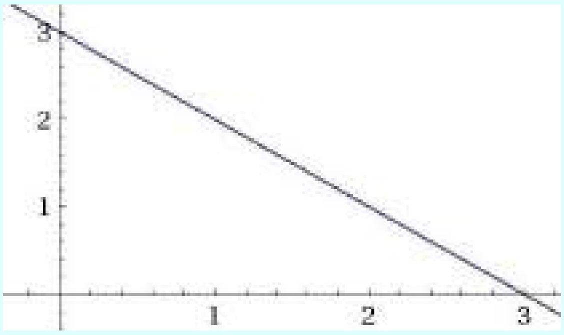
1. Aplicamos las reglas de transformación hasta llegar a una expresión de la forma ax – b = 0
2. Representamos la recta y = ax – b, dando dos valores arbitrarios a *x*, obteniendo los corres-pondientes dos valores de *y*, y señalando los puntos obtenidos en unos ejes cartesianos
3. La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación.

Por ejemplo:

2x + 5 = 3x + 2 2x – 3x = 2 – 5 – x = – 3 – x + 3 = 0

Representamos la recta y = – x + 3 utilizando una tabla de valores, dando dos valores a *x* arbitrarios, y calculando sus respectivos valores de *y*:

Para x = 0, y = 3; para x = 1, y = 2



La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación, x = 3.

C7. Una ecuación con una incógnita es de segundo grado si se puede escribir en la forma:

$ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$

Es incompleta cuando alguno de los coeficientes b o c, o ambos, son iguales a cero; y es completa si los coeficientes a, b y c son diferentes de cero.
Para resolver las ecuaciones incompletas distinguimos tres casos:

Caso 1: b = c = 0

Es de la forma $ax^2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{0}{a} = 0 \rightarrow x = \sqrt{0} = 0$

La solución de estas ecuaciones es siempre x = 0

Caso 2: c = 0

Es de la forma $ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0$

Extrayendo factor común, se igualan a cero ambos factores:

$$\begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son x = 0 y x = –b/a

Caso 3: b = 0

Es de la forma $ax^2 + c = 0 \rightarrow ax^2 = -c$

$$x^2 = -\frac{c}{a} \rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Si el radicando es negativo, la ecuación no tiene solución. Si el radicando es positivo, hay dos solu-ciones. Para las ecuaciones completas, con $a,b,c \neq 0$, las soluciones se obtienen utilizando la expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

C8. No es necesario desarrollar el producto, basta igualar a cero cada factor y despejar la incógnita.

39. Las respuestas son:

a) Grado 1, primer miembro 7 – x, segundo miembro 5x – 5

b) Grado 2, primer miembro $x^2 + 4$, segundo miembro 3x

c) Grado 1, primer miembro 3x + 2y, segundo miembro y + 16

d) Grado 1, primer miembro x + x/2, segundo miembro 24

40. Se trata de comprobar si al sustituir x = 3 se cumple la igualdad:

a) 3 + 18 = 21

2(3 – 3) + 7 · 3 = 2 · 0 + 21 = 21; Sí es solución.

b) 4 · 3 + 1 = 13

3 + 10 = 13; Sí es solución.

c) 5 · 3 – 2 = 15 – 2 = 13

7 · 3 + 8 = 21 + 8 = 28; No es solución.

d) 5 · 3 – 2 = 15 – 2 = 13

3 · 3 + 14 = 9 + 14 = 23; No es solución.

41. El grado en cada caso es:

a) Grado 2 b) Grado 1 c) Grado 1 d) Grado 3

42. La solución de la ecuación ax = b es el cociente que se obtiene despejando, x = b / a.

Si a y b tienen el mismo signo, la solución es positiva.

Si a y b tienen distinto signo, la solución es negativa.

Si b = 0 y $a \neq 0$, la solución es x = 0.

Si a = 0, no tiene solución.

43. Sustituimos x = 7 en la ecuación 3x – 20 = 1 y comprobamos si se cumple la igualdad:

$3 \cdot 7 - 20 = 21 - 21 = 1$, luego Sí es solución.

Ahora comprobamos si x = 7 también es solución de la ecuación 4x – 15 = 3x – 8:

$4 \cdot 7 - 15 = 28 - 15 = 13$

$3 \cdot 7 - 8 = 21 - 8 = 13$; Sí es equivalente

44. Aplicamos las reglas de transformación en la ecuación 4x – 12 – x = 7x – 16:

Transponemos los términos: 4x – x – 7x = – 16 + 12

Reducimos los términos semejantes: – 4x = – 4

Despejamos la incógnita: $x = \dfrac{-4}{-4} = 1$

45. Actividad personal. A modo de ejemplo: Tratamos de buscar ecuaciones que tengan la misma solución:

a) $x - 4 = 11 \Leftrightarrow x + 1 = 16$ (las dos ecuaciones tienen solución x = 15)

b) $2x - 1 = 13 \Leftrightarrow x - 1 = 6$ (las dos ecuaciones tienen solución x = 7)

c) $x + 6 = 12 \Leftrightarrow 2x = 12$ (las dos ecuaciones tienen solución x = 6)

d) $32 + 2x = 5 - x \Leftrightarrow x + 1 = -8$ (las dos ecuaciones tienen solución x = – 9)

46. Actividad personal. A modo de ejemplo: Estas tres ecuaciones son de primer grado con una incógnita y con solución 4:

x – 4 = 0;   2x + 1 = 9;   7 – x = 2x – 5

47. Comprobamos si sustituyendo x = 2, x = – 7 en las ecuaciones, se cumplen las igualdades:

En la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0$:

$x = 2 \rightarrow 2^2 + 5 \cdot 2 - 14 = 4 + 10 - 14 = 14 - 14 = 0$; Sí es solución.

$x = -7 \rightarrow (-7)^2 + 5 \cdot (-7) - 14 = 49 - 35 - 14 =$
$= 49 - 49 = 0$; Sí es solución.

En la ecuación: (x – 2)(x + 7) = 0:

$x = 2 \rightarrow (2 - 2)(2 + 7) = 0 \cdot 9 = 0$; Sí es solución.

$x = -7 \rightarrow (-7 - 2)(-7 + 7) = -9 \cdot 0 = 0$; Sí es solución.

Ambas ecuaciones son por tanto equivalentes.

48. Resolvemos:

a) x = 11 – 5 = 6

b) $x = \dfrac{24}{-3} = -8$

c) $3x = 37 - 4 = 33 \rightarrow x = \dfrac{33}{3} = 11$

d) $3x = 12 \cdot 4 = 48 \rightarrow x = \dfrac{48}{3} = 16$

e) $x = \dfrac{56}{4} = 14$

f) $x = 5 \cdot 8 = 40$

49. Las soluciones son:

a) $11x - 5x + x = 32 + 4 \rightarrow 7x = 36 \rightarrow x = \dfrac{36}{7}$

b) $7x - 3x + x = -15 - 5 \rightarrow 5x = -20$

$x = \dfrac{-20}{5} = -4$

c) $-3x - 2x = 1 - 24 - 5 \rightarrow -5x = -28$

$x = \dfrac{-28}{-5} = \dfrac{28}{5}$

d) $3x + 2x - 4x = -10 + 5 - 17 \rightarrow x = -22$

e) $-x - x - 3x = -3 - 7 - 2 \rightarrow -5x = -12$

$x = \dfrac{-12}{-5} = \dfrac{12}{5}$

f) $-x + 4x - 5x = -33 - 5 - 12 \rightarrow -2x = -50$

$x = \dfrac{-50}{-2} = 25$

50. Resolvemos:

a) $2x + 4 = 5 + 2x \rightarrow 2x - 2x = 5 - 4$

0x = 1; No tiene solución.

b) $3 + 10x = 5 - 2x \rightarrow 10x + 2x = 5 - 3 \rightarrow 12x = 2$

$x = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

c) $-6x - 5 = 4x + 5 \rightarrow -6x - 4x = 5 + 5 \rightarrow -10x = 10$

$x = \dfrac{10}{-10} = -1$

d) $5 + 6x = -2x + 8x \rightarrow 6x + 2x - 8x = -5$

0x = – 5; No tiene solución.

e) $6x - 8 = 7 \rightarrow 6x = 7 + 8 \rightarrow 6x = 15$

$x = \dfrac{15}{6} = \dfrac{5}{2}$

f) $-6x - 21 = 9 \rightarrow -6x = 9 + 21 \rightarrow -6x = 30$

$x = \dfrac{30}{-6} = -5$

g) $4 - 5x + 15 = 12 \rightarrow -5x = 12 - 4 - 15 \rightarrow -5x = -7$

$x = \dfrac{-7}{-5} = \dfrac{7}{5}$

h) $14x - 35 = 14x + 18 \rightarrow 14x - 14x = 18 + 35$

0x = 53; No tiene solución.

i) $5 - 6x + 2 = -x - 77 \rightarrow -6x + x = -77 - 5 - 2$

$-5x = -84 \rightarrow x = \dfrac{-84}{-5} = \dfrac{84}{5}$

j) $8x + 28 = -4x - x + 4 \rightarrow 8x + 4x + x = 4 - 28$

$13x = -24 \rightarrow x = \dfrac{-24}{13} = -\dfrac{24}{13}$

k) $21x - 42 = 15 - 21x - 6 \rightarrow 21x + 21x = 15 - 6 + 42$

$42x = 51 \rightarrow x = \dfrac{51}{42}$

l) $-2 + 5x = 11x - x - 17 \rightarrow 5x - 11x + x = -17 + 2$

$-5x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{-5} = 3$

51. Las soluciones son:

a) $-12 + 2x - 28 = 3x - 3 \rightarrow 2x - 3x = 12 + 28 - 3$

$-x = 37 \rightarrow x = -37$

b) $7x - 7 - 2x - 16 = 3x - 9$

$7x - 2x - 3x = 7 + 16 - 9 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$

c) $2 + 2x - 3x + 3 - 6 = x - 11$

$2x - 3x - x = 6 - 3 - 2 - 11 \rightarrow -2x = -10$

$x = \frac{-10}{-2} = 5$

d) $-14x - 15x + 20 = 30x - 18 - 7x - 28$

$-14x - 15x - 30x + 7x = -18 - 28 - 20$

$-52x = -66 \rightarrow x = \frac{-66}{-52} = \frac{33}{26}$

e) $-7x - 6x + 27 - 10 + 8x = 3 - 18 + 4x$

$-7x - 6x + 8x - 4x = 3 - 18 - 27 + 10$

$-9x = -32 \rightarrow x = \frac{-32}{-9} = \frac{32}{9}$

f) $14 - 6x + 10 = 3x - 8x - 24 - 84 + 77x$

$-6x - 3x + 8x - 77x = -24 - 84 - 10 - 14$

$-78x = -132 \rightarrow x = \frac{-132}{-78} = \frac{22}{13}$

52. Resolvemos las ecuaciones:

a) $3x - 2[4x - 6x - 24 + 15x] = 6x + 16 + 3$

$3x - 8x + 12x + 48 - 30x = 6x + 16 + 3$

$3x - 8x + 12x - 30x - 6x = 16 + 3 - 48$

$-29x = -29 \rightarrow x = 1$

b) $16 - 2x + 8 - 3[-x + 6x - 8] = 7[x - 64x + 128]$

$24 - 2x + 3x - 18x + 24 = 7x - 448x + 896$

$-2x + 3x - 18x - 7x + 448x = 896 - 24 - 24$

$424x = 848 \rightarrow x = \frac{848}{424} = 2$

c) $2x - 5[3 - 2x - 20 + 15x] = -2[3 - 5x - 2 - 14x + 7]$

$2x - 15 + 10x + 100 - 75x = -6 + 10x + 4 + 28x - 14$

$2x + 10x - 75x - 10x - 28x = -6 + 4 - 14 - 100 + 15$

$-101x = -101 \rightarrow x = 1$

d) $2{,}5x - 1{,}5[x - 8{,}5 + 1{,}4x - 6{,}6x - 15] = 0{,}4x + 1{,}65$

$2{,}5x - 1{,}5x + 12{,}75 - 2{,}1x + 9{,}9x + 22{,}5 = 0{,}4x + 1{,}65$

$2{,}5x - 1{,}5x - 2{,}1x + 9{,}9x - 0{,}4x = 1{,}65 - 22{,}5 - 12{,}75$

$8{,}4x = -33{,}6 \rightarrow x = \frac{-33{,}6}{8{,}4} = -4$

e) $-13 - 2\{2x - 7[4 - 6x + 15)] - 3x\} = 14x - 35 - 3x$

$-13 - 2\{2x - 28 + 42x - 105 - 3x\} = 11x - 35$

$-13 - 4x + 56 - 84x + 210 + 6x = 11x - 35$

$-4x - 84x + 6x - 11x = -35 + 13 - 56 - 210$

$-93x = -288 \rightarrow x = \frac{-288}{-93} = \frac{96}{31}$

f) $2x - \{4x - 5[-2x + 3 - 12x + 15] + 7\} = 6 - 10x - 7$

$2x - 4x - 10x + 15 + 60x + 75 - 7 = -1 - 10x$

$2x - 4x - 10x + 60x + 10x = -1 + 7 - 75 - 15$

$58x = -84 \rightarrow x = \frac{-84}{58} = -\frac{42}{29}$

Página 115

53. Multiplicamos por el m.c.m. y resolvemos:

a) $35 \cdot \frac{2x}{5} = 35 \cdot \frac{6}{7} \rightarrow 14x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$

b) $6 \cdot \frac{x}{3} - 6 = 6 \cdot \frac{x}{2} \rightarrow 2x - 6 = 3x \rightarrow 2x - 3x = 6$

$x = -6$

c) $-14 + 14 \cdot \frac{3x}{2} = 14 \cdot \frac{9}{7} + 14x$

$-14 + 21x = 18 + 14x \rightarrow 21x - 14x = 18 + 14$

$7x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{7}$

d) $6 \cdot \frac{5x}{2} - 6 \cdot 3 = 6 \cdot \frac{x}{6} + 6 \cdot 187 \rightarrow 15x - 18 = x + 1122$

$15x - x = 1122 + 18 \rightarrow 14x = 1140$

$x = \frac{1140}{14} = \frac{570}{7}$

54. Resolvemos:

a) $15 \cdot \frac{3x}{5} - 15 \cdot \frac{4}{3} = 15 - 15x \rightarrow 9x - 20 = 15 - 15x$

$24x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{24}$

b) $12 \cdot \frac{-2x}{4} - 12 \cdot \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{7x}{2} - 12 \cdot \frac{1}{4}$

$-6x - 8 = 42x - 3 \rightarrow -48x = 5 \rightarrow x = -\frac{5}{48}$

c) $30 \cdot \frac{3x}{2} - 30 \cdot \frac{2x}{3} - 30 \cdot \frac{5}{6} = 30 \cdot \frac{3x}{2} - 30 \cdot \frac{1}{5} + 30 \cdot 2x$

$45x - 20x - 25 = 45x - 6 + 60x \rightarrow -80x = 19$

$x = -\frac{19}{80}$

d) $70 \cdot \frac{3}{5} - 70 \cdot 4 = 70 \cdot \frac{3x}{2} - 70 \cdot \frac{1}{5} + 70 \cdot \frac{3x}{7} + 70 \cdot 5$

$42 - 280 = 105x - 14 + 30x + 350$

$-574 = 135x \rightarrow x = -\frac{574}{135}$

55. Resolvemos las ecuaciones:

a) $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x - 3) = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4x \rightarrow x - 3 = 4 - 8x$

$9x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{9}$

b) $x - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3} \rightarrow x\left(1 - \frac{4}{3}\right) = -\frac{10}{3} + \frac{1}{3}$

$3 = \frac{1}{3}x \rightarrow x = 9$

c) $2 - \frac{3x}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{2}{12}$

$60 \cdot 2 - 60 \cdot \frac{3x}{5} = 60 \cdot \frac{2x}{3} - 60 \cdot \frac{2}{12}$

$120 - 36x = 40x - 10 \rightarrow -76x = -130$

$x = \frac{-130}{-76} = \frac{65}{38}$

d) $\frac{2x}{3} - \frac{2}{6} = \frac{x}{6} - \frac{1}{6} \rightarrow 6 \cdot \frac{2x}{3} - 6 \cdot \frac{2}{6} = 6 \cdot \frac{x}{6} - 6 \cdot \frac{1}{6}$

$4x - 2 = x - 1 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

56. Las soluciones son:

a) $18 \cdot \frac{x}{9} - 18 \cdot \frac{x}{3} = 18 \cdot \frac{x}{6} - 18 \cdot 7$

$2x - 6x = 3x - 126 \rightarrow -7x = -126$

$x = \frac{-126}{-7} = 18$

b) $12 \cdot \frac{x}{2} + 12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot \frac{x}{4} - 12 \cdot 5 = 12x$

$6x + 4x + 3x - 60 = 12x \rightarrow x = 60$

c) $2 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{1-x}{2} = -2x \rightarrow 6 + 1 - x = -2x$

$x = -7$

d) $120 \cdot \frac{x}{8} - 120 \cdot \frac{x+2}{10} = 120 \cdot \frac{x}{6} - 120 \cdot 7$

$15x - 12x - 24 = 15x - 840 \rightarrow -17x = -816$

$x = \frac{-816}{-17} = 48$

57. Resolvemos:

a) $6 \cdot \frac{2x+1}{3} = 6 \cdot \frac{x+4}{2} \rightarrow 2(2x+1) = 3(x+4)$

$4x + 2 = 3x + 12 \rightarrow x = 10$

b) $12 \cdot \frac{x}{4} = 12 \cdot \frac{2-x}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} \rightarrow 3x = 4(2-x) + 3$

$3x = 8 - 4x + 3 \rightarrow 7x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{7}$

c) $12 \cdot \frac{2x-8}{3} + 12 \cdot 7x = 12 \cdot \frac{5}{4}$

$4(2x-8) + 84x = 15 \rightarrow 8x - 32 + 84x = 15$

$92x = 37 \rightarrow x = \frac{37}{92}$

d) $7 \cdot \frac{2x-3}{7} = 7 \cdot \frac{3x}{7} - 7 \cdot 2x \rightarrow 2x - 3 = 3x - 14x$

$13x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{13}$

58. Las soluciones quedan:

a) $\frac{2x+1}{3} + \frac{3x-3}{5} = 20$

$15 \cdot \frac{2x+1}{3} + 15 \cdot \frac{3x-3}{5} = 15 \cdot 20$

$5(2x+1) + 3(3x-3) = 300$

$10x + 5 + 9x - 9 = 300 \rightarrow 19x = 304$

$x = \frac{304}{19} = 16$

b) $\frac{3x-15}{2} - \frac{x+1}{3} = x - 6$

$6 \cdot \frac{3x-15}{2} - 6 \cdot \frac{x+1}{3} = 6x - 6 \cdot 6$

$3(3x-15) - 2(x+1) = 6x - 36$

$9x - 45 - 2x - 2 = 6x - 36 \rightarrow x = 11$

c) $12 \cdot \frac{x+2}{2} - 12 \cdot \frac{x-3}{3} = 12 \cdot \frac{x-4}{4} + 12 \cdot 2$

$6(x+2) - 4(x-3) = 3(x-4) + 24$

$6x + 12 - 4x + 12 = 3x - 12 + 24$

$-x = -12 \rightarrow x = 12$

d) $6 \cdot \frac{x-3}{2} - 6 \cdot \frac{x-5}{6} = 6 \cdot \frac{x+1}{2} - 6 \cdot 4$

$3(x-3) - x + 5 = 3(x+1) - 24$

$3x - 9 - x + 5 = 3x + 3 - 24$

$-x = -17 \rightarrow x = 17$

e) $\frac{2x-6}{9} - \frac{x+3}{5} = \frac{2x+8}{4} + x - 21$

$180 \cdot \left(\frac{2x-6}{9} - \frac{x+3}{5}\right) = 180 \cdot \left(\frac{2x+8}{4} + x - 21\right)$

$20(2x-6) - 36(x+3) = 45(2x+8) + 180x - 3780$

$40x - 120 - 36x - 108 = 90x + 360 + 180x - 3780$

$-266x = -3192 \rightarrow x = \frac{-3192}{-266} = 12$

59. Resolvemos las ecuaciones:

a) $4x - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5x}{3} - \frac{5}{6}$

$6 \cdot 4x - 6 \cdot \frac{2}{3} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \frac{5x}{3} - 6 \cdot \frac{5}{6}$

$24x - 4 + 3 = 10x - 5 \rightarrow 14x = -4$

$x = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}$

b) $\frac{x}{3} + \frac{1}{6} - \frac{2x-5}{9} + \frac{1}{18} = 2$

$$18\cdot\frac{x}{3}+18\cdot\frac{1}{6}-18\cdot\frac{2x-5}{9}+18\cdot\frac{1}{18}=18\cdot 2$$

$$6x+3-2(2x-5)+1=36$$

$$6x+3-4x+10+1=36 \;\rightarrow\; 2x=22$$

$$x=\frac{22}{2}=11$$

c) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}-\frac{8x}{3}+\frac{8}{6}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{5}\left(\frac{1}{6}-\frac{x}{2}+2\right)$

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{6}+\frac{8x}{6}-\frac{8}{12}-\frac{1}{8}=-\frac{3}{30}+\frac{3x}{10}-\frac{6}{5}$$

$$120\cdot\frac{3}{4}-120\cdot\frac{2}{6}+120\cdot\frac{8x}{6}-120\cdot\frac{8}{12}-120\cdot\frac{1}{8}=$$

$$=-120\cdot\frac{3}{30}+120\cdot\frac{3x}{10}-120\cdot\frac{6}{5}$$

$$90-40+160x-80-15=-12+36x-144$$

$$124x=-111 \;\rightarrow\; x=-\frac{111}{124}$$

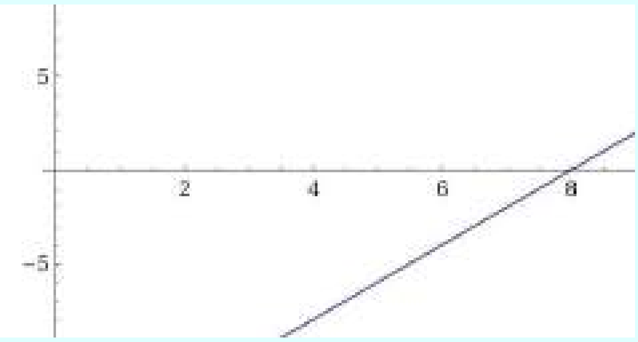
60. Transformamos la ecuación hasta llegar a una expresión de la forma ax – b = 0:

6x – 18 + 2 = 4x → 6x – 4x – 18 + 2 = 0

2x – 16 = 0

Representamos la recta y = 2x – 16 utilizando una tabla, dando dos valores a *x* arbitrarios, y calculando sus respectivos valores de *y*:

x	y
5	–6
6	–4



La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación, x = 8.

61. Resolvemos estas ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $5\cdot\frac{2x^2}{5}=5\cdot 0 \rightarrow 2x^2=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{0}=0$

b) $x(x+5)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+5=0 \rightarrow x=-5 \end{cases}$

Las soluciones son: $x_1 = 0$ y $x_2 = -5$

c) $x(9x-1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 9x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{9} \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = 1/9$

d) $x(7x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 7x+1=0 \rightarrow x=-\frac{1}{7} \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = -1/7$

e) $5x(5x-3)=0 \rightarrow \begin{cases} 5x=0 \rightarrow x=0 \\ 5x-3=0 \rightarrow x=\frac{3}{5} \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = 3/5$

f) $x^2=-24 \rightarrow x=\pm\sqrt{-24}$

La ecuación no tiene solución, porque el radicando es negativo.

62. Son ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

b) $x^2=\frac{-8}{2}=-4 \rightarrow x=\pm\sqrt{-4}$

La ecuación no tiene solución, porque el radicando es negativo.

c) $5\cdot\frac{2x^2}{5}=5\cdot 10 \;\rightarrow\; 2x^2=50 \;\rightarrow\; x^2=\frac{50}{2}=25$

$x=\pm\sqrt{25}=\pm 5$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 5$ y $x_2 = -5$

d) $x^2=\frac{-75}{-3}=25 \rightarrow x=\pm\sqrt{25}=\pm 5$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 5$ y $x_2 = -5$

e) $9\cdot\frac{x^2}{9}=9\cdot 36 \;\rightarrow\; x^2=324 \;\rightarrow\; x=\pm\sqrt{324}=\pm 18$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 18$ y $x_2 = -18$

f) $x^2=\frac{36}{4}=9 \rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

63. Se trata de ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2=36 \rightarrow x=\pm\sqrt{36}=\pm 6$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 6$ y $x_2 = -6$

b) $2x^2=18 \;\rightarrow\; x^2=\frac{18}{2}=9 \;\rightarrow\; x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

c) $x^2=-16 \rightarrow x=\pm\sqrt{-16}$

La ecuación no tiene solución, porque el radicando es negativo.

d) $x(x-18)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-18=0 \rightarrow x=18 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = 18$

e) $3x(x-6)=0 \rightarrow \begin{cases} 3x=0 \rightarrow x=0 \\ x-6=0 \rightarrow x=6 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = 6$

f) $x^2 + 24x = 0$

$$x(x+24) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 24 = 0 \rightarrow x = -24 \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$ y $x_2 = -24$

64. Resolvemos estas ecuaciones en forma de producto:

a) $(x - 18)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 18 = 0 \Rightarrow x = 18 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 18$, $x_2 = 2$

b) $(x - 13)(x + 11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 13 = 0 \Rightarrow x = 13 \\ x + 11 = 0 \Rightarrow x = -11 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 13$, $x_2 = -11$

c) $(x - 2)(x + 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 15 = 0 \Rightarrow x = -15 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 2$, $x_2 = -15$

d) $(x - 3)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$, $x_2 = -5$

e) $(x + 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

f) $(x + 1)(2x + 2) = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = \dfrac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

En este caso la solución de la ecuación es doble, y es $x = -1$

65. Resolvemos estas ecuaciones en forma de producto:

a) $(x + 1)(x - 2)(x + 1)(x - 5) = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = -1$ (doble), $x_2 = 2$, $x_3 = 5$

b) $(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

Las soluciones de esta ecuación son $x_1 = -2$, $x_2 = 3$, $x_3 = -4$

66. Resolvemos estas ecuaciones de segundo grado:

a) $x = \dfrac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \dfrac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} =$

$= \dfrac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{13 \pm 5}{2}$

$x_1 = \dfrac{13+5}{2} = \dfrac{18}{2} = 9$; $x_2 = \dfrac{13-5}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$

b) $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42)}}{2 \cdot 1} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} =$

$= \dfrac{1 \pm \sqrt{169}}{2} = \dfrac{1 \pm 13}{2}$

$x_1 = \dfrac{1+13}{2} = \dfrac{14}{2} = 7$; $x_2 = \dfrac{1-13}{2} = \dfrac{-12}{2} = -6$

c) $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-27)}}{2 \cdot 5} = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 + 540}}{10} =$

$= \dfrac{6 \pm \sqrt{576}}{10} = \dfrac{6 \pm 24}{10}$

$x_1 = \dfrac{6+24}{10} = \dfrac{30}{10} = 3$; $x_2 = \dfrac{6-24}{10} = \dfrac{-18}{10} = -\dfrac{9}{5}$

d) $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-5)}}{2 \cdot 12} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 + 240}}{24} =$

$= \dfrac{-4 \pm \sqrt{256}}{24} = \dfrac{-4 \pm 16}{24}$

$x_1 = \dfrac{-4+16}{24} = \dfrac{12}{24} = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{-4-16}{24} = \dfrac{-20}{24} = -\dfrac{5}{6}$

e) $x = \dfrac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 10 \cdot 3}}{2 \cdot 10} = \dfrac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{20} =$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{1}}{20} = \dfrac{11 \pm 1}{20}$

$x_1 = \dfrac{11+1}{20} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$; $x_2 = \dfrac{11-1}{20} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$

f) $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} =$

$= \dfrac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \dfrac{6 \pm 0}{2} = 3$

La solución es doble.

g) $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15)}}{2 \cdot 4} = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 240}}{8} =$

$= \dfrac{7 \pm \sqrt{289}}{8} = \dfrac{7 \pm 17}{8}$

$x_1 = \dfrac{7+17}{8} = \dfrac{24}{8} = 3$; $x_2 = \dfrac{7-17}{8} = \dfrac{-10}{8} = -\dfrac{5}{4}$

h) $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 28}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{-24}}{2}$

No tiene solución.

i) $x = \dfrac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} = \dfrac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} =$

$= \dfrac{18 \pm \sqrt{0}}{2} = \dfrac{18 \pm 0}{2} = 9$

La solución es doble.

j) $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-3)}}{2\cdot 2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} =$

$= \dfrac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \dfrac{1 \pm 5}{4}$

$x_1 = \dfrac{1+5}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$; $x_2 = \dfrac{1-5}{4} = \dfrac{-4}{4} = -1$

67. Actividad resuelta en el libro.

Página 116

68. Tenemos en cuenta la expresión general de las ecuaciones de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, y calculamos si el valor de $b^2 - 4ac$ es positivo (dos soluciones), cero (una solución) o negativo (no tiene solución):

a) $(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49 > 0$

Tiene dos soluciones.

b) $(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 196 - 196 = 0$

Tiene una solución.

c) $(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 25 - 56 = -31 < 0$

No tiene solución.

d) $7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81 > 0$

Tiene dos soluciones.

e) $1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 1 - 20 = -19 < 0$

No tiene solución.

f) $(-14)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 196 + 60 = 256 > 0$

Tiene dos soluciones.

g) $(-11)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 2 = 121 - 96 = 25 > 0$

Tiene dos soluciones.

h) $22^2 - 4 \cdot 1 \cdot 121 = 484 - 484 = 0$

Tiene una solución.

69. Calculamos el valor de

$b^2 - 4ac = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = k^2 - 36$,

y buscamos valores de k que hacen que $k^2 - 36$ sea negativo (apartado a), positivo (apartado b) o cero (apartado c)

a) No tiene solución si k = 1

b) Tiene dos soluciones distintas si k = 10

c) Tiene una única solución si k = 6

70. Resolvemos la ecuación correspondiente en cada uno de los apartados:

a) $4 + 3x^2 + 12 - 6x - 10 = 3(x^2 - 4x + 4) - 3x + 3x^2$

$4 + 3x^2 + 12 - 6x - 10 = 3x^2 - 12x + 12 - 3x + 3x^2$

$-3x^2 + 9x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 2}}{2\cdot 1} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} =$

$= \dfrac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \dfrac{-3 \pm 1}{2}$

$x_1 = \dfrac{-3+1}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$; $x_2 = \dfrac{-3-1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

b) $(6x-8)(x-2) - 2(x^2+2x+1) =$
$= 3(x^2 - 4x + 4) + 2x^2 + 13$

$6x^2 - 12x - 8x + 16 - 2x^2 - 4x - 2 =$
$= 3x^2 - 12x + 12 + 2x^2 + 13$

$-x^2 - 12x - 11 = 0 \rightarrow x^2 + 12x + 11 = 0$

$x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4\cdot 1\cdot 11}}{2\cdot 1} = \dfrac{-12 \pm \sqrt{144-44}}{2} =$

$= \dfrac{-12 \pm \sqrt{100}}{2} = \dfrac{-12 \pm 10}{2}$

$x_1 = \dfrac{-12+10}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$;

$x_2 = \dfrac{-12-10}{2} = \dfrac{-22}{2} = -11$

c) $3(x^2 - 4x + 4) - (4x^2 + 24x + 36) + 6 =$

$= -2(20x + x^2 - 2x + 1)$

$3x^2 - 12x + 12 - 4x^2 - 24x - 36 + 6 =$
$= -40x - 2x^2 + 4x - 2$

$x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

$x_1 = 4,\ x_2 = -4$

71. La solución para cada uno de los casos queda como sigue:

a) $6 \cdot x^2 - 6 \cdot \dfrac{1}{6} x - 6 \cdot \dfrac{1}{6} = 6 \cdot 0 \rightarrow 6x^2 - x - 1 = 0$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 6\cdot(-1)}}{2\cdot 6} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+24}}{12} =$

$= \dfrac{1 \pm \sqrt{25}}{12} = \dfrac{1 \pm 5}{12}$

$x_1 = \dfrac{1+5}{12} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{1-5}{12} = \dfrac{-4}{12} = -\dfrac{1}{3}$

b) $2 \cdot 4x^2 - 2 \cdot 6x + 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 2 \cdot 0 \rightarrow 8x^2 - 12x + 1 = 0$

$x = \dfrac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{2 \cdot 8} = \dfrac{12 \pm \sqrt{144-32}}{16} =$

$= \dfrac{12 \pm \sqrt{112}}{16}$

$x_1 = \dfrac{12 + \sqrt{112}}{16}$; $x_2 = \dfrac{12 - \sqrt{112}}{16}$

c) $2 \cdot x^2 - 2 \cdot \dfrac{11}{2} x - 2 \cdot 3 = 2 \cdot 0 \rightarrow 2x^2 - 11x - 6 = 0$

$x = \dfrac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4\cdot 2\cdot(-6)}}{2\cdot 2} = \dfrac{11 \pm \sqrt{121+48}}{4} =$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{169}}{4} = \dfrac{11 \pm 13}{4}$

$x_1 = \dfrac{11+13}{4} = \dfrac{24}{4} = 6$; $x_2 = \dfrac{11-13}{4} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

d) $10\cdot 0{,}1x^2+10\cdot 0{,}2x-10\cdot 1{,}5=10\cdot 0$

$x^2+2x-15=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-15)}}{2\cdot1}=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+60}}{2}=$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{64}}{2}=\dfrac{-2\pm8}{2}$

$x_1=\dfrac{-2+8}{2}=\dfrac{6}{2}=3;\ x_2=\dfrac{-2-8}{2}=\dfrac{-10}{2}=-5$

e) $8\cdot x^2-8\cdot\dfrac{9}{4}x+8\cdot\dfrac{9}{8}=8\cdot 0\ \rightarrow\ 8x^2-18x+9=0$

$x=\dfrac{18\pm\sqrt{(-18)^2-4\cdot8\cdot9}}{2\cdot8}=\dfrac{18\pm\sqrt{324-288}}{16}=$

$=\dfrac{18\pm\sqrt{36}}{16}=\dfrac{18\pm6}{16}$

$x_1=\dfrac{18+6}{16}=\dfrac{24}{16}=\dfrac{3}{2};\ x_2=\dfrac{18-6}{16}=\dfrac{12}{16}=\dfrac{3}{4}$

f) $12\cdot x^2-12\cdot\dfrac{2}{3}x+12\cdot\dfrac{1}{12}=12\cdot 0$

$12x^2-8x+1=0$

$x=\dfrac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot12\cdot1}}{2\cdot12}=\dfrac{8\pm\sqrt{64-48}}{24}=$

$=\dfrac{8\pm\sqrt{16}}{24}=\dfrac{8\pm4}{24}$

$x_1=\dfrac{8+4}{24}=\dfrac{12}{24}=\dfrac{1}{2};\ x_2=\dfrac{8-4}{24}=\dfrac{4}{24}=\dfrac{1}{6}$

g) $4\cdot\dfrac{3}{4}x^2-4\cdot 3x-4\cdot\dfrac{15}{4}=4\cdot 0$

$3x^2-12x-15=0$

$x=\dfrac{12\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot3\cdot(-15)}}{2\cdot3}=\dfrac{12\pm\sqrt{144+180}}{6}=$

$=\dfrac{12\pm\sqrt{324}}{6}=\dfrac{12\pm18}{6}$

$x_1=\dfrac{12+18}{6}=\dfrac{30}{6}=5;\ x_2=\dfrac{12-18}{6}=\dfrac{-6}{6}=-1$

h) $10\cdot(-0{,}3x^2)+10\cdot 2{,}1x-10\cdot 4{,}5=0$

$3x^2-21x+450=0$

$x=\dfrac{21\pm\sqrt{(-21)^2-4\cdot3\cdot45}}{2\cdot3}=$

$=\dfrac{21\pm\sqrt{441-540}}{60}=\dfrac{-21\pm\sqrt{-99}}{6}$

La ecuación no tiene solución, al ser el radicando negativo.

72. Llamamos x al número.

Planteamos la ecuación: $\dfrac{5}{8}x=80$

Resolvemos la ecuación:

$8\cdot\dfrac{5}{8}x=8\cdot 80\ \rightarrow\ 5x=640\ \rightarrow\ x=\dfrac{640}{5}=128$

Hay que multiplicar por el número 128

73. Llamamos x al primer número, de manera que los siguientes son x + 1, y x + 2.

Planteamos la ecuación:

x + (x + 1) + (x + 2) = 312

Resolvemos la ecuación:

x + x + x = 312 – 1 – 2 → 3x = 309 → x = $\dfrac{309}{3}=103$

Los tres números son 103, 104, 105.

74. Llamamos x al primer número, de manera que los siguientes son x + 1, x + 2, x + 3, y siete veces el menor será 7x

Planteamos la ecuación:

x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 7x

Resolvemos la ecuación:

x + x + x + x – 7x = – 1 – 2 – 3 → – 3x = – 6

x = $\dfrac{-6}{-3}=2$

Los números son 2, 3, 4, y 5.

75. Un número par es de la forma 2x, de manera que los siguientes pares son 2x + 2, y 2x + 4.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 144

2x + 2x + 2x = 144 – 2 – 4 → 6x = 138

x = $\dfrac{138}{6}=23$

Como 2x = 2 · 23 = 46, los números pares consecutivos son 46, 48, y 50.

76. Un múltiplo de 3 es de la forma 3x, de forma que los siguientes múltiplos de 3 son 3x + 3, y 3x + 6.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

3x + (3x + 3) + (3x + 6) = 351

3x + 3x + 3x = 351 – 3 – 6 → 9x = 342

x = $\dfrac{342}{9}=38$

Como 3x = 3 · 38 = 144, los múltiplos de 3 consecutivos son 144, 147, y 150.

77. Llamamos x a los discos que tiene Elisa, siendo los que tiene Carlota 2x (el doble)

Planteamos la ecuación: x + 2x = 78

Resolvemos la ecuación: 3x = 78 → x = $\dfrac{78}{3}=26$

Como 2x = 2 · 26 = 52, Elisa tiene 26 discos y Carlota 52 discos.

78. Según la figura la altura es x + 3, por tanto la base es (x + 3) + 4 = x + 7.

Planteamos la ecuación: x + 7 – 2x = 5

Resolvemos la ecuación:

$x - 2x = 5 - 7 \rightarrow -x = -2 \rightarrow x = 2$

En definitiva, la figura está formada por dos rectángulos superpuestos, el menor (encima) tiene dimensiones 3 cm x 5 cm, y el mayor (debajo) 9 cm x 2 cm.

79. Llamamos x a los chicles de fresa, de manera que 25 – x son los de menta, y tenemos en cuenta que 3,60 euros son 360 céntimos:

Planteamos la ecuación: $12x + 15(25 - x) = 360$

Resolvemos la ecuación:

$12x + 375 - 15x = 360 \rightarrow 12x - 15x = 360 - 375$

$$-3x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{-3} = 5$$

Ha comprado 5 chicles de fresa y 25 – 5 = 20 chicles de menta.

80. Llamamos x a las respuestas acertadas, de manera que 20 – x serán las equivocadas. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$1{,}5x - (20 - x) = 12{,}5 \rightarrow 1{,}5x + x = 12{,}5 + 20$

$$2{,}5x = 32{,}5 \rightarrow x = \frac{32{,}5}{2{,}5} = 13$$

Ha acertado 13 respuestas.

81. Llamamos x a la altura, siendo la base 4x – 3, y tenemos en cuenta que el perímetro es la suma de los cuatro lados.

Planteamos la ecuación:

$x + x + (4x - 3) + (4x - 3) = 48$

Resolvemos la ecuación:
$x + x + 4x + 4x = 48 + 3 + 3 \rightarrow 10x = 54$

$$x = \frac{54}{10} = 5{,}4 \text{ cm}$$

Obtenemos la base:

$4x - 3 = 4 \cdot 5{,}4 - 3 = 21{,}6 - 3 = 18{,}6$ cm.

El rectángulo tiene dimensiones 18,6 cm x 5,4 cm

82. Un número impar es de la forma 2x + 1, y el siguiente será 2x + 3. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$(2x + 1) \cdot (2x + 3) = 1295 \rightarrow 4x^2 + 6x + 2x + 3 = 1295$

$4x^2 + 8x - 1292 = 0$

$x^2 + 2x - 323 = 0$ (simplificando entre 4)

Aplicamos la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-323)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1292}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-2 \pm 36}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+36}{2} = \frac{34}{2} = 17 \,;\; x_2 = \frac{-2-36}{2} = \frac{-38}{2} = -19$$

Como tiene que ser un número natural nos quedamos sólo con la solución positiva $x_1 = 17$, además $2 \cdot 17 + 1 = 34 + 1 = 35$, y $2 \cdot 17 + 3 = 37$

Los números naturales impares consecutivos son 35 y 37.

83. Llamamos x a un número, siendo el otro 10 – x. Planteamos la ecuación:

$(10 - x)^2 - x^2 = 80$

Resolvemos la ecuación (utilizando la igualdad notable: “cuadrado de una diferencia”):

$10^2 - 2 \cdot 10x + x^2 - x^2 = 80 \rightarrow 100 - 20x = 80$

$100 - 80 = 20x \rightarrow 20 = 20x \rightarrow x = 1$

Como 10 – x = 10 – 1 = 9, los dos números son 1 y 9.

84. Llamamos x a los monos que había, siendo la octava parte al cuadrado $\left(\frac{x}{8}\right)^2$.

Planteamos la ecuación: $\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{x^2}{64} + 12 = x \;\rightarrow\; \frac{x^2}{64} - x + 12 = 0$$

$$64 \cdot \frac{x^2}{64} - 64 \cdot x + 64 \cdot 12 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{64^2 - 4 \cdot 1 \cdot 768}}{2} = \frac{64 \pm \sqrt{4096 - 3072}}{2} =$$

$$= \frac{64 \pm \sqrt{1024}}{2} = \frac{64 \pm 32}{2}$$

$$x_1 = \frac{64+32}{2} = \frac{96}{2} = 48 \,;\; x_2 = \frac{64-32}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

El problema tiene dos soluciones posibles: 48 monos y 16 monos.

85. Llamamos x a los amigos y amigas que han ido de excursión, siendo 15x el dinero que cuesta la excursión. Si hubieran ido tres más, serían x + 3 amigos y amigas y 12(x + 3) el dinero que cuesta la excursión.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

$15x = 12(x + 3) \rightarrow 15x = 12x + 36$

$15x - 12x = 36 \rightarrow 3x = 36$

$$x = \frac{36}{3} = 12$$

Han ido de excursión 12 amigos y amigas.

86. Llamamos x al número de tripulantes que había en el primer barco, que tienen alimentos para 9 días. Si recogen 4 tripulantes serán x + 4 (más tripulantes), y tienen alimentos para 7 días (menos días).

Utilizamos la proporcionalidad inversa (más tripulantes, menos días); planteamos la ecuación:

$9x = 7(x + 4)$

Resolvemos:

$9x = 7x + 28 \rightarrow 9x - 7x = 28 \rightarrow 2x = 28$

$$x = \frac{28}{2} = 14$$

En el barco había 14 tripulantes.

87. Las respuestas son:

a) Llamamos x al número de supervivientes que había, de manera que se reparten 12x kilos de arroz. Y si hubiese habido 3000 supervivientes menos, serían x – 3000 supervivientes y se repartirían 15(x – – 3000) kilos de arroz.

Planteamos la ecuación (se reparten los mismos kilos de arroz):

$12x = 15(x - 3000)$

Resolvemos la ecuación:

$12x = 15x - 45000 \rightarrow 12x - 15x = -45000$

$-3x = -45000 \rightarrow x = \frac{-45000}{-3} = 15000$

Había 15000 supervivientes.

b) Se reparten 12x kilos de arroz, es decir, 12 · 15000 = 180000 kilos, que son 180 toneladas.

88. Llamamos x a los puntos que marcó Cristina, de manera que si el resto marcó 59 puntos, en total marcaron x + 59 puntos. Y la cuarta parte del total es $\frac{x+59}{4}$.

Planteamos la ecuación: x = + 7

Resolvemos la ecuación:

$4 \cdot x = 4 \cdot \frac{x+59}{4} + 4 \cdot 7 \rightarrow 4x = x + 59 + 28$

$4x - x = 59 + 28 \rightarrow 3x = 87 \rightarrow x = \frac{87}{3} = 29$

Cristina marcó 29 puntos.

89. Llamamos x al precio (en euros) de las rosas, de manera que el precio de los lirio es x/2 euros, y el de los tulipanes 3x euros. Así, 5 rosas cuestan 5x euros, 4 lirios cuestan 4 · (x/2) = 2x euros, y 6 tulipanes 6 · 3x = = 18x euros.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

$x + 2x + 18x = 75 \rightarrow 25x = 75 \rightarrow x = \frac{75}{25} = 3$

Cada rosa cuesta 3 euros, cada lirio 1,5 euros, y cada tulipán 9 euros.

Página 117

90. Llamamos x a los estudiantes que hay en el aula, siendo su tercera parte x / 3, y su cuarta parte x / 4.

Planteamos la ecuación: $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 10 = x$

Resolvemos la ecuación:

$12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot \frac{x}{4} + 12 \cdot 10 = 12 \cdot x \rightarrow 4x + 3x + 120 = 12x$

$-5x = -120 \rightarrow x = \frac{-120}{-5} = 24$

En el aula hay 24 estudiantes.

91. Llamamos x a la edad de Mónica, siendo la edad de su perro x – 8 años. Dentro de 6 años Mónica tendrá x + 6 años, y su perro (x – 8) + 6 = x – 2 años

Planteamos y resolvemos la ecuación:

$x + 6 = 2(x - 2) \rightarrow x + 6 = 2x - 4 \rightarrow -x = -10$

$x = 10$

Mónica tiene 10 años, y su perro 10 – 8 = 2 años.

92. Llamamos x a la edad actual de Alejandro, de manera que dentro de 12 años tendrá x + 12 años, y hace 6 años tenía x – 6

Planteamos la ecuación: $x + 12 = 3(x - 6)$

Resolvemos:

$x + 12 = 3x - 18 \rightarrow 12 + 18 = 3x - x \rightarrow 30 = 2x$

$x = \frac{30}{2} = 15$

Alejandro tiene ahora 15 años.

93. Llamamos x a la edad actual de Laura, siendo 2x la de Alberto. Hace 10 años Laura tenía x – 10 años, y Alberto 2x – 10 años. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$2x - 10 = 3(x - 10) \rightarrow 2x - 10 = 3x - 30$

$30 - 10 = 3x - 2x \rightarrow 20 = x$

Laura tiene 20 años, y Alberto 2 · 20 = 40 años.

94. Llamamos x a la anchura del borde que se quita, de manera que la pista tiene 60 – 2x metros de longitud, y 30 – 2x de anchura. Tenemos en cuenta que el área de un rectángulo es base x altura.

Planteamos la ecuación: $1000 = (60 - 2x) \cdot (30 - 2x)$

Resolvemos la ecuación:

$1000 = 1800 - 120x - 60x + 4x^2$

$4x^2 - 180x + 800 = 0$

$x^2 - 45x + 200 = 0$ (simplificando)

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{45 \pm \sqrt{45^2 - 4 \cdot 200}}{2} = \frac{45 \pm \sqrt{2025 - 800}}{2} =$$

$$= \frac{45 \pm \sqrt{1225}}{2} = \frac{45 \pm 35}{2}$$

$$x_1 = \frac{45+35}{2} = \frac{80}{2} = 40\ ;\ x_2 = \frac{45-35}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Como 40 es mayor que el ancho (30 metros.) lo descartamos, y la solución sería 5 m. de anchura de borde.

95 Llamamos x al lado del cuadrado, de manera que el rectángulo que se obtiene tiene un lado de (x + 4) cm, y el otro de (x + 6) cm. Tenemos en cuenta que el área de un rectángulo es base por altura. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$(x + 6)(x + 4) = 288 \rightarrow x^2 + 4x + 6x + 24 = 288$

$x^2 + 10x - 264 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-264)}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 1056}}{2} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{-10 \pm 34}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10+34}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{-10-34}{2} = \frac{-44}{2} = -22$$

Descartamos – 22 porque el lado de un cuadrado no puede ser negativo; Por tanto, el cuadrado mide 12 cm de lado.

96. La figura está compuesta por un cuadrado de lado x, y un triángulo de base 15 cm y altura x, siendo el área del cuadrado x^2, y del triángulo $\frac{15·x}{2}$

Planteamos la ecuación: $x^2 + \frac{15·x}{2} = 124$

Resolvemos la ecuación:

$$2 \cdot x^2 + 2 \cdot \frac{15x}{2} = 2 \cdot 124 \;\rightarrow\; 2x^2 + 15x = 248$$

$$2x^2 + 15x - 248 = 0$$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4·2·(-248)}}{2·2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225+1984}}{4} =$$

$$= \frac{-15 \pm \sqrt{2209}}{4} = \frac{-15 \pm 47}{4}$$

$$x_1 = \frac{-15+47}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

$$x_2 = \frac{-15-47}{4} = \frac{-62}{4} = -22 = -15,5$$

No puede ser el lado negativo y descartamos – 15,5. Luego x debe ser 8 cm.

97. El área del rectángulo viene dada por (x + 3) · (x – 1), y el área del cuadrado x^2. La pregunta se traduce en si tiene solución la ecuación

$(x + 3) \cdot (x - 1) = 2x^2$

Resolvemos:

$x^2 - x + 3x - 3 = 2x^2 \rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4·3}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$$

Como el radicando es negativo, la ecuación no tiene solución, y por tanto no existe ningún valor de x.

Para la segunda pregunta planteamos y resolvemos la ecuación

$(x + 3) \cdot (x + 2) = 2x^2 \rightarrow x^2 + 2x + 3x + 6 = 2x^2$

$x^2 - 5x - 6 = 0$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4·(-6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6\,;\; x_2 = \frac{5-7}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Como no puede ser negativo el lado descartamos x = – 1. Pero sí existe el valor x = 6.

98. El área del círculo menor es πr^2, y el del círculo mayor $\pi(2r + 3)^2$. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$\pi(2r + 3)^2 - \pi r^2 = 72$

$\pi[(2r)^2 + 2 \cdot 2r \cdot 3 + 32] - \pi r^2 = 72$

$\pi(4r^2 + 12r + 9) - \pi r2 = 72$

$4\pi r^2 + 12\pi r + 9\pi - \pi r^2 = 72$

$3\pi r^2 + 12\pi r + 9\pi - 72 = 0$

$9,42r^2 + 37,68r - 43,74 = 0$

$942r^2 + 3768r - 4374 = 0$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$r = \frac{-3768 \pm \sqrt{3768^2 - 4·492·(-5374)}}{2·942} =$$

$$= \frac{-3768 \pm \sqrt{14197824+16481232}}{1884} =$$

$$= \frac{-3768 \pm \sqrt{30679056}}{1884} = \frac{-3768 \pm 5538,87}{1884}$$

$$r_1 = \frac{-3768+5538,87}{1884} = \frac{1770,87}{1884} = 0,94$$

$$r_2 = \frac{-3768-5538,87}{1884} = \frac{-9306,87}{1884} = -4,94$$

Como el radio del círculo no puede ser negativo descartamos r = – 4,94. Por tanto, el radio menor mide 0,94 cm y el radio mayor 2 · 0,94 + 3 = 4,88 cm.

99. Llamamos x a los metros que hay que aumentar la longitud y la anchura del salón, de manera que sus dimensiones serán 12 + x de longitud y 5 + x de anchura

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que resulta al trazar la diagonal (d) del rectángulo sin aumentar:

$d^2 = 52 + 122 = 25 + 144 = 169 \rightarrow d = \sqrt{169} = 13$

La diagonal (D) del rectángulo aumentado tiene que ser D = 13 + 4 = 17

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que resulta al trazar la diagonal (D) del rectángulo aumentado:

$17^2 = (5 + x)^2 + (12 + x)^2$

Resolvemos la ecuación (aplicamos las identidades notables):

$289 = 25 + 10x + x^2 + 144 + 24x + x^2$

$2x^2 + 34x + 169 = 289 \rightarrow 2x^2 + 34x - 120 = 0$

$x^2 + 17x - 60 = 0$ (simplificando)

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4·(-60)}}{2} = \frac{-17 \pm \sqrt{289+240}}{2} =$$

$$= \frac{-17 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-17 \pm 23}{2}$$

$$x_1 = \frac{-17+23}{2} = \frac{6}{2} = 3\,;\; x_2 = \frac{-17-23}{2} = \frac{-40}{2} = -20$$

Como no se puede aumentar una longitud en una cantidad negativa descartamos x = – 20. Hay que aumentarla en 3 metros.

100. Actividad resuelta en el libro.

101. Llamamos x al aforo del local, de manera que el lunes se vendieron $\frac{2}{5}x$ entradas; y quedan $\frac{3}{5}x$.

El martes se vendieron $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$ entradas, el miércoles 150 entradas, y sobran $\frac{1}{10}x$.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

$$\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}x + 150 + \frac{1}{10}x = x$$

$$10 \cdot \frac{2}{5}x + 10 \cdot \frac{2}{5}x + 10 \cdot 150 + 10 \cdot \frac{1}{10}x = 10 \cdot x$$

$4x + 4x + 1500 + x = 10x \quad 1500 = 10x - 9x$

$1500 = x$

El aforo del local era de 1500 personas.

102. Llamamos x al número total de apartamentos, de manera que el primer electricista ha hecho instalaciones en $\frac{2}{5}x$ apartamentos, el segundo en $\frac{x}{3}+8$, y el tercero en 8 apartamentos.

Planteamos la ecuación: $\frac{2}{5}x + \frac{x}{3}+8 + 8 = x$

Resolvemos:

$$15 \cdot \frac{2}{5}x + 15 \cdot \frac{x}{3} + 15 \cdot 16 = 15 \cdot x$$

$6x + 5x + 240 = 15x \rightarrow 6x + 5x - 15x = -240$

$-4x = -240 \quad x = \frac{-240}{-4} = 60$

El número de apartamentos es 60.

Página 118

103. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $0x = 2$ es de grado 1 y no tiene solución.

b) $x^2 + 4 = 0$ es de grado 2 y sin soluciones.

c) $0x^2 = 0$ es de grado 2 y tiene infinitas soluciones.

d) $(x - 5)^2 = 0$ es de grado 2 y tiene como única solución $x = 5$.

e) $x^2 - 9 = 0$ es de grado 2 tiene dos soluciones ($x_1 = 3$, y $x_2 = -3$).

104. Resolvemos la ecuación:

$mx + 3 = 4m + x \rightarrow mx - x = 4m - 3$

$$(m - 1)x = 4m - 3 \rightarrow x = \frac{4m-3}{m-1}$$

Como el denominador no puede ser cero, si $m - 1 = 0$, $m = 1$, y por tanto para este valor de m no existe solución.

105. Resolvemos la ecuación:

$$4m\cdot\frac{x}{4} - 4m\cdot\frac{x}{m} = 4m\cdot 1 \rightarrow mx - 4x = 4m$$

$$(m-4)x = 4m \rightarrow x = \frac{4m}{m-4}$$

a) Si m es un valor entre 0 y 4 (sin incluirlos), la solución es negativa.

b) No existe solución cuando el denominador es cero, es decir, cuando $m = 4$.

106. Actividad personal. A modo de ejemplo. No se obtiene una ecuación equivalente. Por ejemplo:

$x + 1 = 2$ tiene solución $x = 1$

Sin embargo, al elevar al cuadrado:

$(x + 1)^2 = 2^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 4 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot(-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1; \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Como no tiene las mismas soluciones que la primera ecuación, no es equivalente.

107. Actividad resuelta en el libro.

108. En todas estas ecuaciones utilizamos la definición de valor absoluto, obteniendo dos ecuaciones:

a) Primera ecuación: $x = 3$

Segunda ecuación: $-x = 3 \rightarrow x = -3$

Las soluciones de la ecuación son $x = 3$, y $x = -3$.

b) Primera ecuación: $x + 1 = 7 \rightarrow x = 6$

Segunda ecuación: $-(x + 1) = 7$

$-x - 1 = 7 \rightarrow x = -8$

Las soluciones de la ecuación son $x = 6$, y $x = -8$.

c) Primera ecuación: $3x - 7 = 5$

$3x = 12 \rightarrow x = 4$

Segunda ecuación: $-(3x - 7) = 5$

$-3x + 7 = 5 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 4$, y $x = \frac{2}{3}$.

d) Primera ecuación: $6x + 2 = 2 - x$

$6x + x = 2 - 2 \rightarrow 7x = 0 \rightarrow x = 0$

Segunda ecuación: $-(6x + 2) = 2 - x$

$-6x - 2 = 2 - x \rightarrow -6x + x = 2 + 2$

$-5x = 4 \rightarrow x = -\frac{4}{5}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 0$, y $x = -\frac{4}{5}$

e) Primera ecuación: $5x - 4 = x + 3$

$5x - x = 3 + 4 \rightarrow 4x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{4}$

Segunda ecuación: $-(5x - 4) = x + 3$

$-5x + 4 = x + 3 \rightarrow 4 - 3 = x + 5x$

$1 = 6x \rightarrow x = \frac{1}{6}$

Así las soluciones son $x = \frac{7}{4}$, y $x = \frac{1}{6}$

f) Primera ecuación: $3x - 7 = 2x + 8$

$3x - 2x = 8 + 7 \rightarrow x = 15$

Segunda ecuación: $-(3x - 7) = 2x + 8$

$-3x + 7 = 2x + 8 \rightarrow 7 - 8 = 2x + 3x$

$5x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{5}$

Las soluciones de la ecuación son $x = 15$, y $x = -\frac{1}{5}$

109. En todas estas ecuaciones utilizamos la definición de valor absoluto, obteniendo dos ecuaciones:

a) Primera ecuación: $x - \frac{1}{2} = 4$

$x = 4 + \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{9}{2}$

Segunda ecuación: $-\left(x - \frac{1}{2}\right) = 4 \rightarrow -x + \frac{1}{2} = 4$

$\frac{1}{2} - 4 = x \rightarrow x = -\frac{7}{2}$

Las soluciones son $x = \frac{9}{2}$, y $x = -\frac{7}{2}$

b) Primera ecuación: $\frac{2x-3}{6} = 7 \rightarrow 2x - 3 = 42$

$2x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{2}$

Segunda ecuación: $-\left(\frac{2x-3}{6}\right) = 7$

$\frac{-2x+3}{6} = 7 \rightarrow -2x + 3 = 42$

$-2x = 39 \rightarrow x = -\frac{39}{2}$

Así que las soluciones de la ecuación son $x = \frac{45}{2}$, y $x = -\frac{39}{2}$

c) Primera ecuación: $\frac{x}{3} - \frac{1}{4} = x + \frac{5}{4}$

$12 \cdot \frac{x}{3} - 12 \cdot \frac{1}{4} = 12 \cdot x + 12 \cdot \frac{5}{4}$

$4x - 3x = 12x + 15 \rightarrow -15 = 11x \rightarrow x = -\frac{15}{11}$

Segunda ecuación: $-\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{4}\right) = x + \frac{5}{4}$

$-\frac{x}{3} + \frac{1}{4} = x + \frac{5}{4}$

$-12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} = 12 \cdot x + 12 \cdot \frac{5}{4}$

$-4x + 3x = 12x + 15 \rightarrow -13x = 15 \rightarrow x = -\frac{15}{13}$

Las soluciones son $x = -\frac{15}{11}$, y $x = -\frac{15}{13}$

d) Primera ecuación: $\frac{x-3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

$30 \cdot \frac{x-3}{5} - 30 \cdot \frac{1}{5} = 30 \cdot \frac{x}{2} - 30 \cdot \frac{1}{3}$

$6x - 18 - 6 = 15x - 10$

$6x - 15x = -10 + 18 + 6 \rightarrow -9x = 14$

$x = -\frac{14}{9}$

Segunda ecuación: $-\left(\frac{x-3}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

$\frac{-x+3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

$30 \cdot \frac{-x+3}{5} + 30 \cdot \frac{1}{5} = 30 \cdot \frac{x}{2} - 30 \cdot \frac{1}{3}$

$-6x + 18 + 6 = 15x - 10$

$-6x - 15x = -10 - 18 - 6 \rightarrow -21x = -34$

$x = \frac{-34}{-21} = \frac{34}{21}$

Las soluciones son $x = -\frac{14}{9}$, y $x = \frac{34}{21}$

110. Las respuestas son:

a) Calculamos el valor numérico de la altura h cuando el tiempo es: t = 2 s:

$h = 24 + 15 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 24 + 30 - 20 = 34$ m

b) Sustituimos en la fórmula h = 34 m y despejamos t:

$34 = 24 + 15t - 5t^2$

$5t^2 - 15t + 10 = 0$

$t^2 - 3t + 2 = 0$ (simplificando entre 5)

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$t = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$

$t_1 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$; $t_2 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Ya sabíamos, por el apartado anterior, que la pelota alcanzaba 34 metros pasados 2 segundos, pero resulta que también los alcanza pasado 1 segundo (al subir primero, y al bajar después).

111. Llamamos x a las veces que la gerenta rebaja 0,2 euros por entrada, de manera que la entrada debe valer 12 – 0,2x, y el número de espectadores será 300 + 20x

Planteamos la ecuación:

(300 + 20x) · (12 – 0,2x) = 4784

Resolvemos la ecuación:

$3600 - 60x + 240x - 4x^2 = 4784$

$-4x^2 + 180x - 1184 = 0 \rightarrow x^2 - 45x + 296 = 0$

Utilizamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{45 \pm \sqrt{45^2 - 4 \cdot 296}}{2} = \frac{45 \pm \sqrt{2025 - 1184}}{2} =$$

$$\frac{45 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{45 \pm 29}{2}$$

$$x_1 = \frac{45+29}{2} = \frac{74}{2} = 37\ ;\ x_2 = \frac{45-29}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Hay dos posibles soluciones:

Si x = 37, cada entrada debe valer:

12 – 0,2 · 37 = 12 – 7,4 = 4,6 euros

(asistirán 300 + 740 = 1040 espectadores).
Si x = 8, cada entrada debe valer:
12 – 0,2 · 8 = 12 – 1,6 = 10,4 euros
(asistirán 300 + 160 = 460 espectadores).

La solución más real sería la segunda: 10,4 euros debe valer cada entrada.

112. Actividad resuelta en el libro.

113. Llamamos x a los litros de bebida que debemos añadir con un 12% de zumo natural, de manera que estamos añadiendo 0,12x litros de zumo natural.

Si debemos obtener 140 litros al 8% de zumo natural, quiere decir que obtendremos 0,08 · 140 = 11,2 litros de zumo natural al final.

Inicialmente había 140 – x litros de bebida al 5% de zumo natural, es decir, 0,05 · (140 – x) litros de zumo natural.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

0,05 · (140 – x) + 0,12x = 11,2

$7 - 0{,}05x + 0{,}12x = 11{,}2 \rightarrow 0{,}12x - 0{,}05x = 11{,}2 - 7$

$$0{,}07x = 4{,}2 \rightarrow x = \frac{4{,}2}{0{,}07} = 60$$

Debemos añadir 60 litros de bebida con un 12% de zumo natural

114. La circunferencia del reloj de agujas se puede dividir en partes iguales de varias formas (dependiendo de la unidad de medida que queramos utilizar): en 12 horas, en 60 minutos, en 3600 segundos, en 360 grados).
En cualquier caso, si la aguja grande (de los minutos) da una vuelta completa (recorre las 12 horas), la aguja pequeña (de las horas) recorre 1 hora, y por tanto, el recorrido de la aguja grande es 12 veces mayor que el recorrido de la aguja pequeña.

Llamamos x a los segundos que ha recorrido la aguja grande cuando coinciden las dos agujas, de manera que la aguja pequeña habrá recorrido:
x – (15 minuos · 60 segundos) = x – 900 segundos

Planteamos la ecuación: x = 12(x – 900)

Resolvemos la ecuación:

x = 12x – 10 800

12x – x = 10 800

11x = 10 800

$$x = \frac{10800}{11} \simeq 981 \text{ segundos}$$

981 segundos = 60 · 16 + 21 segundos = 16 minutos y 21 segundos

La aguja de los minutos ha recorrido 16 minutos y 21 segundos, y por tanto, las agujas coinciden a las 3 horas, 16 minutos, 21 segundos.

115. Las soluciones son:

a) x = 12

b) x = 13

c) x = 12

d) x = 27

e) x = 11

f) $x = \frac{16}{3}$

116. Las respuestas son:

a) Tiene dos soluciones x = 17; x = – 21.

b) Tiene dos soluciones x = – 15; x = – 8.

c) Tiene dos soluciones x = – 8; x = – 13.

d) Tiene tres soluciones x = 2; x = – 5; x = 9.

Página 119

DESARROLLA TUS COMPETENCIAS

1. La primera fórmula 1 + 1 = 2 no es una ecuación, porque no interviene ninguna incógnita (letra); es una igualdad entre números.

2. Expresa el teorema de Pitágoras la opción C: $c^2 = a^2 + b^2$, siendo c la hipotenusa y a y b los catetos.

Es falsa la opción B: $c^2 = (a + b)^2$

Es ambigua la opción A: se puede entender como $c^2 = (a + b)^2$ o bien como $c^2 = a^2 + b^2$

3. Las respuestas son:

a) Si c es la hipotenusa, b el cateto conocido y a el cateto desconocido, y despejamos a de la expresión c2 = a2 + b2, obtenemos a2 = c2 – b2

b) En primer lugar expresamos las dos medidas con la misma unidad: 1,2 dm = 12 cm, y después aplicamos la fórmula obtenida en el apartado anterior:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{255 - 144} =$$
$$= \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

4. a) $E = m \cdot c^2$: La energía de un cuerpo es igual al producto de su masa por el cuadrado de la velocidad de la luz.

b) Sustituimos m = 2 en la fórmula de Einstein:

$E = m \cdot c^2 \rightarrow E = 2\cdot(3\cdot 10^8)^2 = 2\cdot 3^2\cdot(10^8)^2 =$

$= 2\cdot 9\cdot 10^{16} = 18\cdot 10^{16}$

La energía asociada es de $18 \cdot 10^{16}$ J

c) Despejamos m en la fórmula de Einstein:

$$E = m \cdot c^2 \rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{2,7\cdot 10^{16}}{9\cdot 10^{16}} = \frac{2,7}{9} = 0,3$$

La masa asociada es de 0,3 kg

5. La palanca es una máquina simple cuya función consiste en transmitir fuerza y desplazamiento. Está compuesta por una barra rígida que puede girar libremente alrededor de un punto de apoyo llamado fulcro. Sobre la barra rígida actúan tres fuerzas:

La potencia F_1: es la fuerza que aplicamos voluntariamente con el fin de obtener un resultado

La resistencia F_2: es la fuerza que vencemos, ejercida sobre la palanca por el cuerpo a mover. Su valor será equivalente, por el principio de acción y reacción, a la fuerza transmitida por la palanca a dicho cuerpo.

La fuerza de apoyo: es la ejercida por el fulcro sobre la palanca.

Brazo de potencia x_1: es la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza de potencia y el punto de apoyo.

Brazo de resistencia x_2: es la distancia entre la fuerza de resistencia y el punto de apoyo.

La ley de la palanca de Arquímedes, en Física, es la ley que relaciona las fuerzas de una palanca en equilibrio.

6. En los seis restantes sellos aparecen las fórmulas asociadas a los siguientes científicos: Broglie, Napier, Tsiolkovsky, Newton, Boltzmann y Maxwell.

Por ejemplo, para una biografía de Newton, se puede visitar la siguiente página web:

http://www.tiching.com/744566

Página 120

1. Comprobamos:

a) Sustituimos x = – 2 en la ecuación y vemos si se cumple la igualdad:

$2 \cdot (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$

$5(-2 \cdot (-2) + 1) = 5(4 + 1) = 5 \cdot 5 = 25$

No es solución.

b) Sustituimos x = 7 en la ecuación y vemos si se cumple la igualdad:

$13 - 2 \cdot 7 = 13 - 14 = -1$

$2(7 - 5) - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = 4 - 5 = -1$

Sí es solución.

c) Sustituimos x = 5, x = 6 en la ecuación y vemos si se cumple la igualdad:

Si x = 5:

$5^2 - 11 \cdot 5 + 30 = 25 - 55 + 30 = 30 - 30 = 0$

Sí es solución.

Si x = 6:

$6^2 - 11 \cdot 6 + 30 = 36 - 66 + 30 = 30 - 30 = 0$

Sí es solución.

2. Desarrollamos un miembro de la ecuación y vemos si coincide con el otro:

a) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$ Sí es una identidad.

b) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ No es una identidad.

c) $2(x + 9) = 2x + 18$ Sí es una identidad.

d) $-7(-x - 5) = 7x + 35$ No es una identidad.

3. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $3x + 1 = 7$

b) $2x + y = 5$

c) x2 – 16 = 0

d) $5x + 4 = 2x - 8$, es una ecuación equivalente a $5x + 3 = 2x - 9$, porque tiene la misma solución.

4. Resolvemos estas ecuaciones de primer grado:

a) $6x - 6 - 2x - 6 = 4 \rightarrow 6x - 2x = 4 + 6 + 6$

$$4x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{4} = 4$$

b) $$30 \cdot \frac{3x-1}{2} + 30 \cdot \frac{x+3}{6} - 30 \cdot \frac{x-4}{5} = 30 \cdot 14$$

$15(3x-1) + 5(x+3) - 6(x-4) = 420$

$45x - 15 + 5x + 15 - 6x + 24 = 420$

$45x + 5x - 6x = 420 - 24 - 15 + 15$

$$44x = 396 \rightarrow x = \frac{396}{44} = 9$$

c) $$\frac{x+2}{3} - \frac{3x-12}{4} = -8$$

$$12 \cdot \frac{x+2}{3} - 12 \cdot \frac{3x-12}{4} = -12 \cdot 8$$

$4(x+2) - 3(3x-12) = -96$

$4x + 8 - 9x + 36 = -96 \rightarrow 4x - 9x = -96 - 36 - 8$

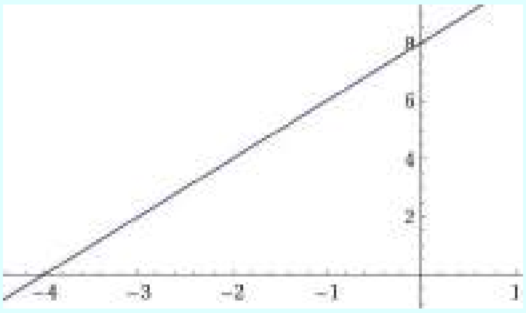
$$-5x = -140 \rightarrow x = \frac{-140}{-5} = 28$$

5. Transformamos la ecuación:

$5x + 7 - 4x + 8 - 7 + x = 0 \rightarrow 2x + 8 = 0$

Representamos la recta $y = 2x + 8$ utilizando una tabla de valores, dando dos valores a x arbitrarios, y calculando sus respectivos valores de y:

x	y
0	8
–1	6



La abscisa del punto de corte con el eje OX nos da la solución de la ecuación, x = – 4.

6. Resolvemos las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $3x^2 = 21 \Rightarrow x^2 = \dfrac{21}{3} = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$

Las soluciones de la ecuación son: $x_1 = \sqrt{7}$, y $x_2 = -\sqrt{7}$

b) $x^2 = -64 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-64}$

No tiene solución, pues el radicando es negativo.

c) $x(x-17) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 17 = 0 \Rightarrow x = 17 \end{cases}$

Las soluciones son $x_1 = 0$, y $x_2 = 17$

d) $6x^2 + 24x = 0 \to 6x(x+4) = 0 \to$

$\to \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$

Las soluciones son $x_1 = 0$, y $x_2 = -4$

7. Tenemos en cuenta la expresión general de las ecuaciones de segundo grado, y calculamos si el valor de $b^2 - 4ac$ es positivo (dos soluciones), cero (una solución) o negativo (no tiene solución):

a) $1^2 - 4{\cdot}1{\cdot}(-2) = 1 + 8 = 9 > 0$, dos soluciones:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4{\cdot}1{\cdot}(-2)}}{2{\cdot}1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1;\ x_2 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

b) $1^2 - 4{\cdot}3{\cdot}2 = 1 - 25 = -24 < 0$, no tiene solución.

c) $3^2 - 4\cdot(-2)\cdot(-7) = 9 - 56 = -47 < 0$, no tiene solución.

d) $100^2 - 4{\cdot}200{\cdot}300 = 10\,000 - 240\,000 =$

$= -230000 < 0$,

no tiene solución.

e) $(-20)^2 - 4\cdot 5\cdot 10 = 400 - 200 = 200 > 0$, tiene dos soluciones:

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{200}}{10} \to x_1 = 2 + \sqrt{2};\ x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

f) $(-1)^2 - 4{\cdot}(-3){\cdot}(-4) = 1 - 48 = -47 < 0$, no tiene solución.

8. Resolvemos:

a) Llamamos x al número de hombres que hay, de manera que habrá x + 48 mujeres. Planteamos la ecuación: x + (x + 48) = 570

Resolvemos la ecuación:

x + x + 48 = 570 → x + x = 570 – 48

2x = 522 → x= $\dfrac{522}{2} = 261$

Hay 261 hombres y 261 + 48 = 309 mujeres.

Comprobamos que hay 261 + 309 = 570 personas.

b) Llamamos x al dinero que recibe la primera persona, de manera que la segunda recibe x + 65, y la tercera x – 300.

Planteamos y resolvemos la ecuación:

x + (x + 65) + (x – 300) = 5000

x + x + 65 + x – 300 = 5000

x + x + x = 5000 + 300 – 65

3x = 5235 → x= $\dfrac{5235}{3} = 1745$

Una persona recibe 1745 euros, otra 1745 + 65 = = 1810 euros, y una tercera 1745 – 300 = 1445 €.

Comprobamos que suman 5000:

1745 + 1810 + 1445 = 5000 €.

9. Llamamos x al dinero que tenía al principio, de manera que se gastó el primer día x / 4, el segundo día se gastó x / 5, el tercer día 3 euros, y le sobró x / 2.

Planteamos la ecuación: $\dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{5} + 3 + \dfrac{x}{2} = x$

Resolvemos la ecuación:

$20\cdot\dfrac{x}{4} + 20\cdot\dfrac{x}{5} + 20\cdot 3 + 20\cdot\dfrac{x}{2} = 20\cdot x$

$5x + 4x + 60 + 10x = 20x$

$5x + 4x + 10x - 20x = -60 \to -x = -60 \to x = 60$

Tenía al principio 60 euros.

Comprobamos que se gastó $\dfrac{60}{4} + \dfrac{60}{5} + 3 = 15 + 12 +$ $+3 = 30$ euros, y le sobró $\dfrac{60}{2} = 30$ euros, es decir, tenía 30 + 30 = 60 euros.

10. Llamamos x a la medida del lado del cuadrado inicial, de manera que al aumentarlo en 3 cm medirá x + 3 cm

Planteamos y resolvemos la ecuación:

$(x + 3)^2 = 324 \to x^2 + 6x + 9 = 324$

$x^2 + 6x + 9 - 324 = 0 \to x^2 + 6x - 315 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4{\cdot}1{\cdot}(-315)}}{2{\cdot}1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 1260}}{2} =$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-6 \pm 36}{2}$$

$$x_1 = \frac{-6+36}{2} = \frac{30}{2} = 15\,;\; x_2 = \frac{-6-36}{2} = \frac{-42}{2} = -21$$

Como la medida del lado de un cuadrado no puede ser negativa, la solución es que el lado mide 15 cm.

Comprobamos que el área del cuadrado aumentado es (15 + 3)2 = 182 = 324 cm^2.

ESTRATEGIA E INGENIO

El viaje de la mosca

Si la velocidad de la mosca es constante, para calcular toda la distancia que recorre solo nos hace falta saber durante cuánto tiempo está viajando entre ciclistas, es decir, cuánto tardan ambos cicilistas en encontrarse.

Si se encuentran a una distancia x del punto de partida del primer ciclista, el tiempo que tarda este en llegar es:

$$v = \frac{\text{Espacio}}{\text{Tiempo}} = \frac{x}{t} \to t = \frac{x}{15}$$

Y el tiempo que tarda el segundo ciclista en llegar es el mismo (salen a la vez), y en su caso se expresará como: $t = \frac{100-x}{25}$

Igualando ambos tiempos:

$$\frac{x}{15} = \frac{100-x}{25} \;\to\; 75\cdot\frac{x}{15} = 75\cdot\frac{100-x}{25}$$

$$5x = 3(100-x) \;\to\; 8x = 300$$

$$x = \frac{300}{8} = 37{,}5 \text{ km}$$

Y el tiempo correspondiente a esta distancia es:

$$t = \frac{37{,}5}{15} = 2{,}5 \text{ h}$$

Si durante ese tiempo la mosca estuvo volando a 50 km/h, habrá recorrido: $50\cdot 2{,}5 = 125$ km.

¿3 = 2?

El fallo está en que, según la condición inicial:

$$a+b=c \to a+b-c=0\,,$$

así que el último paso del razonamiento es imposible, pues implica dividir entre cero.

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 5-9 de la guía)

18. En todas estas ecuaciones, una vez eliminados los paréntesis si los hay, suprimimos los denominadores multiplicando por el m.c.m. de los denominadores, y finalmente seguimos con los pasos habituales:

a) $3\cdot 2x = 3\cdot\frac{5}{3} + 3x \to 6x - 3x = 5 \to 3x = 5 \to x = \frac{5}{3}$

b) $3\cdot\frac{x}{3} - 3 = 3\cdot 5 \to x - 3 = 15 \to x = 18$

c) $2\cdot 3 - 2\cdot\frac{5x}{2} = 2x \to 6 = 5x + 2x \to x = \frac{6}{7}$

d) $-10\cdot\frac{7x}{2} = 10\cdot\frac{9}{5} - 10x \to -35x = 18 - 10x \to$

$-25x = 18 \to x = -\frac{18}{25}$

e) $-2\cdot\frac{x}{2} = -2x \to -x = -2x \to x = 0$

f) $6\cdot 3 - 6\cdot\frac{5}{3} = 6\cdot\frac{x}{2} \to 18 - 10 = 3x \to x = \frac{8}{3}$

g) $\frac{4x}{2} = 2 + \frac{9}{2} \to 2\cdot\frac{4x}{2} = 2\cdot 2 + 2\cdot\frac{9}{2} \to$

$4x = 4 + 9 \to 4x = 13 \to x = \frac{13}{4}$

h) $x + \frac{7}{5} = -\frac{4x}{3} \to 15x + 15\cdot\frac{7}{5} = -15\cdot\frac{4x}{3} \to$

$15x + 21 = -20x \to 35x = -21 \to x = -\frac{21}{35} = -\frac{3}{5}$

19. En todas estas ecuaciones suprimimos los denominadores multiplicando por el m.c.m. de los denominadores, y finalmente seguimos con los pasos habituales:

a) $15\cdot\frac{x}{5} - 15\cdot\frac{x}{3} = 15x - 15\cdot 34 \to$

$3x - 5x = 15x - 510 \to -17x = -510 \to x = 30$

b) $4\cdot\frac{x+6}{2} - 4\cdot\frac{2x}{4} = 4\cdot 3 \to 2x + 12 - 2x = 12 \to$

$2x - 2x = 12 - 12 \to 0 = 0$

En realidad se trata de una identidad, por tanto cualquier valor de x es una solución de la ecuación.

c) $8\cdot\frac{x}{2} + 8\cdot\frac{x}{4} - 8\cdot\frac{x}{8} = 8\cdot 25 \to 4x + 2x - x = 200 \to$

$5x = 200 \to x = 40$

d) $15\cdot\frac{x+2}{3} - 15\cdot\frac{x-2}{5} = 15x - 15\cdot 18 \to$

$5x - 3x - 15x = -270 - 10 - 6 \to -13x = -286 \to$

$x = 22$

20. Primero eliminamos paréntesis, después suprimimos los denominadores y finalmente seguimos con los pasos habituales:

$\frac{4x-12+2}{2} - \frac{3x+6}{5} = x + 1 \to$

$10\cdot\frac{4x-10}{2} - 10\cdot\frac{3x+6}{5} = 10x + 10 \to$

$20x - 50 - 6x - 12 = 10x + 10 \to 4x = 72 \to x = \frac{72}{4}$

$x = 18$

(Viene de la página 5-11 de la guía)

Página 108

c) – 3x + 7 = 3 – 3x → – 3x + 3x = 3 – 7

0x = – 4

Representamos la recta y = -4 (paralela al eje OX):

x	y
1	4
2	4

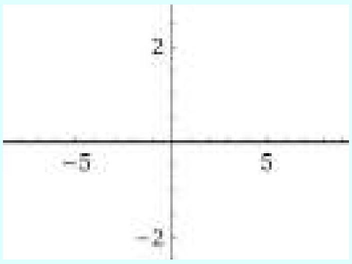
La recta no corta al eje OX, lo que indica que la ecuación no tiene solución.

d) 2 + 6x = 6x + 3 – 1 → 6x – 6x = 3 – 1 – 2

0x = 0 → 0x – 0 = 0

Representamos la recta y = 0 (es el eje OX):

x	y
0	0
1	0



Como la recta es el propio eje OX, tiene infinitas soluciones.

22. La solución es x = – 2, porque es la abscisa del punto (– 2, 0) donde la recta corta al eje OX

Si la recta es y = – 3, es paralela al eje OX y por tanto no lo corta. La ecuación no tiene solución

(Viene de la página 5-13 de la guía)

c) (x + 4)(x – 4) = 0 → $\begin{cases} x+4=0 \to x=-4 \\ x-4=0 \to x=4 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son x_1 = – 4, x_2 = 4

d) (2x – 4)(x + 3) = 0 → $\begin{cases} 2x-4=0 \to x=2 \\ x+3=0 \to x=-3 \end{cases}$

Las soluciones de la ecuación son x_1 = 2, x_2 = – 3

Página 111

28. Resolvemos estas ecuaciones de segundo grado completas, reordenando los sumandos si es necesario, y aplicando la fórmula correspondiente:

a) $x = \dfrac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4\cdot 1\cdot 7}}{2\cdot 1} = \dfrac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \dfrac{8 \pm 6}{2}$

$x_1 = \dfrac{14}{2} = 7$, $x_2 = \dfrac{2}{2} = 1$

b) $x^2 + 4x + 3 = 0$

$x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \dfrac{-4 \pm 2}{2}$

$x_1 = \dfrac{-2}{2} = -1$, $x_2 = \dfrac{-6}{2} = -3$

c) $x = \dfrac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4\cdot 1\cdot 25}}{2\cdot 1} = \dfrac{10 \pm 0}{2}$

$x_1 = x_2 = \dfrac{10}{2} = 5$

d) $x^2 - 4x - 21 = 0$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 1\cdot (-21)}}{2\cdot 1} = \dfrac{4 \pm \sqrt{100}}{2} = \dfrac{4 \pm 10}{2}$

$x_1 = \dfrac{14}{2} = 7$, $x_2 = \dfrac{-6}{2} = -3$

29. Resolvemos estas ecuaciones de segundo grado completas, reordenando los sumandos, y aplicando la fórmula correspondiente:

a) $2x^2 - 3x^2 + 4x - 2x + 8 = 0 \to -x^2 + 2x + 8 = 0$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot(-1)\cdot 8}}{2\cdot(-1)} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{36}}{-2} = \dfrac{-2 \pm 6}{-2}$

$x_1 = \dfrac{4}{-2} = -2$, $x_2 = \dfrac{-8}{-2} = 4$

b) $x^2 + 3x + 5x = 4 + 5x \to x^2 + 3x - 4 = 0$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\cdot 1\cdot(-4)}}{2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3 \pm 5}{2}$

$x_1 = \dfrac{2}{2} = 1$, $x_2 = \dfrac{-8}{2} = -4$

c) $6x^2 - 9x = 15 - 10x \to 6x^2 + x - 15 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 6\cdot(-15)}}{2\cdot 6} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{361}}{12}$

$x_1 = \dfrac{-1+19}{12} = \dfrac{3}{2}$, $x_2 = \dfrac{-1-19}{12} = -\dfrac{5}{3}$

d) $4x - 44 = x^2 - 6x + 9 + 4x \to x^2 - 6x + 53 = 0$

$x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4\cdot 1\cdot 53}}{2\cdot 1} = \dfrac{6 \pm \sqrt{-176}}{2}$

Como el radicando es negativo, la ecuación no tiene solución.

(Viene de la página 5-15 de la guía)

31. Si llamamos x al número mayor, el menor es x – 36, y la cuarta parte del mayor es x/4. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$\frac{x}{4} = x - 36 \rightarrow x = 4x - 144 \rightarrow 3x = 144$

x= 144 / 3 = 48

Sustituimos x = 48 en la expresión del número menor: 48 – 36 = 12

Los números son: 48 y 12

Comprobamos la solución: la diferencia es 48 – 12 = 36, y la cuarta parte del mayor coincide con el menor.

32. Si llamamos x a los estudiantes que hay en clase, el lunes había x – 2, y el martes x – 14. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$x - 2 = 2(x - 14) \rightarrow x - 2 = 2x - 28 \rightarrow 28 - 2 = 2x - x$

x = 26 estudiantes

Comprobamos la solución: el martes había 26 – 14 = 12 estudiantes, y el lunes 26 – 2 = 24 estudiantes, que son el doble que el lunes.

33. Si llamamos x a los años que deben transcurrir para que la edad de Fernando sea el doble de la de Beatriz, Fernando tendrá 49 + x años y Beatriz 14 + x. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$49 + x = 2(14 + x) \rightarrow 49 - 28 = 2x - x$

x = 21 años

Comprobamos la solución: Beatriz tendrá 14 + 21 = 35 años, y Fernando 49 + 21 = 70 años, que es el doble.

34. Si llamamos x a un cateto, el otro es $\frac{3}{4}x$. Planteamos la ecuación, utilizando el teorema de Pitágoras:

$$15^2 = x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 \rightarrow 225 = x^2 + \frac{9}{16}x^2$$

$$225 = \left(1 + \frac{9}{16}\right)x^2 = \frac{25}{16}x^2 \rightarrow 225 \cdot 16 = 25x^2$$

$$x^2 = \frac{3600}{25} = 144 \rightarrow x = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

La solución x = – 12 no es válida, por ser la medida de un cateto.

Por lo tanto, un cateto mide 12 cm y el otro mide $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9$ cm.

35. Si llamamos x a la edad actual de Carlos, su triple es 3x, que es la edad actual de Pedro. Además, dentro de 10 años Carlos tendrá x + 10 años, y Pedro 3x + 10 años.

Empezamos planteando la ecuación:

$3x + 10 = 2(x + 10)$

Resolvemos:

$3x + 10 = 2x + 20 \rightarrow 3x - 2x = 20 - 10 \rightarrow x = 10$

La edad actual de Carlos es 10 años y la de Pedro 3 · 10 = 30 años

Para finalizar, comprobamos la solución: dentro de 10 años Carlos tendrá 10 + 10 = 20 años, y Pedro 30 + 10 = = 40 años, que se trata del doble de la edad que tiene Carlos.

36. Llamamos x a la edad actual de Carla, y organizamos los datos de edades en la tabla siguiente:

	Hace 5 años	Actual	Dentro de 10 años
Sandra	2(x – 5)	2(x – 5) + 5	2(x – 5) + 15
Carla	x – 5	x	x + 10

Planteamos la ecuación (nos fijamos en las expresiones dentro de 10 años), y la resolvemos:

$$2(x - 5) + 15 = \frac{7}{5}(x + 10)$$

$$5 \cdot 2(x - 5) + 5 \cdot 15 = 5 \cdot \frac{7}{5}(x + 10)$$

$$10(x - 5) + 75 = 7(x + 10) \rightarrow 10x - 7x = 70 + 50 - 75$$

$$3x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{3} = 15$$

Sustituimos x = 15 en la expresión de la edad actual de Sandra: 2(15 – 5) + 5 = 20 + 5 = 25

Así pues, la edad actual de Carla es 15 años, y la de Sandra 25 años.

37. Llamamos x a lo que mide el lado del cuadrado (antes de aumentarlo), y su área será x^2. Si aumentamos el lado 8 m, el nuevo cuadrado tiene de lado x + 8, y su área será $(x + 8)^2$. Planteamos y resolvemos la ecuación:

$(x + 8)^2 = x^2 + 144 \rightarrow x^2 + 16x + 64 = x^2 + 144$

$x^2 - x^2 + 16x = 144 - 64 \rightarrow 16x = 80$

$$x = \frac{80}{16} = 5 \text{ m}$$

Comprobamos la solución: $5^2 = 25$ m^2 es el área sin aumentar el lado, $(5 + 8)^2 = 13^2 = 169$ m^2 es el área al aumentar el lado, y efectivamente 25 + 144 = 169.

38. Llamamos x a lo que mide cada uno de los lados iguales del triángulo, siendo la medida del desigual $\frac{2}{3}x$, y tenemos en cuenta que el perímetro es la suma de todos sus lados. Planteamos la ecuación:

$$x + x + \frac{2}{3}x = 72$$

Y resolvemos:

$$\left(2 + \frac{2}{3}\right)x = 72 \rightarrow \frac{8}{3}x = 72$$

$$x = \frac{3 \cdot 72}{8} = \frac{216}{8} = 27$$

Además $\frac{2}{3} \cdot 27 = 18$. Por tanto, los lados iguales miden 27 cm y el desigual 18 cm.

Direcciones de Internet	
Tiching	**Webs**
http://www.tiching.com/742614	https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n
http://www.tiching.com/742616	http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/46-1-u-ecuaciones.html
http://www.tiching.com/742665	http://maralboran.org/wikipedia/index.php/Ecuaciones_de_primer_grado
http://www.tiching.com/742693	http://www.amolasmates.es/algebraconpapas/recurso/tests/primerbasico/prbas0601.htm
http://www.tiching.com/742701	http://www.vitutor.com/fun/1/a_1_e.html
http://www.tiching.com/742787	http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Ecuaciones2grado/eg21.htm
http://www.tiching.com/742788	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Ecuacion_de_segundo_grado/ecuacion.htm#4
http://www.tiching.com/744566	http://www.biografiasyvidas.com/monografia/newton/