1 Naturaleza de la luz

Página 213

1 Halla la energía de los fotones de luz amarilla, cuya longitud de onda es 6 · 10^{-7} m.

Utilizando la relación de Einstein:

$$E = h \cdot \nu$$

y la relación entre la frecuencia y la longitud de onda, tenemos:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 3{,}313 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

2 Un grupo de fotones de 10^{11} Hz de frecuencia viaja por el vacío e incide en un medio donde la velocidad de grupo es *c*/1,1.

Halla la longitud de onda de la radiación en el vacío y en el medio.

Utilizamos la relación entre la velocidad de una onda, su frecuencia y la longitud de onda:

$$\lambda_{\text{vacío}} = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{10^{11}\ \text{s}^{-1}} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 3\ \text{mm}$$

$$\lambda_{\text{medio}} = \frac{\frac{c}{1{,}1}}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{1{,}1 \cdot 10^{11}\ \text{s}^{-1}} = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 2{,}7\ \text{mm}$$

2 Campos electromagnéticos en el espacio libre

Página 215

3 ¿Qué sucede si movemos un imán cerca de un conductor cerrado como un anillo de oro? ¿Y si lo moviéramos en el vacío?

Se produciría una corriente eléctrica que circularía por el anillo. El valor y sentido de la f.e.m. inducida viene dada por la ley de Faraday-Lenz. Si se moviera en el vacío, aparecería un campo eléctrico, que se podría percibir si hubiera alguna carga de prueba en las cercanías.

4 Cuando frotamos un bolígrafo contra una prenda de lana, queda cargado. ¿Si tocamos otro objeto se descarga?

Sí, puesto que entre ambos cuerpos habría una diferencia de carga. Al ponerlos en contacto, el exceso de cargas negativas (los electrones) de uno pasaría al otro hasta que se igualaran.

5 ¿Tiene algún efecto magnético la experiencia que hemos hecho en la actividad anterior?

Sí, ya que, cuando hay una corriente, es decir, un movimiento de cargas de un lugar a otro, se genera un campo magnético. Si la intensidad de esa corriente varía con el tiempo, entonces ese campo magnético también es variable, y produciría un campo eléctrico. Como ambos cambian con el tiempo, el resultado final es una onda electromagnética, que puede detectarse.

3 Ondas electromagnéticas

Página 217

6 Explica por qué un rayo en una tormenta eléctrica emite luz.

Un rayo de una tormenta se produce porque hay una diferencia de potencial entre las nubes y la tierra. Aunque el aire es aislante de la electricidad, cuando esa diferencia de potencial supera cierto umbral (unos 30 000 voltios), este se vuelve conductor (lo que se denomina ruptura dieléctrica), y se produce una descarga eléctrica muy intensa, esto es, un movimiento de cargas entre el suelo y la nube. Esta corriente eléctrica es tan elevada que consigue aumentar muchísimo la temperatura de la zona por la que pasa, hasta unos 27 000 °C, lo que ioniza el aire. Es decir, los átomos y las moléculas pierden sus electrones. Estos, al recombinarse de nuevo, emiten radiación electromagnética en forma de luz visible (aunque también con frecuencias en otras zonas del espectro).

7 Los osciladores de un foco de ondas electromagnéticas emiten con una determinada frecuencia. ¿Qué alteración experimenta la onda al cambiar de medio?

La frecuencia depende únicamente del foco, por lo que permanece constante. Pero al cambiar de medio, se modifica la velocidad de propagación de la onda, y, por tanto, su longitud de onda.

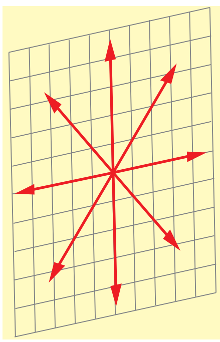
8 ¿En qué condiciones podemos considerar que una onda electromagnética es plana?

A grandes distancias del foco emisor. Una superficie esférica, a mucha distancia de su centro, tiene un radio de curvatura muy grande, pareciéndose cada vez más, cuanto mayor sea dicha distancia, a un plano. Estrictamente hablando, la onda electromagnética sería perfectamente plana únicamente a una distancia infinita de su origen.

4 Polarización de las ondas electromagnéticas

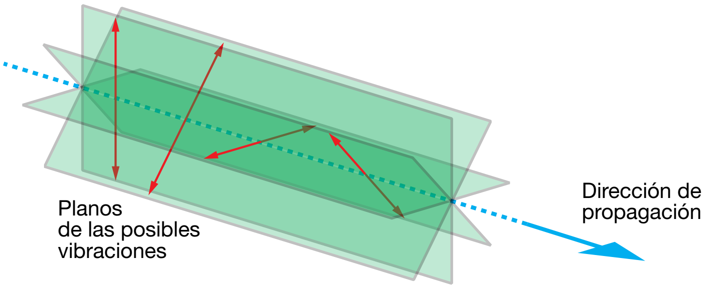
Página 221

9 En la figura siguiente de una onda electromagnética, ¿cuántas direcciones de vibración hay para el campo eléctrico? ¿Y en el campo magnético?



Los vectores que aparecen en la figura corresponden a distintos campos eléctricos que están oscilando, desplazándose en una dirección perpendicular al plano mostrado. Por tanto, hay cuatro direcciones de vibración (cada una de ellas contiene dos vectores opuestos).

Cada una de ellas determina un plano de vibración, el cual se define como el plano que contiene al campo y a la dirección de propagación, como se muestra en la figura siguiente:



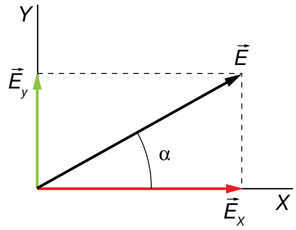
Por tanto, esas cuatro direcciones corresponden a cuatro planos de vibración.

Por otra parte, para cada campo eléctrico, hay asociado un campo magnético perpendicular a él. Así pues, también hay cuatro direcciones de vibración (o lo que es lo mismo, cuatro planos de vibración) del campo magnético.

10 La luz natural procedente del Sol no está polarizada. ¿Qué significa «no está polarizada» en términos de las componentes de los campos eléctricos y magnéticos?

Hagamos el análisis para el campo eléctrico. Para el campo magnético sería similar.

El campo eléctrico de una onda electromagnética se puede descomponer en dos componentes contenidas en el plano de vibración, perpendicular a la dirección de propagación de la onda. En la figura de la derecha, por ejemplo, la dirección de propagación estaría en el eje Z:



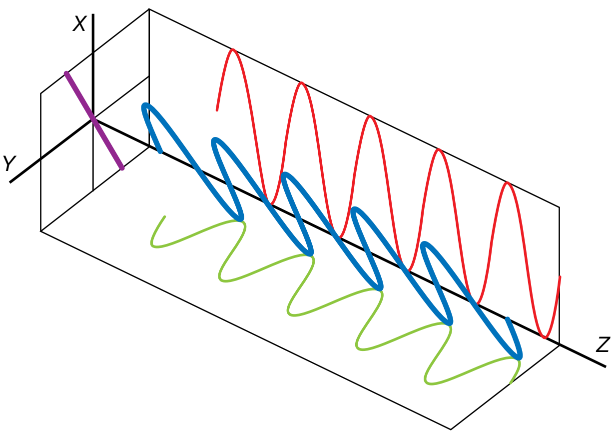
Las dos componentes se pueden describir mediante las siguientes ecuaciones:

$$E_x = E_{0_x} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z) \quad ; \quad E_y = E_{0_y} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi)$$

donde E_{0_x} y E_{0_y} son las amplitudes de las vibraciones en los ejes X e Y, y φ es el desfase entre ambas. El campo total es, por tanto:

$$\vec{E} = E_{0_x} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{i} + E_{0_y} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi) \cdot \vec{j}$$

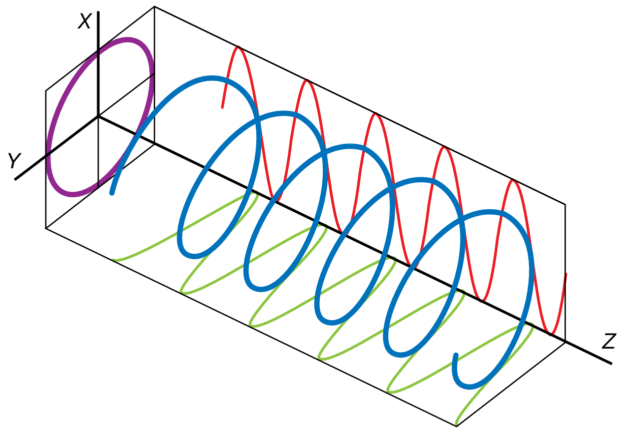
Si φ = 0 o π rad, entonces la radiación está linealmente polarizada. Esto quiere decir que el campo total está, en todo tiempo, contenido en una única dirección, como muestra la figura siguiente:



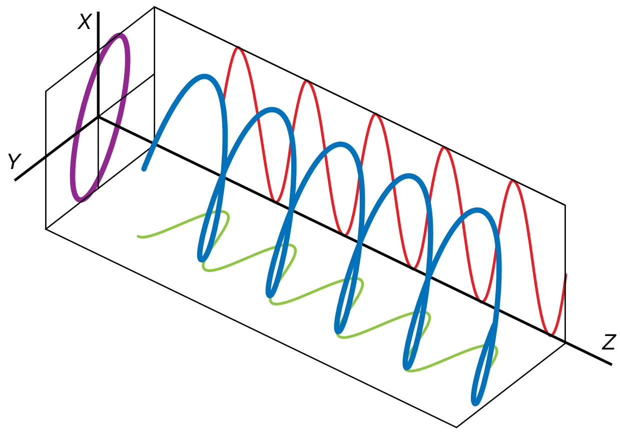
El ángulo α puede obtenerse mediante:

$$\alpha = arctan\,\frac{E_{0_y}}{E_{0_x}}$$

Si $\varphi = \pi/2$ rad o $\varphi = 3 \cdot \pi/2$ rad y $E_{0_x} = E_{0_y}$, entonces el ángulo α gira a velocidad angular constante, y la polarización es circular:



En otros casos, y siempre que φ sea constante, la polarización es elíptica:



Si el ángulo φ varía al azar, entonces la dirección de vibración cambia constantemente, de forma aleatoria, y se dice que la luz no está polarizada. Esto es lo que ocurre con la luz que proviene del Sol.

11 **Un polarizador actúa como un filtro dejando pasar solo una onda electromagnética que vibra en una dirección. ¿Cómo se refleja esto en la ecuación de la onda electromagnética?**

Las ecuaciones para las dos componentes del campo eléctrico son:

$$E_x = E_{0_x} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z)$$

$$E_y = E_{0_y} \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi)$$

Como la luz queda polarizada linealmente, el ángulo φ valdría 0 o π.

5 Energía de las ondas electromagnéticas

Página 223

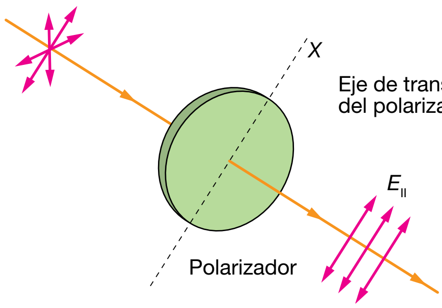
12 Encuentra la intensidad de una onda electromagnética emitida por una bombilla de 100 W a 1 m de distancia.

Recordemos que la intensidad se obtenía como la potencia por unidad de área. Por tanto:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{100\ \text{W}}{4 \cdot \pi \cdot (1\ \text{m})^2} = 7{,}96\ \text{W/m}^2$$

13 ¿Qué efecto tiene un polarizador sobre la intensidad de una onda electromagnética?

Un polarizador ideal deja pasar el 100% de la luz incidente que vibra en la dirección paralela al eje de polarización del filtro, y bloquea completamente toda la luz que vibra en dirección perpendicular a este. Dado que el vector eléctrico de la onda incidente se puede representar en términos de las componentes paralela y perpendicular al eje de polarización, solamente se transmitirá la componente paralela, denotada $E_{\parallel}$ en la figura siguiente:



Dado que la intensidad de una onda electromagnética viene dada por:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot E_0^2$$

al disminuir la amplitud de la onda, también disminuirá su intensidad. En concreto, si la luz incidente no estaba polarizada, la intensidad de la luz transmitida disminuirá a la mitad.

14 Calcula el producto vectorial que aparece en la expresión del vector de Poynting y di a qué se asemeja.

Consideremos una onda electromagnética que se propaga en la dirección del eje *Z*. Tomemos el campo eléctrico en la dirección del eje *X*, y el magnético en la dirección del eje *Y*:

$$\vec{E} = E_x \cdot \vec{i} = E_0 \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{B} = B_y \cdot \vec{j} = B_0 \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{j}$$

Calculemos el producto vectorial:

$$\vec{E} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & 0 & 0 \\ 0 & B_y & 0 \end{vmatrix} = E_x \cdot B_y \cdot \vec{k}$$

Así pues, vemos que el producto vectorial del campo eléctrico y el campo magnético es un vector dirigido en la dirección de propagación de la onda. El vector de Poynting vendrá dado por:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \cdot E_x \cdot B_y \cdot \vec{k} = \frac{1}{\mu_0} \cdot E_0 \cdot B_0 \cdot cos^2 (\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{k}$$

La relación entre B_0 y E_0 viene determinada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

con lo que obtenemos finalmente:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 \cdot c} \cdot E_0^2 \cdot cos^2 (\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{k}$$

La relación entre la velocidad de la luz, c, y las constantes ε_0 y μ_0, es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \quad \rightarrow \quad \mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot c^2}$$

Sustituyendo queda:

$$\vec{S} = \varepsilon_0 \cdot c \cdot E_0^2 \cdot cos^2 (\omega \cdot t - k \cdot z) \cdot \vec{k}$$

Vemos que se asemeja a la intensidad del campo electromagnético. De hecho, la intensidad de energía electromagnética es el valor medio del vector de Poynting:

$$I = \overline{S} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot E_0^2$$

6 Espectro electromagnético

Página 226

15 ¿Cómo afecta a la intensidad de una onda electromagnética que viaje por el vacío o que lo haga por el agua ($\varepsilon_r = 80$)?

La relación entre la intensidad y la amplitud de una onda electromagnética viene dada por:

$$I = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \varepsilon \cdot E_a^2$$

donde v es la velocidad de propagación en el medio. En el vacío:

$$I_0 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Y en el agua:

$$I_a = \frac{1}{2} \cdot v_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_a^2$$

Hay que tener en cuenta que la amplitud de la onda se modifica al pasar de un medio a otro. De todos modos, podemos considerar, como una aproximación, que la amplitud sea la misma en los dos medios.

Entonces, en el agua, la intensidad vendrá dada por:

$$I_a = \frac{1}{2} \cdot v_a \cdot \varepsilon_a \cdot E_0^2$$

Como:

$$v_a = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

entonces tendremos:

$$I_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2 = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot I_0 \quad \rightarrow \quad \frac{I_a}{I_0} = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{80} = 8,9$$

16 **¿En qué región del espectro se encuentran las ondas electromagnéticas de 10^9 Hz, 10^7 m y 100 m?**

En los tres casos corresponden a ondas de radio. El primero (10^9 Hz) a las ondas cortas, y los dos últimos (10^7 m y 100 m), a las largas.

17 **Indica la región del espectro donde se encuentran las ondas electromagnéticas de menor energía.**

Las ondas de radio.

Página 230

Características de las ondas electromagnéticas

1 Una onda electromagnética se propaga en un medio con un valor del campo eléctrico:

$$\boldsymbol{E_y = 30 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot \left(t - \frac{x}{9 \cdot 10^7}\right)\right]}$$

a) Halla la longitud de onda y la velocidad en el medio.

b) Halla el estado de polarización.

c) Halla el campo magnético.

FE DE ERRATAS DE LA PRIMERA EDICIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNADO: La ecuación del campo eléctrico, escrita de forma correcta, es la que aparece en este solucionario.

La ecuación general de la onda es:

$$E_y = E_0 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

donde v es la velocidad de propagación en ese medio (si se trata del vacío, $v = 3 \cdot 10^8$ m/s). Por tanto, se trata de una onda que se propaga en sentido positivo del eje X. Su amplitud es de 30 V/m; su frecuencia, de $5 \cdot 10^4$ Hz, y su velocidad, de $9 \cdot 10^7$ m/s.

a) La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{9 \cdot 10^7 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 1{,}8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) Puesto que solamente tiene componente E_y, se trata de una onda linealmente polarizada según el eje Y.

c) Primero vamos a determinar la dirección de vibración del campo magnético. Recordemos que el producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$ proporciona la dirección de propagación de la onda. Si $\vec{k}$ es el vector de propagación, de módulo $k = 2 \cdot \pi/\lambda$, entonces $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{k}$ forman un triedro positivamente orientado (esto es, sigue la regla de la mano derecha). Por tanto, el campo magnético debe tener componente según el eje Z. Además, se propaga en la misma dirección que el campo magnético, y con la misma velocidad y frecuencia. Será, por tanto, de la forma:

$$B_z = B_0 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{9 \cdot 10^7}\right)\right]$$

La relación entre ambas amplitudes, B_0 y E_0, viene dada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{30 \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 10^{-7} \text{ T}$$

Así que la expresión final del campo magnético será:

$$B_z = 10^{-7} \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{9 \cdot 10^7}\right)\right]$$

2 En una onda de luz (señala la respuesta correcta):

a) Los campos eléctrico, *E*, y magnético, *B*, vibran en planos paralelos.

b) Los campos *E* y *B* vibran en planos perpendiculares entre sí.

c) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico.

La respuesta correcta es la b): los campos eléctrico y magnético vibran en planos perpendiculares entre sí, y perpendiculares a la dirección de propagación.

Actividades finales

3 **Razona si el siguiente enunciado es cierto o falso: «Cuando la luz pasa de un medio a otro se modifica su velocidad, pero no su frecuencia».**

Cierto, la frecuencia no se modifica, pues depende del foco. Lo que se modifica es la velocidad de propagación, y, por tanto, la longitud de onda.

Densidad de energía y corriente de desplazamiento

4 **El campo entre las placas de un condensador hecho de papel (ε_r = 4), que tiene un área de 0,1 m², es $E = \sigma/\varepsilon$, siendo σ = 10 C/m². Cuando se descarga, por acción de la autoinducción, el campo cambia de manera oscilante según la expresión:**

$$\boldsymbol{E = E_0 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot \left(t - \frac{x}{1,5 \cdot 10^8}\right)\right]}$$

Halla el valor máximo de la corriente de desplazamiento entre las placas.

Fe de erratas de la primera edición del libro del alumnado: El enunciado de esta actividad contenía algunos errores, por lo que debe ser sustituido por el que se muestra en este solucionario.

En primer lugar, notemos que en el enunciado se proporciona el valor de la permitividad relativa del medio:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

de donde puede obtenerse su constante dieléctrica:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 = 4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 3,54 \cdot 10^{-12} = 3,54 \cdot 10^{-11} \ \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

La velocidad de propagación de un campo electromagnético en este medio será, por tanto:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 1,5 \cdot 10^8 \ \text{m/s}$$

como puede apreciarse en la ecuación de la onda. Hemos tomado $\mu = \mu_0$, lo que es una aproximación válida en general para este tipo de materiales.

La densidad de corriente de desplazamiento entre las placas vendrá dada por:

$$J = \varepsilon \cdot \frac{dE}{dt} = \varepsilon \cdot E_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot \left(t - \frac{x}{1,5 \cdot 10^8}\right)\right]$$

Luego el valor máximo de la densidad de corriente de desplazamiento vendrá dado por:

$$J = \varepsilon \cdot E_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{10}$$

Pero:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E_0$$

así que, finalmente, la densidad de corriente de desplazamiento será:

$$J_{máx} = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{10}$$

y la corriente de desplazamiento:

$$I_{d,\,máx} = J_{máx} \cdot A = \sigma \cdot A \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{10} = 10 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{10} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \ \text{A}$$

5 **Cada una de las placas de un condensador tiene un área de 0,1 m² y el campo entre las placas es $E = \sigma/\varepsilon_0$, siendo σ = 10 C/m². Cuando se descarga, lo hace según la ecuación:**

$$\boldsymbol{E = E_0 - \frac{\sigma}{K} \cdot t}$$

donde K = 0,01 C² · s/(N · m²). Halla la corriente de desplazamiento que se produce.

Fe de erratas de la primera edición del libro del alumnado: El enunciado de esta actividad contenía algunos errores, por lo que debe ser sustituido por el que se muestra en este solucionario.

La densidad de corriente de desplazamiento viene dada por:

$$J = \varepsilon_0 \cdot \left| \frac{dE}{dt} \right| = \frac{\sigma}{K} \cdot \varepsilon_0$$

donde hemos tomado valor absoluto porque lo único que nos interesa es su valor, no el sentido de la corriente. La corriente de desplazamiento será, por tanto (unidades SI):

$$I_d = J \cdot S = \frac{\sigma \cdot A \cdot \varepsilon_0}{K} = \frac{10 \cdot 0,1 \cdot 8,85 \cdot 10^{12}}{0,01} = 8,85 \cdot 10^{10} \text{ A}$$

6 **En una cavidad cerrada donde se ha hecho el vacío hay ondas electromagnéticas de una intensidad 1,5 W/m². Halla la densidad de energía electromagnética que hay dentro de la cavidad.**

Recordemos, por una parte, que la intensidad de una onda electromagnética se puede calcular en términos de la amplitud del campo eléctrico:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Por otro lado, la densidad de energía electromagnética viene dada por:

$$\rho_T = \varepsilon_0 \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Por tanto:

$$\rho_T = \frac{I}{c} = \frac{1,5 \text{ W/m}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ J/m}^3$$

Ecuación de una onda electromagnética

7 **La ecuación de una onda electromagnética, en unidades del SI, es:**

$$\boldsymbol{E = E_0 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^8 \cdot \left(t - \frac{x}{1,93 \cdot 10^8}\right)\right]}$$

Halla el índice de refracción del medio en que se mueve.

Fe de erratas de la primera edición del libro del alumnado: La ecuación de la onda electromagnética no estaba correctamente expresada, por lo que se debe tomar la que aparece en este solucionario.

Una onda queda descrita por la ecuación:

$$E = E_0 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

donde f es la frecuencia y v su velocidad de propagación.

Por tanto, tendremos:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,93 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \simeq 1,55$$

8 **Halla la ecuación de una onda electromagnética de 10^{10} Hz de frecuencia que se mueve en el agua, cuyo índice de refracción es 1,33.**

Como el índice de refracción es 1,33, la velocidad de propagación en el agua será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la ecuación de la onda será:

$$E = E_0 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot \left(t - \frac{x}{2,26 \cdot 10^8}\right)\right] = E_0 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot (t - 4,43 \cdot 10^{-9} \cdot x)\right] \text{ V/m}$$

9 **Una onda electromagnética de frecuencia $3 \cdot 10^6$ Hz se propaga con la siguiente ecuación, dada en unidades del SI:**

$$B_z = 10 \cdot cos\,(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

a) Halla la dirección de propagación y el vector de propagación.

b) Halla ω.

c) Halla el campo eléctrico asociado al campo magnético.

a) Vemos que se trata de una onda que se propaga en sentido positivo del eje *X*. El vector de propagación será, por tanto:

$$\vec{k} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \vec{i}$$

Hallemos la longitud de onda. Si suponemos que se propaga en el vacío, la longitud de onda vendrá dada por:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

por lo que:

$$\vec{k} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{c} \cdot \vec{i} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot \vec{i} \text{ rad/m}$$

b) La frecuencia angular es (unidades SI):

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^6 = 6 \cdot \pi \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

c) Recordemos que $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{k}$ forman un triedro positivamente orientado. Por tanto, la dirección de propagación del campo eléctrico debe estar en el eje *Y*. Además, la relación entre este y el campo magnético es:

$$E = B \cdot c$$

Por tanto:

$$\vec{E} = 3 \cdot 10^9 \cdot cos\,(6 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot x) \cdot \vec{j} \text{ V/m}$$

Polarización de una onda electromagnética

10 **Una onda electromagnética tiene una frecuencia de $2 \cdot 10^{14}$ Hz y una amplitud del campo eléctrico de 3 V/m. Si se desplaza en el vacío en el sentido positivo del eje *X*, escribe su ecuación de onda en los siguientes casos:**

a) Está polarizada linealmente.

b) Está polarizada circularmente.

a) Al ser una onda que se desplaza en el vacío en sentido positivo del eje *X*, las componentes de la función de onda tendrán la forma:

$$E_y = E_{0_y} \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

$$E_z = E_{0_z} \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right]$$

con φ = 0 o φ = π rad. Además, las componentes han de verificar:

$$\sqrt{E_{0_y}^2 + E_{0_z}^2} = E_0 = 3 \text{ V/m}$$

Por tanto:

$$E_y = E_{0_y} \cdot cos\left[4 \cdot \pi \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{3 \cdot 10^8}\right)\right]$$

$$E_z = E_{0_z} \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right]$$

Podríamos tomar el eje *Y* en la dirección de vibración del campo eléctrico, con lo que tendríamos:

$$\vec{E} = 3 \cdot cos\left[4 \cdot \pi \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{3 \cdot 10^8}\right)\right] \cdot \vec{j} \text{ V/m}$$

b) En este caso, ha de verificarse: φ = π/2 rad o φ = 3 · π/2 rad y $E_{0_z} = E_{0_y}$. Entonces:

$$3^2 = E_{0_y}^2 + E_{0_z}^2 = 2 \cdot E_{0_y}^2 \quad \rightarrow \quad E_{0_y} = E_{0_z} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \text{ V/m}$$

y las componentes del campo serán:

$$E_y = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos\left[4 \cdot \pi \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{3 \cdot 10^8}\right)\right] \text{ V/m}$$

$$E_z = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos\left[4 \cdot \pi \cdot 10^{14} \cdot \left(t - \frac{x}{3 \cdot 10^8}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \text{ V/m}$$

Hemos tomado φ = π/2 rad, aunque también hubiera sido válido tomar φ = 3 · π/2 rad. La única diferencia es el sentido de giro de la circunferencia.

Página 231

11 **Indica el estado de polarización de la onda electromagnética descrita por los siguientes campos eléctricos (en unidades del SI):**

a) $\boldsymbol{E_x = 3 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

$\boldsymbol{E_y = 4 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

b) $\boldsymbol{E_x = 3 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

$\boldsymbol{E_y = -4 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

c) $\boldsymbol{E_x = 3 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

$\boldsymbol{E_y = 4 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right) + \frac{\pi}{2}\right]}$

d) $\boldsymbol{E_x = 3 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]}$

$\boldsymbol{E_y = 4 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right) + \frac{3 \cdot \pi}{2}\right]}$

Fe de erratas de la primera edición del libro del alumnado: Los argumentos de la función coseno en las componentes de los campos eléctricos no estaban correctamente expresados.

a) Como el desfase entre las dos componentes es 0, vemos que se trata de una onda linealmente polarizada. El campo eléctrico está contenido en el plano *XY*, formando un ángulo con el eje *X* dado por:

$$\alpha = arctan\,\frac{4}{3} = 53,1°$$

b) Como el desfase entre las dos componentes es 0, vemos que se trata de una onda linealmente polarizada. El campo eléctrico está contenido en el plano *XY*, formando un ángulo con el eje *X* dado por:

$$\alpha = arctan\left(\frac{-4}{3}\right) = -53,1° = 306,9°$$

c) En este caso, el desfase es π/2 rad, por lo que se trata de una onda con polarización elíptica. No es circular porque E_{0_x} no es igual a E_{0_y}. El campo eléctrico está contenido en el plano *XY*.

d) En este caso, el desfase es 3 · π/2 rad, por lo que se trata de una onda con polarización elíptica. No es circular porque E_{0_x} no es igual a E_{0_y}. El campo eléctrico está contenido en el plano *XY*.

12 **Escribe las ecuaciones, en unidades del SI, de las siguientes ondas electromagnéticas, de frecuencia 10⁶ Hz y amplitud 1000 V/m:**

a) Una onda electromagnética polarizada linealmente que forma 30° con el eje *X*.

b) Una onda polarizada circularmente.

a) Tomamos como dirección de propagación el eje *Z*. Como la polarización es lineal, el desfase entre las componentes *x* e *y* será 0. Además, el ángulo que forma el campo eléctrico con el eje *X* es de 30°, por lo que:

$$E_{0_x} = E_0 \cdot cos\,30° = 866\ \text{V/m}$$

$$E_{0_y} = E_0 \cdot sen\,30° = 500\ \text{V/m}$$

Las componentes vendrán dadas entonces por:

$$E_x = 866 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]\ \text{V/m}$$

$$E_y = 500 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]\ \text{V/m}$$

b) Si está polarizada circularmente, ha de verificarse: φ = π/2 rad o φ = 3 · π/2 rad y $E_{0_x} = E_{0_y}$. Entonces:

$$1000 = \sqrt{E_{0_x}^2 + E_{0_y}^2} = \sqrt{2 \cdot E_{0_x}^2} \ \rightarrow\ E_{0_x} = E_{0_y} = 707,2\ \text{V/m}$$

Tomando φ = π/2 rad, tendremos:

$$E_x = 707,2 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right)\right]\ \text{V/m}$$

$$E_y = 707,2 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot 10^6 \cdot \left(t - \frac{z}{c}\right) + \frac{\pi}{2}\right]\ \text{V/m}$$

Intensidad de ondas electromagnéticas

13 **La luz visible abarca un rango de frecuencias que van desde (aproximadamente) 4,3 · 10¹⁴ Hz (rojo) hasta 7,5 · 10¹⁴ Hz (violeta); ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?**

a) La luz roja tiene menor longitud de onda que la violeta.

b) La radiación ultravioleta es la más energética del espectro visible.

c) Ambas frecuencias aumentan su longitud de onda en un medio con mayor índice de refracción que el aire.

a) Falsa. La longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

donde v es la velocidad de propagación, y f, la frecuencia. Por tanto, al tener menor frecuencia, la luz roja tiene mayor longitud de onda que la violeta.

b) Falsa. Es cierto que al aumentar la frecuencia, aumenta la energía de la radiación:

$$E = h \cdot f$$

Pero la afirmación es falsa porque la radiación ultravioleta no entra dentro del espectro visible.

c) Falsa. Al pasar a un medio con mayor índice de refracción, la velocidad de propagación de la radiación disminuye. El índice de refracción se define, para ondas electromagnéticas, como:

$$n = \frac{c}{v}$$

Así pues:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f}$$

por lo que si $n > 1$, la longitud de onda es menor que la que tiene la onda en el vacío.

14 **Calcula la frecuencia de una onda de radio que tiene 30 m de longitud de onda.**

La relación entre la frecuencia y la longitud de onda viene dada por:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Si suponemos que se propaga en el vacío:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{30 \text{ m}} = 10^7 \text{ Hz}$$

15 **¿Qué energía libera una tormenta eléctrica en la que se transfieren 50 rayos entre las nubes y el suelo? Supón que la diferencia de potencial media entre las nubes y el suelo es de 10^9 V y que la carga transferida en cada rayo es de 25 C.**

La energía asociada a este campo eléctrico es de tipo potencial, por lo que:

$$E_p = q \cdot V = 25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Si caen 50 rayos, tendremos:

$$E = 50 \cdot 25 \cdot 10^9 \text{ J} = 1{,}25 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

16 **La luz amarilla procedente de una lámpara de sodio tiene una longitud de onda de 589 nm. Cierto emisor de microondas produce una radiación de 5,89 milímetros. ¿Cuál de las dos transporta más energía? ¿Cuántas veces más?**

Datos: Constante de Planck, h = 6,626 · 10^{-34} J · s; velocidad de la luz en el vacío, c = 3,00 · 10^8 m/s; 1 nm = 10^{-9} m.

La energía asociada a una onda de frecuencia f viene dada por:

$$E = h \cdot f$$

Como la frecuencia de la radiación de es 5,9 mm, es 10^4 veces mayor que la de la luz amarilla, por lo que su energía también será 10^4 veces mayor.

17 **Un haz láser tiene un diámetro de 0,5 mm y una potencia de 10 mW. Halla su intensidad.**

La intensidad está relacionada con la potencia mediante la expresión:

$$I = \frac{P}{S}$$

Como el haz es un cilindro de 0,5 mm de diámetro:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m})^2 = 1{,}96 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$$

Por tanto:

$$I = \frac{10^{-2}\ \text{W}}{1{,}96 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2} = 5{,}1 \cdot 10^4\ \text{W/m}^2$$

18 **Un láser proporciona pulsos de radiación electromagnética en el vacío con una intensidad de 10^{10} W/m^2. Calcula la amplitud del campo eléctrico del haz.**

La relación entre la intensidad y la amplitud del campo eléctrico viene dada por:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Por tanto:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot I}{c \cdot \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^8 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}} = 2{,}74 \cdot 10^6\ \text{V/m}$$

Página 232

19 **Un láser de 5 mW tiene un diámetro de 1 mm. Calcula la densidad de energía.**

Recordemos, por una parte, que la intensidad de una onda electromagnética se puede calcular en términos de la amplitud del campo eléctrico:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Por otro lado, la densidad de energía electromagnética viene dada por:

$$\rho_T = \varepsilon_0 \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Por tanto:

$$\rho_T = \frac{I}{c}$$

La intensidad está relacionada con la potencia mediante la expresión:

$$I = \frac{P}{S}$$

con lo que tendremos:

$$\rho_T = \frac{P}{S \cdot c}$$

Como el haz es un cilindro de 1 mm de diámetro:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-4}\ \text{m})^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$$

Por tanto:

$$\rho_T = \frac{5 \cdot 10^{-3}\ \text{W}}{7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2 \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}} = 2{,}12 \cdot 10^{-5}\ \text{J/m}^3$$

20 **La intensidad de la luz solar que incide sobre la atmósfera superior es 1,1 kW/m². Calcula los valores de E_0 y B_0 asociados a la radiación electromagnética procedente del Sol, en la parte superior de la atmósfera. Sabiendo que la distancia de este a la Tierra es de 150 000 000 km, calcula la potencia emitida por el Sol.**

FE DE ERRATAS DE LA PRIMERA EDICIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNADO: En el enunciado del problema se pedían los valores eficaces en lugar de los valores máximos de la amplitud de los campos eléctrico y magnético.

La relación entre la intensidad y la amplitud del campo eléctrico viene dada por la expresión:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Obtenemos, a partir de ella, dicha amplitud:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot I}{c \cdot \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}} = 910 \text{ V/m}$$

La amplitud del campo magnético viene determinada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{910}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Por último, para calcular la potencia, utilizamos la relación entre esta y la distancia a la fuente:

$$P = I \cdot S = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

donde R es la distancia de la Tierra al Sol, 150 000 000 km:

$$P = 1100 \text{ W/m}^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

21 **Una onda electromagnética de frecuencia 10^{13} Hz de 200 W/m² de intensidad se propaga por el vacío. Halla su longitud de onda y la energía de los fotones que la componen, así como el número de fotones que inciden por unidad de superficie.**

Dado que la onda electromagnética se propaga por el vacío, su velocidad de propagación será: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. La longitud de onda viene dada por:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^{13} \text{ s}^{-1}} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

La energía de los fotones se calcula mediante:

$$E = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1} = 6{,}626 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Puesto que la intensidad es energía por unidad de tiempo y de superficie, tendremos que la energía que atraviesa un área de un metro cuadrado durante un segundo será de 200 J. Como la energía de cada fotón es, tal y como se ha calculado anteriormente, de $6{,}626 \cdot 10^{-21}$ J, el número de fotones que atraviesa la unidad de superficie en la unidad de tiempo será:

$$N = \frac{200 \text{ J}}{6{,}626 \cdot 10^{-21} \text{ J}} = 3 \cdot 10^{22} \text{ fotones}$$

22 **Una onda electromagnética tiene una longitud de onda de 10 nm y una intensidad de 500 W/m². Halla la energía de los fotones y el número de fotones por segundo que atraviesan una superficie de 1 m² perpendicular a la dirección de propagación.**

Como la onda electromagnética se propaga por el vacío, su velocidad de propagación será: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Entonces, la frecuencia vendrá dada por:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^{-8} \text{ m}} = 3 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$$

La energía de los fotones se calcula mediante:

$$E = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ s}^1 = 1{,}99 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Dado que la intensidad es energía por unidad de tiempo y de superficie, tendremos que la energía que atraviesa un área de un metro cuadrado durante un segundo será de 500 J. Como la energía de cada fotón es, tal y como se ha calculado anteriormente, de $1{,}99 \cdot 10^{-17}$ J, el número de fotones que atraviesa la unidad de superficie en la unidad de tiempo será:

$$N = \frac{500 \text{ J}}{1{,}99 \cdot 10^{-17} \text{ J}} = 2{,}52 \cdot 10^{19} \text{ fotones}$$

23 **Una onda electromagnética de frecuencia 10^{14} Hz incide sobre un metal comunicándole una energía de 10 MeV. Compara la intensidad de la radiación que incide sobre el metal considerada como partícula y como onda.**

Como onda, la intensidad viene dada por:

$$I_{onda} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

La amplitud del campo eléctrico viene dada por la densidad de energía:

$$\rho = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2$$

Luego, la intensidad estará relacionada con la densidad de energía mediante la expresión:

$$I_{onda} = \rho \cdot c$$

Como partícula, se trata de un haz de fotones, cada uno de los cuales tiene una energía dada por:

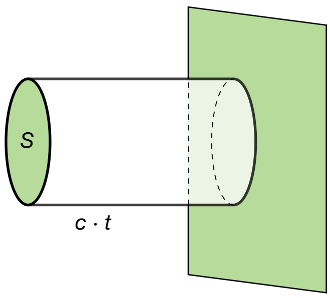
$$E_{fotón} = h \cdot f$$

La intensidad, que se define como la energía por unidad de tiempo y de área, vendrá dada por:

$$I_{part.} = \frac{P}{S} = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{N \cdot h \cdot f}{S \cdot t}$$

donde N es el número de fotones.

Obsérvese que ambas expresiones dan el mismo resultado. En efecto, en un cierto tiempo t, los fotones habrán recorrido una distancia igual a $c \cdot t$. Por tanto, el volumen que contiene al número de fotones N que incide sobre el metal vendrá dada por $S \cdot c \cdot t$, como se muestra en la figura siguiente:



La energía contenida en ese volumen será:

$$E = \rho \cdot S \cdot c \cdot t$$

por lo que:

$$E = N \cdot h \cdot f = \rho \cdot S \cdot c \cdot t \quad \rightarrow \quad \frac{N \cdot h \cdot f}{S \cdot t} = \rho \cdot c$$

Sustituyendo en la expresión de $I_{part.}$, tendremos:

$$I_{part.} = \frac{N \cdot h \cdot f}{S \cdot t} = \rho \cdot c = I_{onda}$$

Esto es, las dos formas de calcular la intensidad conducen al mismo resultado. Lo que varía es la interpretación del suceso físico que ocurre cuando incide radiación electromagnética sobre un material.

Finalmente, con los datos que proporciona el enunciado se puede calcular el número de fotones que inciden sobre el metal:

$$E = N \cdot h \cdot f = 10 \text{ MeV}$$

Teniendo en cuenta que 1 eV = 1,602 · 10^{-19} J, tendremos:

$$E = 10^7 \text{ eV} = 10^7 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1{,}602 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Y el número de fotones vendrá dado por:

$$N = \frac{E}{h \cdot f} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-12} \text{ J}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 10^{-34} \text{ s}^{-1}} = 2{,}4 \cdot 10^7 \text{ fotones}$$

Generación de ondas electromagnéticas

24 Un condensador formado por dos placas paralelas de 20 cm² se va cargando de tal modo que el campo aumenta linealmente con el tiempo hasta que el valor de este es 1 000 N/C. Después, el condensador se descarga y el campo oscila según la expresión 1 000 · *sen* (2 · π · *t*) N/C, emitiendo una onda electromagnética. Halla la ecuación de esta onda y la densidad de energía.

Como puede comprobarse, el campo oscila de forma armónica con una frecuencia angular igual a 2 · π rad/s; esto es, con una frecuencia de 1 Hz. La amplitud de esta oscilación es de 1 000 N/C, por lo que la ecuación de la onda asociada al campo eléctrico será:

$$E = 1000 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \text{ N/C}$$

La densidad de energía asociada al campo electromagnético vendrá dada por:

$$\rho = \varepsilon_0 \cdot E^2 = 10^6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot sen^2\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = 8{,}85 \cdot 10^{-6} \cdot sen^2\left[2 \cdot \pi \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \text{ J/m}^3$$

El valor medio de esta densidad de energía será:

$$\overline{\rho} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} = 4{,}43 \cdot 10^{-6} \text{ J/m}^3$$

25 Un circuito oscilante con un condensador de 2 μF y una bobina de 10 mH se conecta a una pila. Halla la frecuencia de la onda electromagnética que genera.

En este tipo de circuitos, la relación entre la frecuencia, la capacidad y la autoinducción, viene dada por:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}} = 1100 \text{ Hz}$$

26 Cuando un electrón salta de la cuarta a la primera órbita del átomo de Bohr, emite radiación electromagnética de 12,8 eV. Halla su longitud de onda.

La relación entre la energía del fotón y su frecuencia viene dada por la expresión:

$$E = h \cdot f$$

Por tanto, recordando que 1 eV = 1,602 · 10^{-19} J, tendremos:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{12{,}8 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 3{,}1 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Teniendo en cuenta la velocidad de propagación de la radiación electromagnética en el vacío, resulta:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,1 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 9,7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

Espectro electromagnético

27 Una emisora emite ondas electromagnéticas con una potencia de 10^2 W. Suponiendo que la antena es isótropa, es decir, no direccional, como la de los móviles, y emite de la misma forma en todas las direcciones, halla la amplitud del campo eléctrico y magnético a 10 km de ella.

Vamos a calcular, en primer lugar, la intensidad de la onda electromagnética a esa distancia. Como el enunciado dice que la antena emite isótropamente, la energía se repartirá por igual sobre una esfera de 10 km de radio. Por tanto, la intensidad a esa distancia será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{100 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (10^4 \text{ m})^2} = 7,96 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

La amplitud del campo eléctrico se puede calcular a partir de la expresión que la relaciona con la intensidad:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2 \ \rightarrow \ E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot I}{c \cdot \varepsilon_0}} = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$$

Por último, la amplitud del campo magnético será:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{7,7 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2,57 \cdot 10^{-11} \text{ T}$$

28 Si una lámpara de 100 W emite de forma isótropa, con el 80 % de esta potencia (intensidad) en todas las direcciones. Calcula la amplitud del campo eléctrico y magnético a 1 m de ella.

La potencia emitida por la lámpara en forma de radiación electromagnética será de 80 W. La intensidad de dicha radiación a 1 m de ella vendrá dada por:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{80 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (1 \text{ m})^2} = 6,4 \text{ W/m}^2$$

La amplitud del campo eléctrico se puede calcular a partir de la expresión que la relaciona con la intensidad:

$$I = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2 \ \rightarrow \ E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot I}{c \cdot \varepsilon_0}} = 69,43 \text{ V/m}$$

Por último, la amplitud del campo magnético será:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{69,43 \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2,31 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

29 Los átomos de sodio absorben y emiten radiación electromagnética de $5,9 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda de la correspondiente luz amarilla del espectro visible. Determina la energía de los fotones que absorben o emiten.

La frecuencia de esa radiación vendrá determinada por:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

La energía de los fotones vendrá dada por:

$$E = h \cdot f = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 5,1 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

30 **Determina la frecuencia y la longitud de onda de la onda electromagnética que absorbe:**

a) Un núcleo que necesita 10^3 eV para que se produzca una transición entre sus niveles.

b) Un átomo que absorbe 1 eV.

c) Una molécula que absorbe 10^{-3} eV.

¿En qué región del espectro se encuentran?

Dato: 1eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J

a) La relación entre la energía y la frecuencia viene dada por:

$$E = h \cdot f \quad \rightarrow \quad f = \frac{E}{h} = \frac{10^3 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,4 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$$

La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,4 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1}} = 1,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Esta longitud de onda corresponde a los rayos X.

b) Repetimos el procedimiento anterior para la nueva energía:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Corresponde al infrarrojo.

c) En este caso:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{10^{-3} \text{ e/V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,4 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Corresponde a las microondas.

Página 233

31 **Se necesitan 11 eV para separar el carbono y el oxígeno en una molécula de óxido de carbono, CO. Calcula la frecuencia de esta radiación. ¿En qué región del espectro se encuentra?**

FE DE ERRATAS DE LA PRIMERA EDICIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNADO: El valor máximo del campo eléctrico no se puede calcular con estos datos; en su lugar, el enunciado debía solicitar la frecuencia de la radiación.

Como:

$$E = h \cdot f$$

tendremos:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{11 \text{eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,66 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

que corresponde, como puede comprobarse observando la imagen de la página 225, al ultravioleta.

32 **Calcula la amplitud del campo magnético de una onda electromagnética en la cual el valor máximo del campo eléctrico es 8 mV/m y viaja por un medio donde la velocidad es la tercera parte de la del vacío.**

La relación entre la amplitud del campo eléctrico y la del campo magnético viene dada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{v}$$

donde *v* es la velocidad de propagación de la onda electromagnética. Entonces:

$$B_0 = \frac{E_0}{c/3} = 3 \cdot \frac{E_0}{c} = 3 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-3}\ \text{V/m}}{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 8 \cdot 10^{-11}\ \text{T}$$

33 **La distancia entre el Sol y la Tierra es de aproximadamente 150 000 000 km. Si una explosión estelar llenara el espacio de polvo interestelar con permitividad y permeabilidad magnética dobles que la del vacío, ¿cuánto tardaría la luz en llegar a la Tierra?**

FE DE ERRATAS DE LA PRIMERA EDICIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNADO: La distancia entre la Tierra y el Sol es de, aproximadamente, 150 000 000 km.

La velocidad de propagación de una onda electromagnética en un cierto medio viene dada por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$$

Entonces:

$$\varepsilon = 2 \cdot \varepsilon_0 \ ; \ \mu = 2 \cdot \mu_0 \ \rightarrow \ v = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{2} = 150\,000\ \text{km/s}$$

Por tanto, el tiempo que tardaría en llegar la luz del Sol a la Tierra sería:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{8}\ \text{km}}{1{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{km/s}} = 1000\ \text{s} = 16{,}67\ \text{minutos}$$

34 **Halla cuánto varía la longitud de onda de una onda electromagnética de frecuencia 10^{-9} Hz cuando pasa a un medio cuya constante dieléctrica es 4 veces la del vacío.**

La velocidad de propagación de una onda electromagnética en un cierto medio viene dada por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$$

Entonces:

$$\varepsilon = 4 \cdot \varepsilon_0 \ ; \ \mu = \mu_0 \ \rightarrow \ v = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{2}$$

Por tanto, y dado que la frecuencia no cambia, la longitud de onda pasará a ser:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{2 \cdot f} = \frac{\lambda_0}{2}$$

donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío. Es decir, la longitud de onda disminuye a la mitad.