INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ La finalidad de esta unidad consiste en aprender a diferenciar los poliedros, prismas y pirámides, así como a calcular su área y volumen.

En primer lugar leeremos la introducción y observaremos la imagen de presentación. Después los comentaremos con los alumnos y alumnas siguiendo este cuestionario:

– *¿Identificas en la imagen algún poliedro, prisma o pirámide?*

– *¿Qué otros objetos a tu alrededor tienen forma de dichos cuerpos geométricos?*

– *¿Una porción de tarta tiene forma de poliedro? ¿Y un dado? ¿Cuántas caras tiene?*

– *¿Por qué crees que es importante el estudio de los cuerpos geométricos?*

■ A continuación observaremos el índice de contenidos de esta unidad didáctica y el esquema que los relaciona, y formularemos estas preguntas:

– *¿Es lo mismo un polígono y un poliedro?*

– *¿En qué se diferencian los poliedros, los prismas y las pirámides?*

Empezamos la unidad

■ Con el fin de introducir y repasar ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se propone una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

– La actividad 1 repasa los polígonos según el número de lados.

– En la actividad 2 se revisa el concepto de polígono regular.

– La actividad 3 repasa la operativa con triángulos rectángulos.

– La actividad 4 trabaja el cálculo del área de un polígono regular, que luego aplicaremos al cálculo del área de poliedros.

– En la actividad 5 se refresca el teorema de Pitágoras, estudiado en temas anteriores.

– La actividad 6 introduce el cálculo de volúmenes.

■ Para concluir esta presentación de la unidad, pediremos al alumnado que resuelva por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*. A continuación pondremos en común los resultados obtenidos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 2, 4 y 6.* Leer e interpretar los enunciados para poder resolver las actividades propuestas.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2, 3, 4, 5 y 6.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 1, 2 y 5.* Saber transformar la información, recopilada en cursos anteriores, en conocimiento propio.

■ *Esquema pág. 192*. Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto pág. 190.* Valorar que en la realidad exiten las diferentes cuerpos y su abstracción son los cuerpos geométricos presentes en arquitectura o en diseños actuales.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Actividades.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen sobre el tema.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para iniciar la unidad sobre poliedros y ver cuál es el punto de partida de los alumnos, les propondremos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747432

Se trata de un vídeo de poco más de cuatro minutos, donde se repasa la historia de la arquitectura a través de imágenes de edificios notables, algunos de gran espectacularidad.

El profesor les pedirá que lo visualicen la primera vez, sin interrupciones solo para observar. A continuación, para introducir los poliedros, les preguntaremos:

- *¿Cuántos poliedros has visto en el vídeo?*
- ¿Podrías *nombrar* los que están en esta clase?

Seguidamente les pediremos que dibujen los cinco edificios que más les hayan gustado del vídeo, pero traducidos a poliedros.

De esta forma les hacemos notar que los cuerpos geométricos son abstracciones que realizamos de objetos, edificios, montañas, etc. presentes en la realidad.

Educamos en valores

Autoestima personal y espíritu de superación

■ Nuestro entorno físico, natural y artístico ofrece muchos ejemplos de objetos con patrones simétricos que les confieren un determinado valor estético constituyendo otro aspecto educativo en el que se puede incidir a través de las matemáticas.

A lo largo de la unidad se proponen ejemplos y actividades relacionadas con la naturaleza y con el arte que permiten cultivar la sensibilidad y la creatividad.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de la unidad que contribuyen a conseguir este objetivo:

– En las págs. 195 y 202 se muestran ilustraciones de elementos naturales con formas geométricas tridimensionales.

– La página 211 trabaja a partir de diversos edificios famosos con una marcada forma poliédrica.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 193

Para empezar…

1. El nombre de cada uno de los polígonos es:

Nº Lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrado
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono

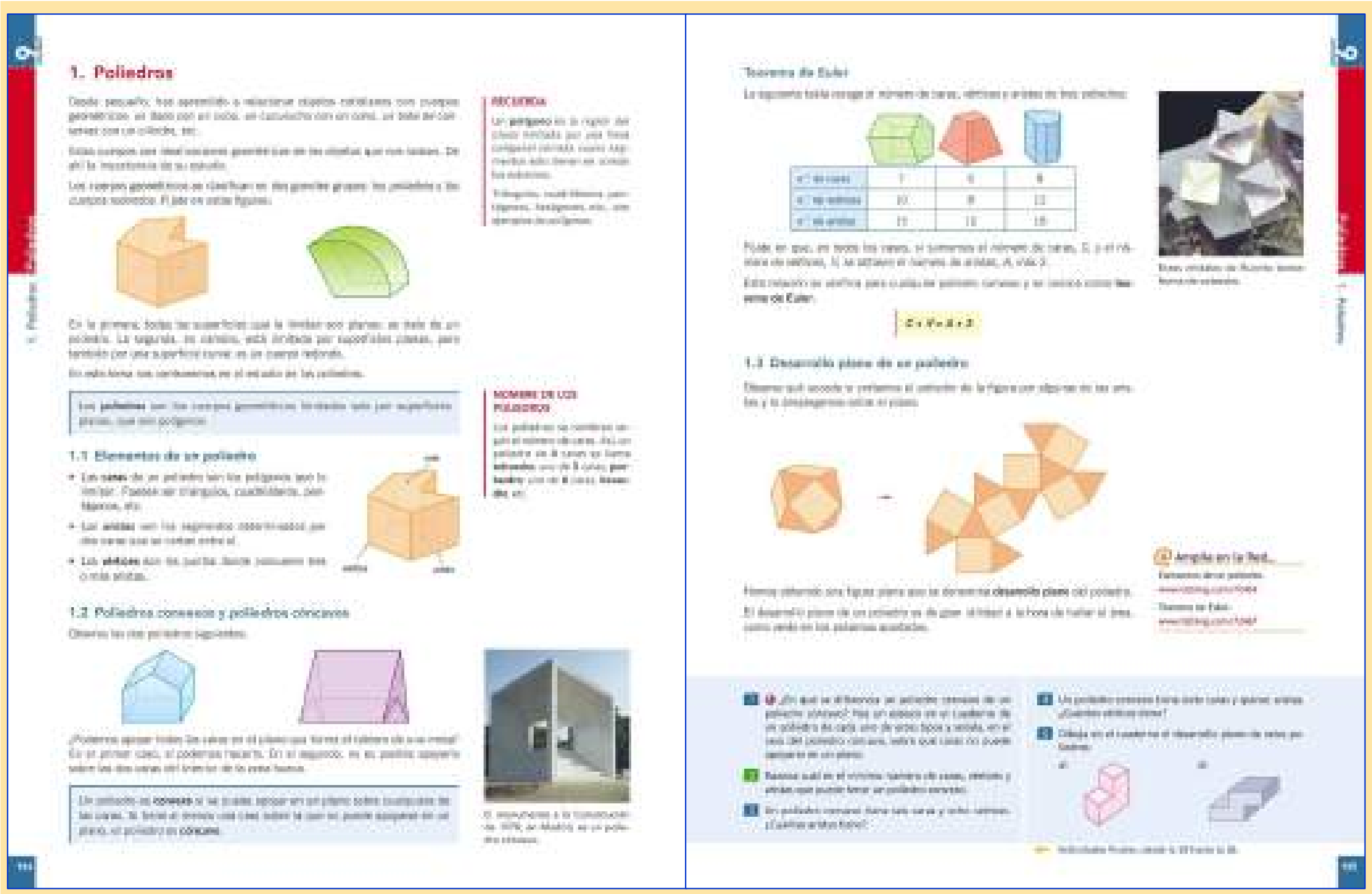
2. Un polígono es regular cuando todos sus lados y todos sus ángulos son iguales.

3. Puesto que se trata de un triángulo rectángulo, si apoyamos sobre uno de los catetos, la base y la altura coincidirán con los catetos dados. Por lo tanto:

$$A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\text{cm}^2$$

4. El área del pentágono es: $A = \dfrac{(5 \cdot 5) \cdot 3,4}{2} = 42,5 \text{ cm}^2$

(Continúa en la página 9-30 de la guía)



1. POLIEDROS

■ El objetivo de esta sección consiste en introducir el concepto de poliedro y sus principales características.

En primer lugar leeremos la introducción junto con la definición del recuadro y preguntaremos al alumnado:

– *¿Tiene forma de poliedro un bote de conservas? ¿Por qué?*

– *¿Qué es un poliedro? Pon un ejemplo de objeto cotidiano con forma de poliedro.*

A continuación leeremos la nota del margen *Recuerda*, para repasar el concepto de polígono, importante a la hora de estudiar los poliedros:

– *¿Qué relación encuentras entre un polígono y un poliedro?*

1.1 Elementos de un poliedro

■ Los alumnos y alumnas leerán ahora este apartado, junto a la nota del margen *Nombre de los poliedros*, y después resumiremos las ideas más importantes a través de este cuestionario:

– *¿Cómo se llamará un poliedro de 7 caras? ¿Y de 12?*

– *¿Cómo se definen las caras de un poliedro? ¿Y las aristas?*

– *¿Qué crees que habrá en mayor número en un poliedro, aristas o vértices? Razona tu respuesta.*

En este punto los alumnos y alumnas pueden acceder a la aplicación interactiva *72454* de *@Amplía…*, donde repasarán teoría y practicarán mediante varios ejercicios.

1.2 Poliedros convexos y poliedros cóncavos

■ Proseguiremos con la lectura del siguiente apartado, que clasifica los poliedros, y después preguntaremos al alumnado:

– *¿Cuándo un poliedro es convexo?*

– *¿Por qué el poliedro de la imagen del libro es cóncavo?*

A continuación leeremos el subapatado *Teorema de Euler* y accederemos al recurso *72467 de @Amplía en la Red,* con el fin de afianzar este teorema mediante un ejercicio autocorrectivo.

1.3 Desarrollo plano de un poliedro

■ Los alumnos y alumnas leerán ahora el último apartado, como paso previo al estudio del área de los poliedros:

– *¿Cómo obtenemos el desarrollo plano de un poliedro? ¿Para qué es útil?*

Por último los alumnos y alumnas resolverán las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 2, 3 y 4.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar argumentos propios y de generar ideas e hipótesis.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 y 2.* Aplicar los nuevos conocimientos adquiridos sobre poliedros para resolver las actividades propuestas.
- *Act. 5.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 1.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos en este apartado.
- *Act. 5.* Trabajar la autonomía, reflexionando con prudencia a la hora de realizar el proceso, y tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 requiere del uso del recién estudiado teorema de Euler.

✓ La actividad de ampliación 2 resultará útil para verificar el entendimiento del concepto de poliedro cóncavo.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de adentrarnos ya en las características de los poliedros, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747433

Es un recurso con diferentes ventanas interactivas. Nuestros alumnos accederán a la introducción y a la clasificación de poliedros. Se despliega un mapa conceptual muy completo. Pediremos que se lo impriman y adjunten en su cuaderno.

Este recurso facilita el aprendizaje al contar con dos soportes, visual y auditivo, además de un planteamiento ameno.

Podrán realizar los ejercicios interactivos que se presenta y que ofrecen la solución y/o repetición en caso de error.

Más adelante podrán volver a este recurso para practicar con la creación de polígonos semejantes.

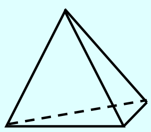
SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 195

1. Un poliedro convexo se puede apoyar en un plano sobre cualquiera de sus caras, mientras que uno convexo no cumple esta propiedad siempre.

2. Las caras tendrán que ser triángulos, ya que, es el polígono más pequeño.

Por lo tanto, el poliedro sería de la forma:



Luego el número mínimo de caras es 4, el de vértices es 4 y, el de aristas es 6.

3. Utilizando la fórmula Euler, se tiene:

$6+8=A+2;$

$A=12$

Por lo tanto, el número de aristas es 12.

4. Utilizando la fórmula Euler, se tiene:

$7+V=15+2;$

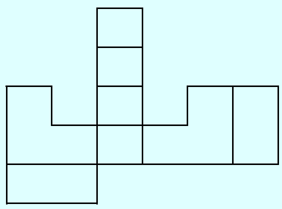
$V=10$

Por lo tanto, el número de vértices es 10.

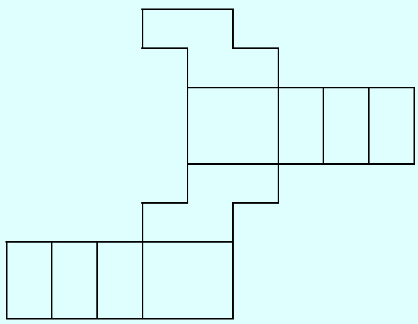
5. Actividad personal. A modo de ejemplo:

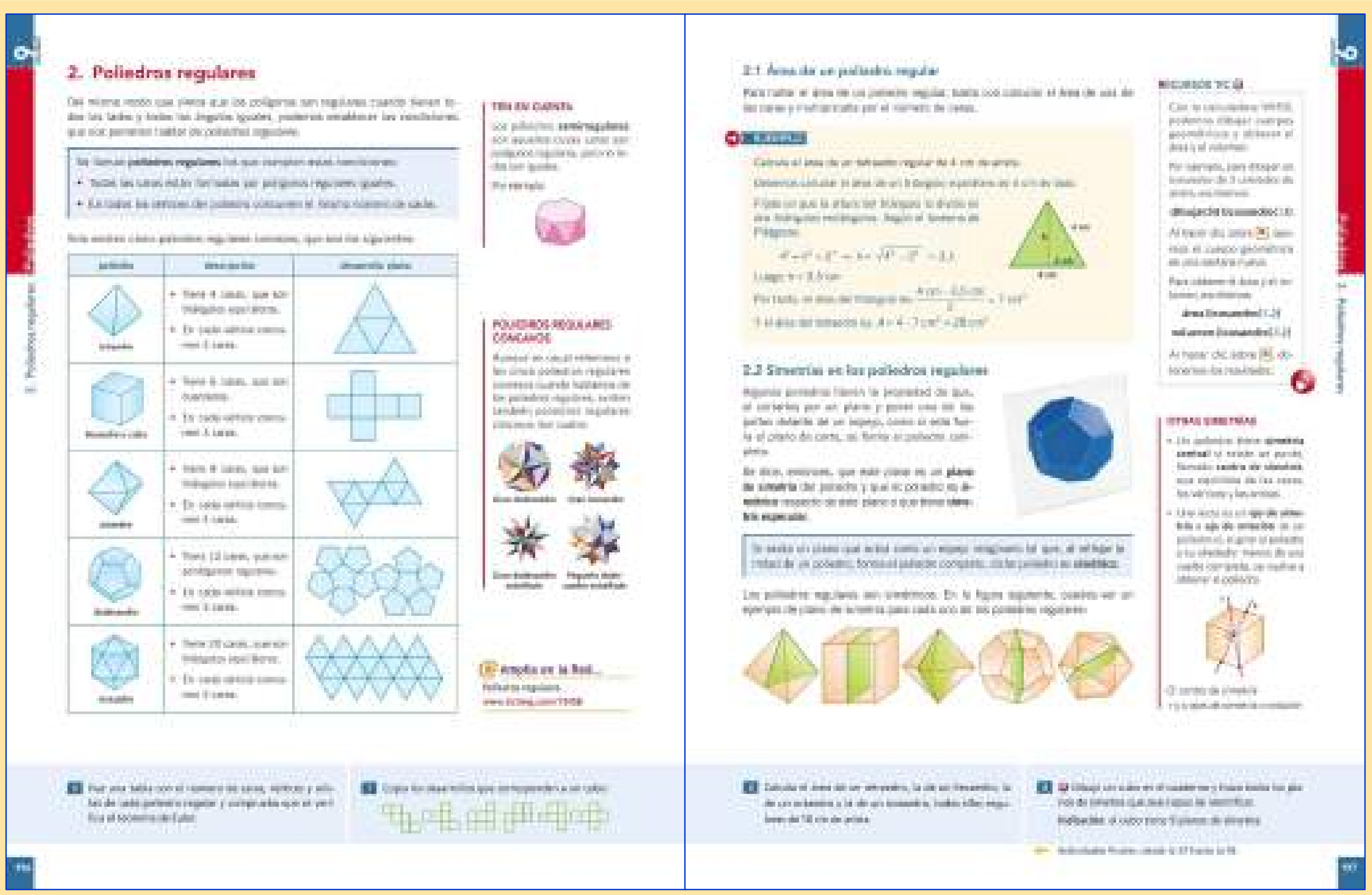
El desarrollo plano de cada una de las figuras sería:

a)



b)





2. POLIEDROS REGULARES

■ El objetivo de esta sección es el estudio de los poliedros, el cálculo de su área y su simetría.

Comenzaremos leyendo la primera parte de la sección, prestando atención a la tabla, donde se describen detalladamente los cinco poliedros regulares.

Después verificaremos su comprensión por parte del alumnado mediante este cuestionario:

– *¿Qué dos condiciones tiene que cumplir un poliedro para ser regular?*
– *¿Con qué otro nombre conocemos al hexaedro?*
– *¿Cómo se llama el poliedro regular convexo de 20 caras? ¿Qué forma tienen sus caras?*
– *¿Existe algún poliedro regular en el que sus caras sean triángulos rectángulos? Razona tu respuesta.*
– *¿Se cumple el teorema de Euler en estos poliedros?*

■ A continuación observaremos las dos notas del margen, *Ten en cuenta* y *Poliedros regulares cóncavos*:

– *¿Qué es un poliedro semirregular?*
– *¿Existen poliedros regulares cóncavos?*

■ Los alumnos y alumnas resolverán ahora las actividades propuestas en el libro en la página 196.

Después podrán comprobar los resultados de la actividad 6 accediendo al recurso *@Amplía en la Red*.

2.1 Área de un poliedro regular

■ En este apartado aprenderemos a calcular el área de los poliedros regulares a partir del área de un polígono.

Leeremos el texto y analizaremos el ejemplo, después formularemos las siguientes preguntas al alumnado:

– *¿Por qué para calcular el área de un tetraedro hemos calculado primero el área de un triángulo equilátero?*
– *¿Cuál sería el área si se tratara de un octaedro con esa misma arista?*

2.2 Simetrías en los poliedros regulares

■ A continuación leeremos el siguiente apartado, y la nota *Otras simetrías,* que comentaremos con los alumnos y alumnas:

– *¿Cuándo se dice que un poliedro es simétrico?*
– *¿Qué tipos de simetrías reconoces en un poliedro?*
– *Si un poliedro es simétrico respecto de un plano, ¿presentará también simetría central y simetría respecto de un eje?*

El docente expondrá cómo dibujar cuerpos geométricos con ayuda de la calculadora *Wiris.*

Después los alumnos y alumnas resolverán los ejercicios planteados en la página 197 del libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 8 Y 9*. Leer e interpretar el enunciado que contiene léxico específico sobre poliedros.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC, pág. 197.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se puede dibujar cuerpos geométricos y hacer cálculos de áreas y volúmenes.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 6.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

■ *Acts. 7 y 8.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 9.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre poliedros.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En la actividad de refuerzo 4 se trabaja el concepto de poliedro regular así como su descripción, empleando el vocabulario del tema.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para trabajar en clase con poliedros regulares y sus condiciones, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747434

El aplicativo GeoGebra permite ver, de forma virtual, como los poliedros regulares perfectos pueden inscribirse uno dentro de otro.

Pediremos a nuestros alumnos que practiquen con la ventana interactiva, las dos formas de hacerlo.

El profesor tendrá en cuenta que es un ejercicio dinámico muy constructivo a nivel de pensamiento abstracto, que además les permitirá regular la velocidad, el orden en que los pueden inscribir y la dimensión.

A continuación les preguntaremos lo siguiente:

- *¿Qué relación existe con las aristas?*
- *¿Quién descubrió esta propiedad de los poliedros regulares? ¿Qué nombre reciben también? ¿Por qué?*

El profesor despertará así el espíritu investigador con autonomía en los aprendizajes.

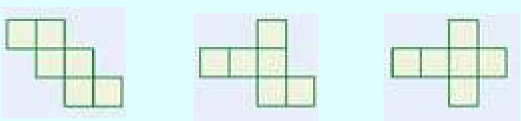
SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 196

6. La tabla quedaría como:

Poliedro	C	V	A	EULER
Tetraedro	4	4	6	4 + 4 = 6 + 2
Hexaedro	6	8	12	6 + 8 = 12 + 2
Octaedro	8	6	12	8 + 6 = 12 + 2
Dodecaedro	12	20	30	12 + 20 = 30 + 2
Icosaedro	20	12	30	20 + 12 = 30 + 2

7. Corresponden a un cubo los desarrollos planos:



Página 197

8. Todas las figuras tienen como caras triángulos equiláteros o cuadrados de 10 cm de lado.

– En el caso de cada cuadrado, su área sería de 100 cm^2.

– En el de los triángulos, utilizando el Teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$$10^2 = x^2 + 5^2 \Rightarrow x = 8{,}66\,\text{cm}$$

Por tanto, el área de cada triángulo será:

$$A = \frac{10 \cdot 8{,}66}{2} = 43{,}3\ \text{cm}^2$$

A continuación se calcula el área de cada una de las figuras propuestas, teniendo en cuenta el número y el tipo de caras que lo forman:

TETRAEDRO (4 triángulo equiláteros):

$$A = 4 \cdot 43{,}3 = 17{,}32\ \text{cm}^2$$

HEXAEDRO (6 cuadrados):

$$A = 6 \cdot 100 = 600\ \text{cm}^2$$

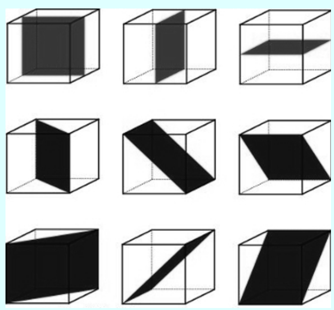
OCTAEDRO (12 triángulos equiláteros):

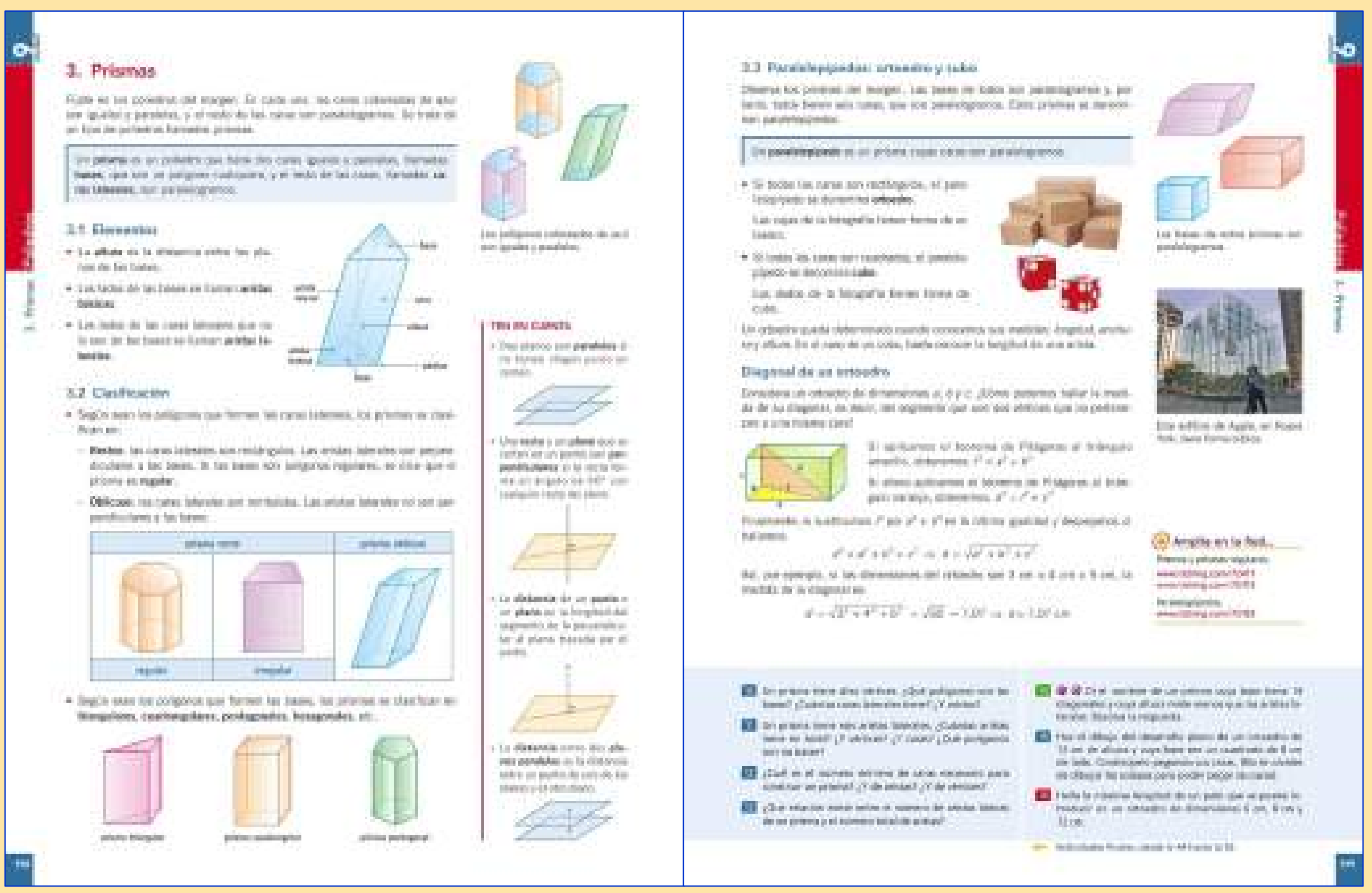
$$A = 12 \cdot 43{,}3 = 519{,}6\ \text{cm}^2$$

ICOSAEDRO (20 triángulos equiláteros):

$$A = 20 \cdot 43{,}3 = 866\ \text{cm}^2$$

9. Los planos son:





3. PRISMAS

■ El objetivo de esta sección es el estudio de los prismas, sus características y los casos particulares más importantes.

En primer lugar leeremos la introducción y la definición del prisma, observando las ilustraciones de la derecha:

– *¿Un poliedro es siempre un prisma? ¿Y viceversa?*
– *¿Cómo son las caras de un prisma y qué nombre reciben?*
– *¿Qué es un paralelogramo?*
– *¿Las bases de un prisma pueden ser polígonos irregulares?*

3.1 Elementos

■ A continuación el alumnado leerá el siguiente apartado, atendiendo al esquema en el que se representan los distintos elementos del prisma, y después lo comentaremos entre todos:

– *¿Cómo se define la altura de un prisma?*
– *¿Qué tipos de aristas encontramos en un prisma?*
– *¿Los prismas tienen vértices?*

Antes de pasar al siguiente apartado prestaremos atención al apunte *Ten en cuenta*, que nos recuerda la posición relativa y la distancia entre planos, rectas y puntos.

3.2 Clasificación

■ Leeremos ahora el texto de este apartado, observando cada tipo de prisma en las figuras:

– *¿Cómo es un prisma pentagonal?*
– *¿Cómo son las caras de un prisma oblicuo?*
– *¿Qué condiciones tiene que cumplir un prisma para ser regular?*

Después los alumnos y alumnas accederán a los recursos *72471* y *72473* de *@Amplía en la Red* para consolidar los conceptos estudiados sobre los prismas.

3.3 Paralelepípedos: ortoedro y cubo

■ Continuaremos con la lectura de este apartado, formulando al alumnado las siguientes preguntas:

– *¿Cuántas caras tiene un paralelepípedo?*
– *¿Un paralelepípedo es un poliedro?*
– *Pon un ejemplo de un objeto a tu alrededor con forma de ortoedro y otro con forma de cubo.*
– *¿Cómo se define y cómo calculamos la diagonal de un ortoedro?*

Por último los alumnos y alumnas pondrán en práctica los conocimientos adquiridos accediendo al recurso web *72483* de *@Amplía en la Red* y resolviendo las actividades del libro.

Competencias clave

Comunicación lingüística

- *Acts. 11, 13 y 14.* Formular y expresar los propios argumentos de una manera convincente y adecuada al contexto en la resolución de las actividades.

Aprender a aprender

- *Acts. 10, 11 y 12.* Aplicar el proceso aprendido para clasificar prismas y mejorar la eficacia en la resolución.
- *Acts. 12 y 13.* Adquirir confianza en uno mismo y gusto por aprender realizando las actividades.
- *Acts. 14, 15 y 16.* Aplicar los nuevos conocimientos adquiridos a situaciones parecidas propuestas.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

- *Acts. 10 a 13.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre los prismas.
- *Acts. 15 y 16.* Trabajar la confianza en uno mismo, el espíritu de superación, la motivación y la capacidad de aprender de los propios errores.

Recursos didácticos de la guía

✓ La actividad de refuerzo 1 permitirá consolidar el concepto de prisma y sus particularidades como poliedro.

Recursos didácticos

Navegamos por Tiching

– Para ampliar y practicar con un tipo concreto de poliedros, les proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747435

El recurso es un vídeo de poco más de nueve minutos y se centra en los primas. Los alumnos podrán repasar definiciones y características. También la fórmula para hallar su área y volumen.

Previamente les podemos pedir que aporten objetos de uso cotidiano, diseñados con formas de prismas. Les pediremos que en grupo realicen un trabajo explorativo según el siguiente esquema:

- Calcular: aristas, área y volumen de cada objeto.
- Clasificar según las propiedades observadas.
- Dibujo del desarrollo plano.

Finalmente el profesor pedirá a toda la clase realizar una clasificación general y se expondrá el resultado.

Este tipo de propuestas fomentan la participación entre los alumnos y favorece el aprendizaje abstracto al promover unas Matemáticas manipulativas.

Soluciones de las actividades

Página 199

10. En un prisma, el número de vértices es el correspondiente a los que hay entre las dos bases, por lo que, tendría 5 vértices cada una, y se tratarían de **pentágonos**.

Luego, el número de caras laterales sería 5, y el número de aristas 15.

11. Al tener 6 aristas laterales, se deduce que las bases tienen que ser **hexágonos**.

Luego, tendrá, en total, 18 aristas, 12 vértices y 6 caras.

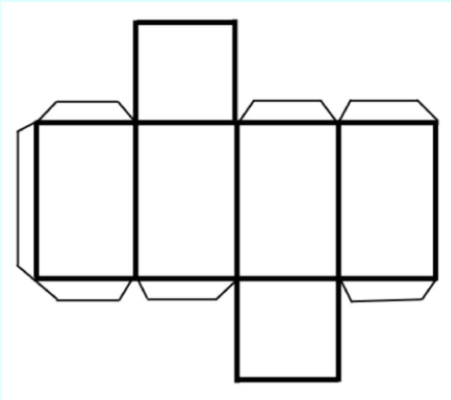
12. El mínimo número de caras sería 3 y, contando con las dos bases, que serían triangulares, el número de aristas sería 9 y, el número de vértices, 6.

13. El número de aristas básicas es siempre 2/3 del total de aristas.

14. El polígono que tiene 14 diagonales es el heptágono, por lo tanto tendrá esa figura como bases. Para que la altura sea menor que la arista, el prisma tiene que ser oblicuo. Por tanto, el nombre sería: **prisma oblicuo heptagonal**.

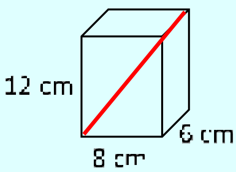
15. Actividad personal. A modo de ejemplo:

El esquema del desarrollo plano sería:



16. La máxima longitud siempre la toma la diagonal del ortoedro.

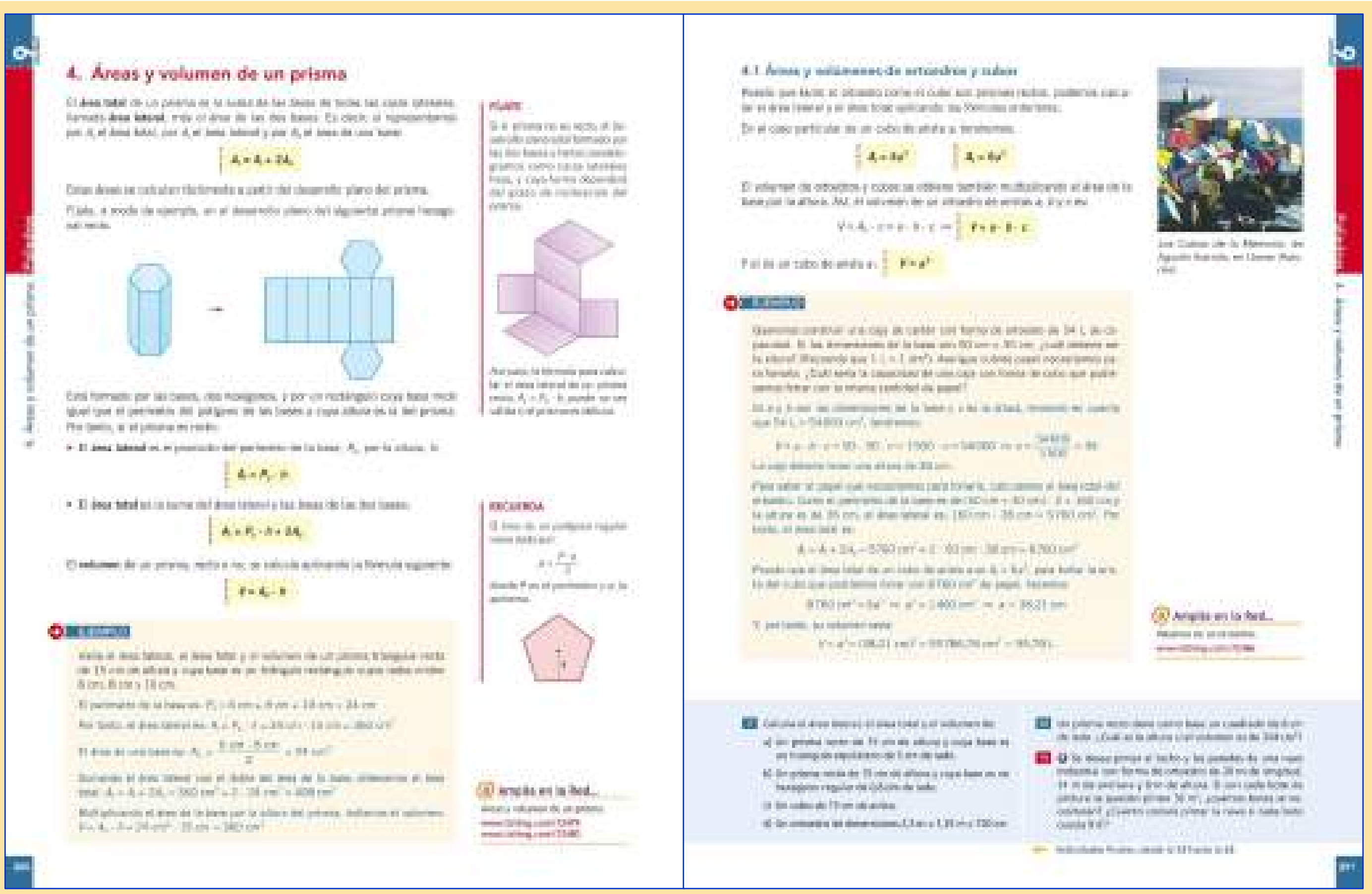
Gráficamente se describiría como:



La longitud de la diagonal sería:

$d = \sqrt{12^2 + 8^2 + 6^2} = 15{,}6$

Por tanto, la longitud máxima del palo sería de 15,6 cm.



4. ÁREAS Y VOLUMEN DE UN PRISMA

■ El objetivo básico de esta sección es el cáculo del área y el volumen de un prisma, y su particularización para el ortoedro y el cubo.

Para empezar leeremos atentamente el desarrollo del cálculo del área y el volumen de un prisma, incluyendo el apunte *Recuerda*. Después lo revisaremos con los alumnos y alumnas contestando a estas preguntas:

– *¿A qué denominamos área lateral de un prisma? ¿Cómo lo calculamos para un prisma recto?*
– *¿Cómo hallamos el área total de un prisma recto?*
– *¿Y el área de las bases?*
– *¿Se podría aplicar a un prisma oblicuo?*
– *¿Cuál es la fórmula para obtener el volumen de un prisma recto? ¿Y de uno oblicuo?*

■ A continuación el alumnado prestará atención a la nota *Fíjate*, sobre el cálculo del área en el caso de un prisma oblicuo.

Después observaremos el ejemplo resuelto en el libro, donde se aplican las fórmulas anteriores a un caso concreto:

– *¿Si el prisma fuera oblicuo, el área sería el mismo?*
– *¿Cómo hemos calculado el área de la base?*
– *¿Por qué duplicamos el área de la base para calcular el área total?*

Por último los alumnos y alumnas practicarán estos cálculos resolviendo los ejemplos que encontrarán en los recursos *@Amplía en la Red.*

4.1 Áreas y volúmenes de ortoedros y cubos

■ Posteriormente leeremos el siguiente apartado, donde estudiaremos la particularización de los cálculos anteriores al cubo y al ortoedro, y observaremos el ejemplo mostrado en la ilustración de la derecha:

– *¿Podemos aplicar los cálculos anteriores al cubo y al ortoedro? Razona tu respuesta.*
– *¿Cómo obtenemos que el área del cubo es $6a^2$?*
– *¿Qué datos necesitamos para hallar ambos volúmenes, del cubo y el ortoedro?*

■ A continuación analizaremos el ejemplo, atendiendo a las operaciones y transformaciones realizadas:

– *¿Cómo calculamos el perímetro de la base del ortoedro? ¿Por qué es necesario calcularlo?*
– *¿Por qué igualamos el área del ortoedro a la expresión $6a^2$?*

Ahora los alumnos y alumnas pueden seguir practicando la resolución del ortoedro en el recurso *@Amplía en la Red* de la página 201, y de los prismas en general en las actividades del libro de la misma página.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 17.* Interpretar el enunciado y procesar los datos que se proponen, de manera ordenada y adecuada al contexto.
- *Act. 19.* Leer, comprender e interpretar el enunciado del problema para poderlo resolver.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 17.* Reconocer y asimilar los conceptos y las propiedades sobre cálculos sobre prismas y ser capaz de reproducirlos.
- *Act. 18.* Aplicar los conocimientos recien adquiridos, transformando la información en conocimientos propios.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 19.* Identificar, en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 2 servirá para revisar la realización de desarrollos planos de los poliedros, identificando a partir del desarrollo plano la correspondencia con cada cuerpo geométrico.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Naveguemos por Tiching

– Para seguir trabajando en clase áreas y volumen del prisma, y de ortoedros y cubos, podemos acceder al siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747436

Es un recurso con seis actividades interactivas que el alumno realizará en su cuaderno y a continuación verificará el resultado. Si éste es erróneo, facilita el desarrollo del ejercicio, para que el alumno compruebe por sí mismo dónde ha fallado.

A continuación, les indicaremos una actividad grupal*:*

- En grupos de seis, preparad seis tarjetas con seis preguntas sobre prismas, en seis minutos.
- Pueden ser definiciones con errores o tipo verdadero/falso o áreas, etc. Repartid las tarjetas entre toda la clase.
- En seis minutos cada grupo deberá responder las que les han tocado. Pueden organizarse comisiones de expertos.

Esta actividad puede ser interesante para los alumnos, ya que promueven unas Matemáticas lúdicas, creativas y participativas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 201

17. Las soluciones son las siguientes:

a) El perímetro de la base es: $P_b = 3 \cdot 5 = 15$ cm

Por tanto, el área lateral es: $A_l = 15 \cdot 15 = 225\ \text{cm}^2$

El área de una base es:

$$A_b = \frac{5 \cdot 4,3}{2} = 10,8\ \text{cm}^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 225 + 2 \cdot 10,8 = 246,6\ \text{cm}^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 10,8 \cdot 15 = 162\ \text{cm}^3$$

b) El perímetro de la base es: $P_b = 8 \cdot 6 = 48$ cm

Por tanto, el área lateral es: $A_l = 48 \cdot 15 = 720\ \text{cm}^2$

El área de una base es:

$$A_b = \frac{48 \cdot 6,9}{2} = 165,6\ \text{cm}^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 720 + 2 \cdot 165,6 = 1051,2\ \text{cm}^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 165,6 \cdot 15 = 2484\ \text{cm}^3$$

c) El área lateral es: $A_l = 4 \cdot 15^2 = 900\ \text{cm}^2$

El área total es: $A_t = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 15^2 = 1350\ \text{cm}^2$

Por otro lado, hallamos el volumen:

$$V = a^3 = 15^3 = 3375\ \text{cm}^3$$

d) El perímetro de la base es:

$$P_b = 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 1,25 = 7,5\ \text{m}$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 7,5 \cdot 1,5 = 11,25\ \text{m}^2$$

El área de una base es: $A_b = 3,125\ \text{m}^2$

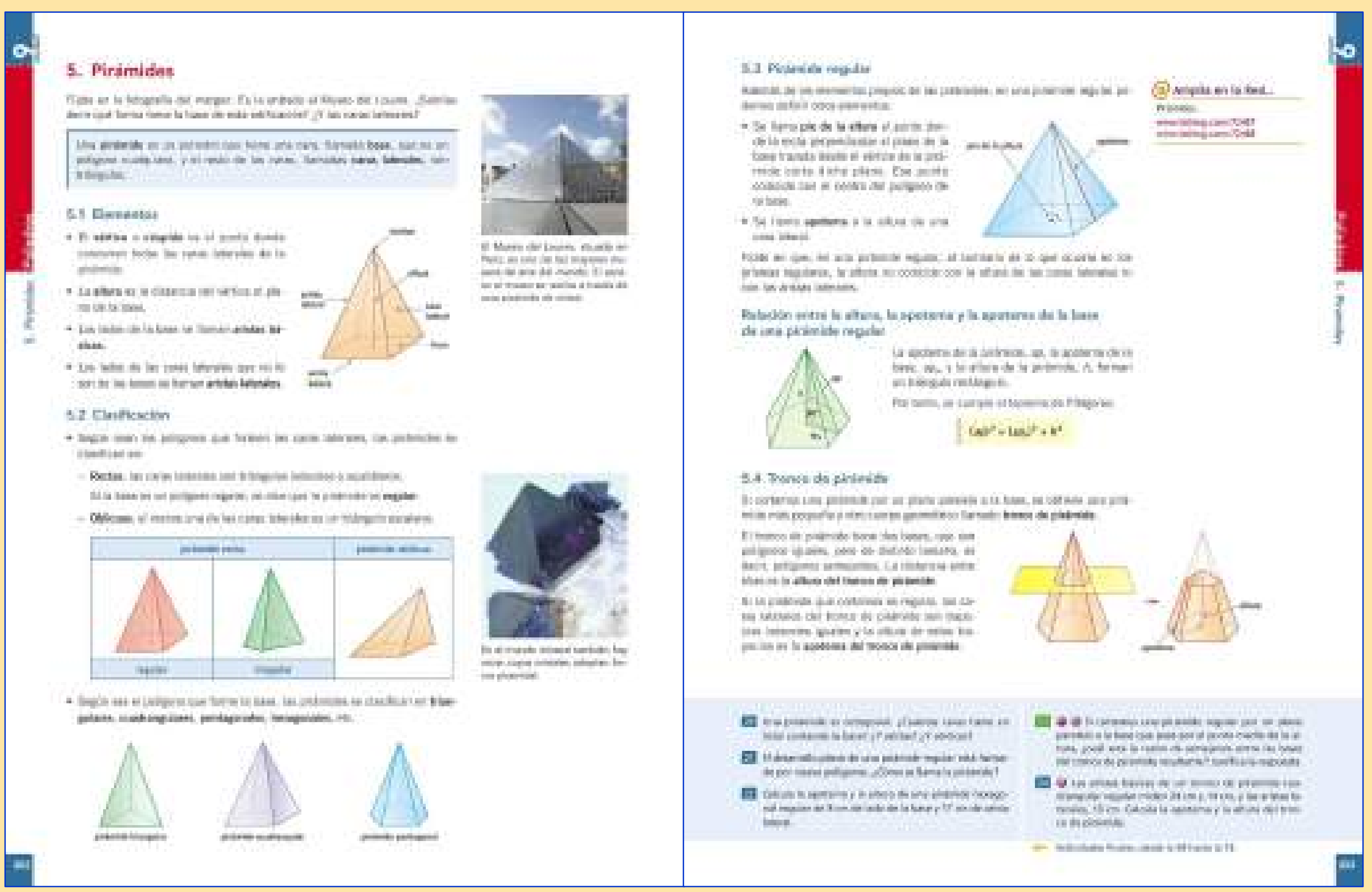
Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 11,25 + 2 \cdot 3,125 = 17,5\ \text{m}^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 3,125 \cdot 1,5 = 4,6875\ \text{m}^3$$

(Continúa en la página 9-30 de la guía)



5. PIRÁMIDES

■ El objetivo básico de esta sección es el análisis de las pirámides, sus características y particularizaciones más importantes.

5.1 Elementos

■ En primer lugar los alumnos y alumnas leerán la introducción y el primer apartado, junto con los ejemplos del margen. Después les plantearemos las siguientes cuestiones:

– *¿Cuántas caras tiene una pirámide? ¿Qué forma tienen dichas caras?*
– *¿Una pirámide es un poliedro? ¿Es cóncavo o convexo?*
– *¿Cuáles son las aristas básicas y cuáles las laterales?*
– *¿Conoces otros ejemplos de pirámides que se encuentren a nuestro alrededor?*

5.2 Clasificación

■ A continuación leeremos el segundo apartado, atendiendo a las figuras que aclaran la clasificación de las pirámides:

– *¿Cuándo se dice que una pirámide es regular?*
– *¿Cómo se clasifican las pirámides según su base?*
– *¿Podrías dibujar una pirámide octogonal?*

■ Antes de proseguir con el texto de esta sección, los alumnos y alumnas jugarán con los dos recursos interactivos de *@Amplía en la Red* de la página 203, con el fin de familiarizarse con este cuerpo geométrico.

5.3 Pirámide regular

■ Después leerán el siguiente apartado, donde se introducen nuevos conceptos aplicados a las pirámides regulares:

– *¿Una pirámide regular puede ser oblicua?*
– *¿Qué es la apotema de una pirámide regular? ¿Y la de sus base?*
– *¿Qué expresión relaciona ambas?*

5.4 Tronco de pirámide

■ Por último leeremos este apartado en el que analizaremos un nuevo cuerpo geométrico formado a partir de una pirámide:

– *¿Cómo son las bases de un tronco de pirámide entre sí? Razona tu respuesta.*
– *¿Cuál es la altura del tronco de pirámide y cuál la apotema?*

Para terminar pediremos a los alumnos y alumnas que resuelvan las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 23.* Comprender e interpretar el enunciado del problema que se plantea y responder con la solución correspondiente.

APRENDER A APRENDER

- *Acts.20, 21 y 22.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones de manera racional.
- *Acts. 23 y 24.* Aplicar los procesos aprendidos para calcular la apotema y la altrura del tronco de pirámide, de forma repetitiva para mejorar la eficacia en su resolución.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 23.* Reflexionar antes de resolver la actividad y tomar decisiones de forma razonada, aplicando las estrategias aprendidas de manera sistemática.
- *Act. 24*. Desarrollar la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos, extrayendo conclusiones y siendo perseverante en la resolución.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 consolidará el aprendizaje de las características, elementos y clasificación de las pirámides.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar con un poliedro particular como la pirámide, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747437

Se trata del aplicativo GeoGebra con el cual podrán construir diferentes prismas y pirámides. El recurso permitirá a nuestros alumnos interactuar e implicarse en la construcción. Por ello les pediremos:

- *¿Sabrías construir varias posibilidades como te propone la página?*
- *¿Podrías calcular el área y el volumen de cada uno?*

A continuación, y para promover la utilización de los recursos tecnológicos presentes en la red, les podemos sugerir:

- *Acciona los diferentes puntos y contempla las figuras desde distintos ángulos. Podrás tener una visión más gobal y completa de los poliedros.*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 203

20. Contando con la base, el número de caras total es 9. El número de aristas es 16. Y, el número de vértices, es 9.

21. Al tener nueve polígonos su desarrollo plano, la pirámide tendrá 8 caras y la base, por lo tanto, se trata de una pirámide octogonal.

22. Calculamos la apotema de la pirámide, utilizando el Teorema de Pitágoras sobre el triángulo rectángulo formado entre la arista (17 cm), la mitad del lado de la base (4 cm) y la apotema de la pirámide (*ap*):

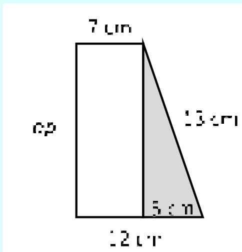
$$17^2 = ap^2 + 4^2 \Rightarrow ap = 16{,}5 \text{ cm}$$

Para calcular la altura, se necesita calcular primero la apotema de la base (ap_b). Teniendo en cuenta que el radio de un hexágono mide lo mismo que el lado, la ap_b mide 6,9 cm. Por tanto, la altura (*h*), sería:

$$ap^2 = h^2 + ap_b{}^2 \Rightarrow 16{,}5^2 = h^2 + 6{,}9^2 \Rightarrow h = 15 \text{ cm}$$

23. Por el Teorema de Thales, la razón entre los lados de ambas dimensiones tiene que ser la misma. Por lo tanto, puesto que la razón entre las alturas es de 1/2, se mantendrá constante para las bases.

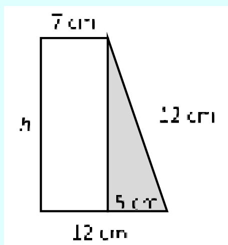
24. La apotema se calcula teniendo en cuenta la siguiente figura, que corresponde a media cara lateral del tronco de pirámide:



Utilizando el Teorema de Pitágoras sobre el triángulo sombreado:

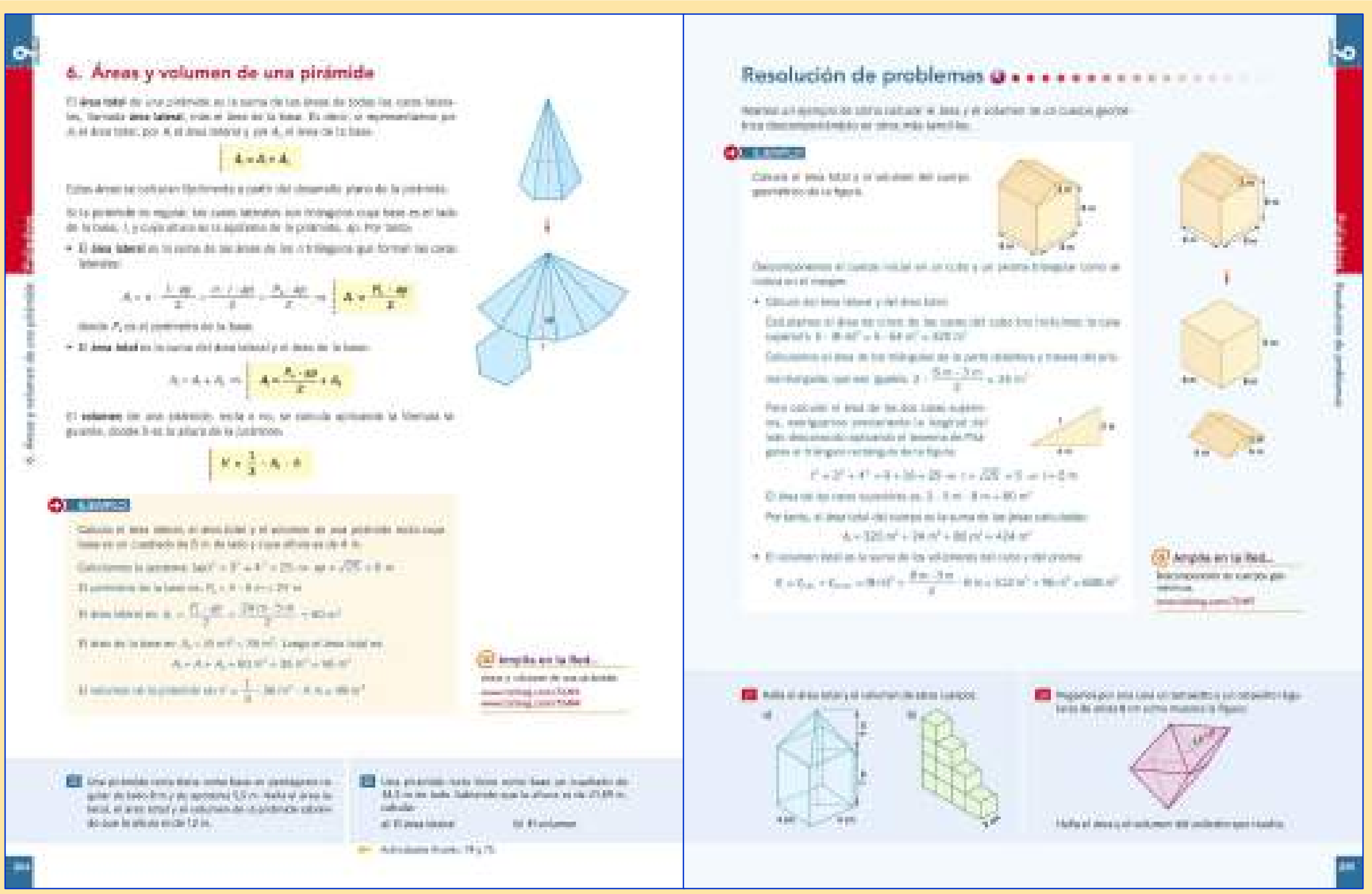
$$ap^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow ap = 12 \text{ cm}$$

Por otra parte, la altura se calculará utilizando una figura similar pero, en este caso, correspondiente a una sección del tronco de pirámide:



Utilizando el Teorema de Pitágoras sobre el triángulo sombreado:

$$12^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow h = 10{,}9 \text{ cm}$$



6. ÁREAS Y VOLUMEN DE… / RESOLUCIÓN…

■ El objetivo de esta sección consiste en aprender a calcular el área y volumen de una pirámide.

Leeremos primero la introducción y el desarrollo del área para una pirámide regular. A continuación observaremos el cálculo del volumen de cualquier pirámide y formularemos las siguientes preguntas al alumnado:

- *¿A qué llamamos área lateral? ¿Cómo lo calculamos?*
- *¿Podemos aplicar ese cálculo a cualquier pirámide?*
- *¿Por qué el perímetro de la base es n*l?*
- *¿Cómo calculamos el volumen de una pirámide? ¿Podemos aplicar esa fórmula a cualquier pirámide?*

■ Después analizaremos el ejemplo resuelto en el que se aplican las fórmulas anteriores y comentaremos entre todos los siguientes puntos:

- *¿Se trata de una pirámide regular? ¿Por qué?*
- *¿Cómo hemos calculado la apotema?*
- *¿Por qué el perímetro de la base es 24m?*
- *¿Cuál sería el área y el volumen si la base de la pirámide fuese hexagonal?*

Ahora el alumnado accederá a los recursos de *@Amplía en la Red* de la página 204, que contienen ejemplos interactivos muy prácticos del cálculo del área y el volumen de pirámides.

Para terminar, los alumnos y alumnas pondrán en práctica los conocimientos adquiridos realizando los ejercicios.

■ En la siguiente sección trabajaremos el cálculo del área y el volumen de cuerpos más complejos a partir de los estudiados a lo largo de esta unidad didáctica.

Empezaremos leyendo la introducción y después examinaremos el ejemplo paso a paso. Para comprobar su comprensión por el alumnado plantearemos el siguiente cuestionario:

- *¿Por qué calculamos el área de cinco de las caras del cubo en lugar de séis?*
- *¿Por qué la parte superior es un prisma y no una pirámide? ¿En qué se diferencian?*
- *¿Se trata de un prisma regular?*
- *¿Cómo calculamos el lado menor de las caras rectangulares del prisma?*
- *¿Cómo hemos calculado el volumen del prisma?*

Los alumnos y alumnas accederán ahora al recurso *@Amplía en la Red* de la página 205, en el que se recogen problemas resueltos sobre cuerpos compuestos.

Por último pueden resolver los ejercicios propuestos, en los que pondrán a prueba su destreza aplicando el procedimiento descrito en los ejemplos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 25 y 26.* Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas planteados y resolverlos mediante la aplicación de los conocimientos sobre pirámides.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 27 y 28.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 25 y 26.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, evaluando las acciones realizadas.
- *Resolución de problemas, pág. 205*. Observar el planteamiento y la resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ Las actividades de ampliación 1 y 3 servirán como práctica para mejorar la representación bidimensional y tridimensional de los poliedros, indispensable para afrontar problemas donde se requiere una croquización inicial o una descomposición.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para finalizar el tema de los poliedros, proponemos el enlace siguiente:

http://www.tiching.com/747438

El recurso es un vídeo de casi diez minutos de duración presentado por unos personajes de animación. Repasan de forma divertida y amena todos los poliedros y sus características.

El profesor lo puede proponer como resumen de la unidad y también para preparar preguntas básicas. Al finalizar les preguntaremos:

- *¿Qué demostración aparece al final del vídeo? ¿Cómo lo hace?*
- *¿Serías capaz de proponer, exponer y hacer lo mismo con otro poliedro?*

La Geometría sugiere dinámicas más participativas y lúdicas, promueve la autonomía y sugiere estrategias diversas para el aprendizaje.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 204

25. Calculamos la apotema de la pirámide:

$$ap^2 = 12^2 + 5,5^2 \Rightarrow ap = 13,2 \text{ m}$$

El perímetro de la base sería:

$$P_b = 8 \cdot 5 \Rightarrow P_b = 40\text{m}$$

El área lateral es:

$$A_l = \frac{40 \cdot 13,2}{2} \Rightarrow A_l = 264 \text{ m}^2$$

El área de la base es:

$$A_b = \frac{40 \cdot 5,5}{2} \Rightarrow A_b = 110 \text{ m}^2$$

Luego, el área total es:

$$A_t = 264 + 110 = 374 \Rightarrow A_t = 374 \text{ m}^2$$

Y, el volumen de la pirámide, es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 110 \cdot 12 \Rightarrow V = 440 \text{ m}^3$$

26. Las soluciones son las siguientes:

a) Calculamos la apotema de la pirámide:

$$ap^2 = 21,65^2 + 17,25^2 \Rightarrow ap = 27,68\text{m}$$

El perímetro de la base es:

$$P_b = 34,5 \cdot 4 = 138\text{m}$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = \frac{138 \cdot 27,68}{2} = 1909,92\text{m}^2$$

b) Teniendo en cuenta que la base es un cuadrado, el volumen sería:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 34,5^2 \cdot 21,65 = 8589,6\text{m}^3$$

Página 205

27. A continuación se resuelve cada apartado:

a) Descomponemos el cuerpo inicial en un ortoedro y una pirámide cuadrangular.

En primer lugar, calculamos el **área total**. Comenzando por el área de la base: $A_b = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

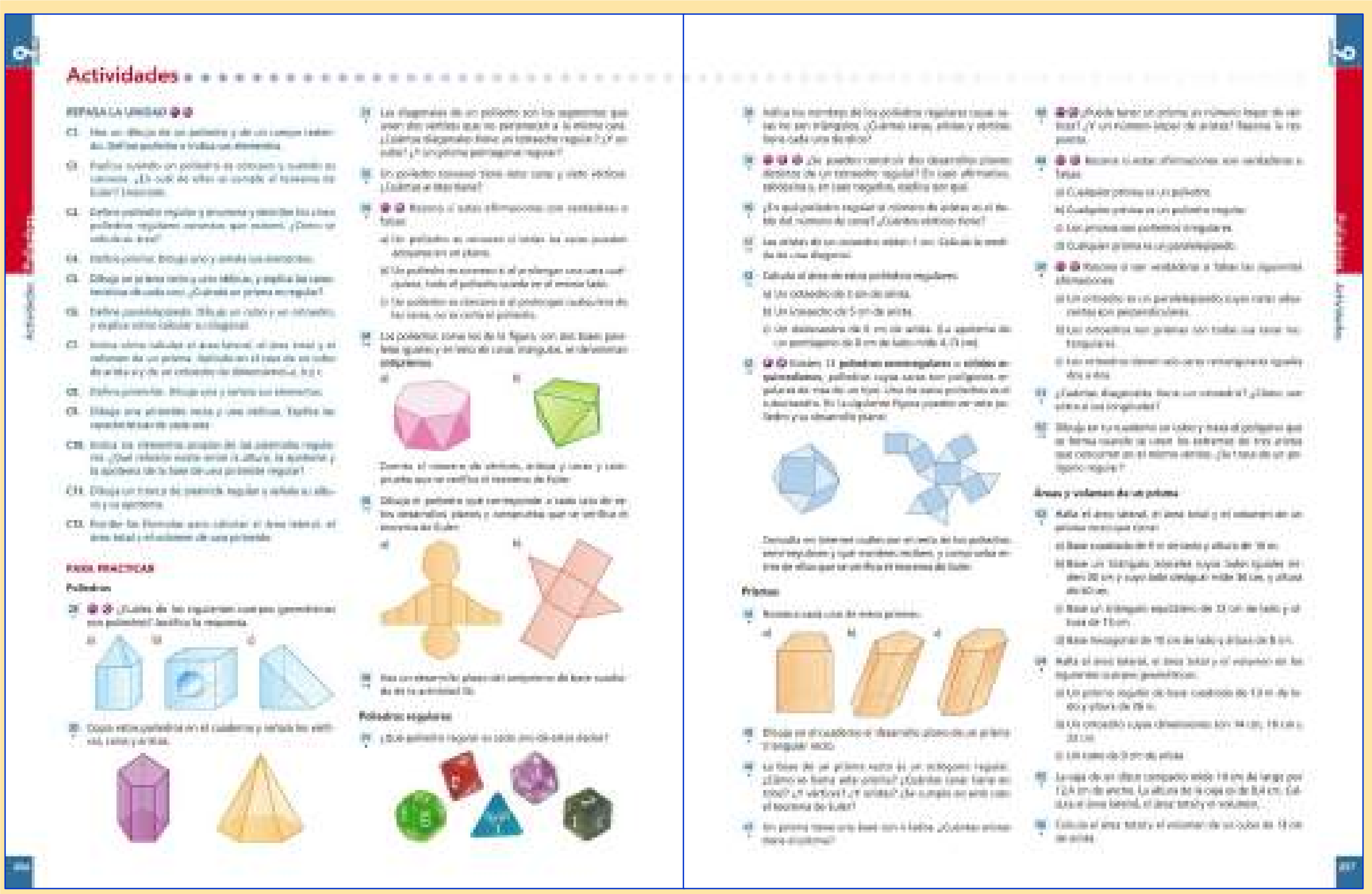
Las cuatro caras del ortoedro, tienen un área de:

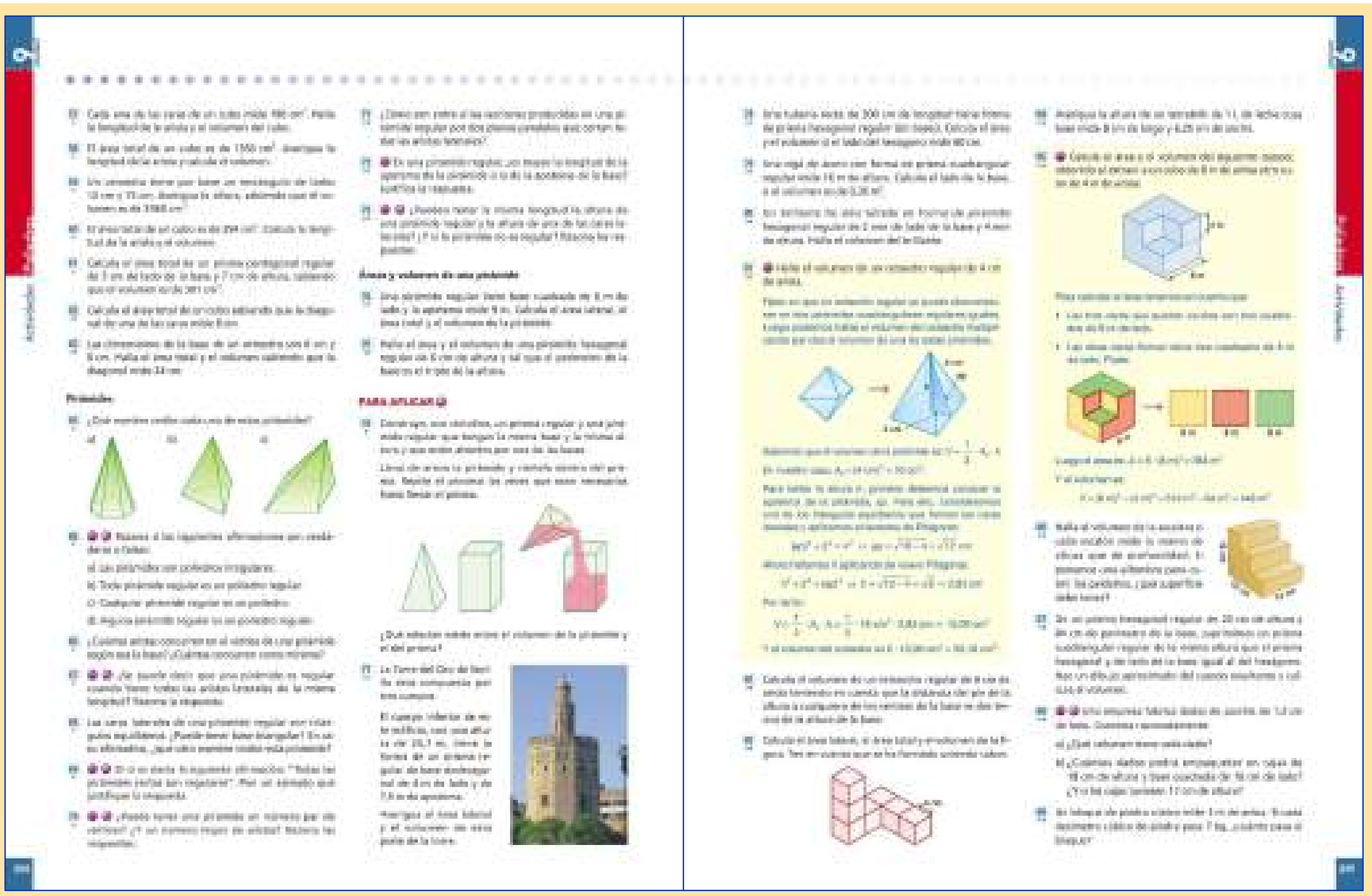
$$4 \cdot (4 \cdot 7) = 112 \text{ cm}^2$$

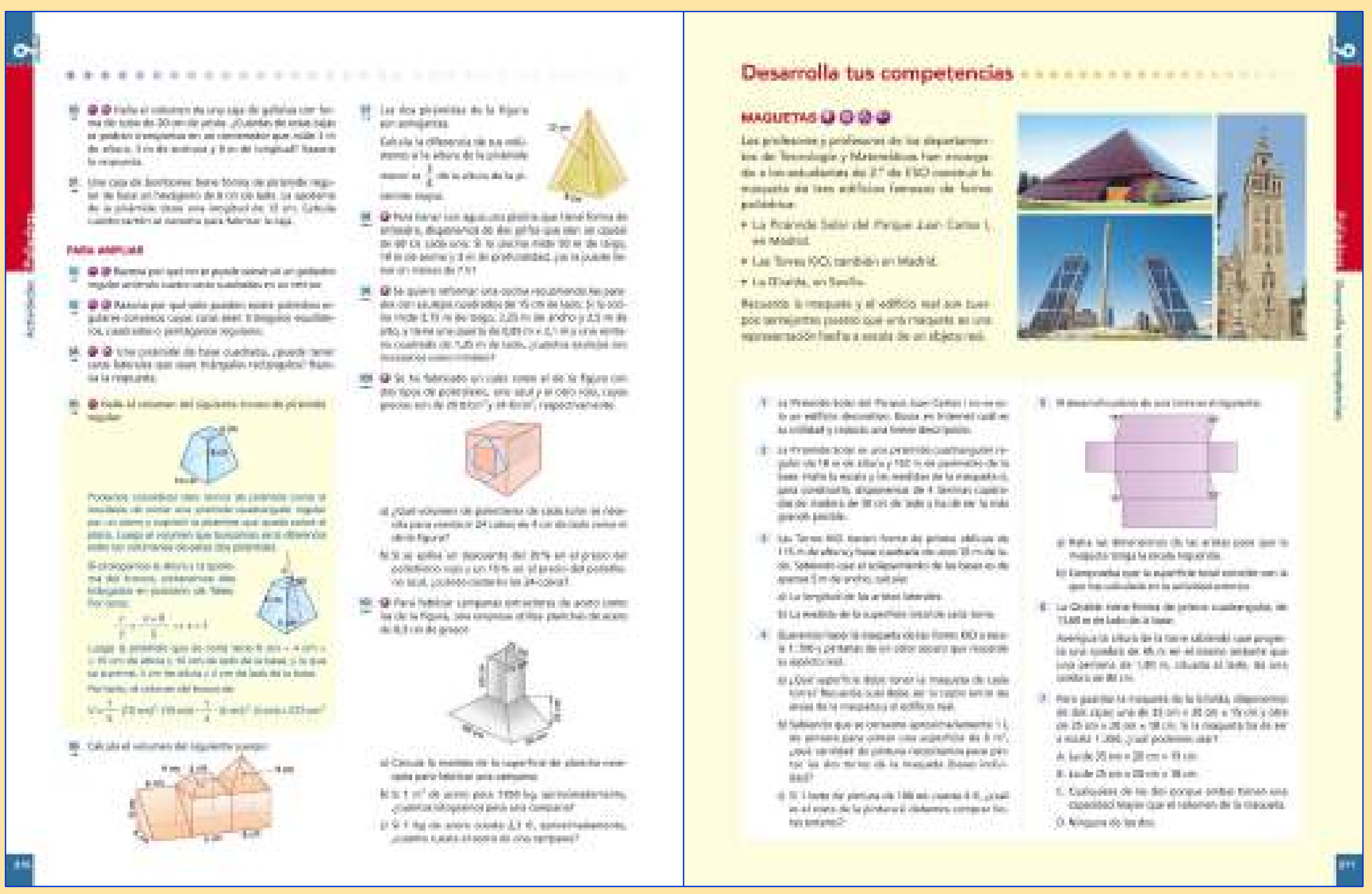
Para calcular el área lateral de la pirámide, comenzamos por el perímetro de la base:

$$P_b = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$$

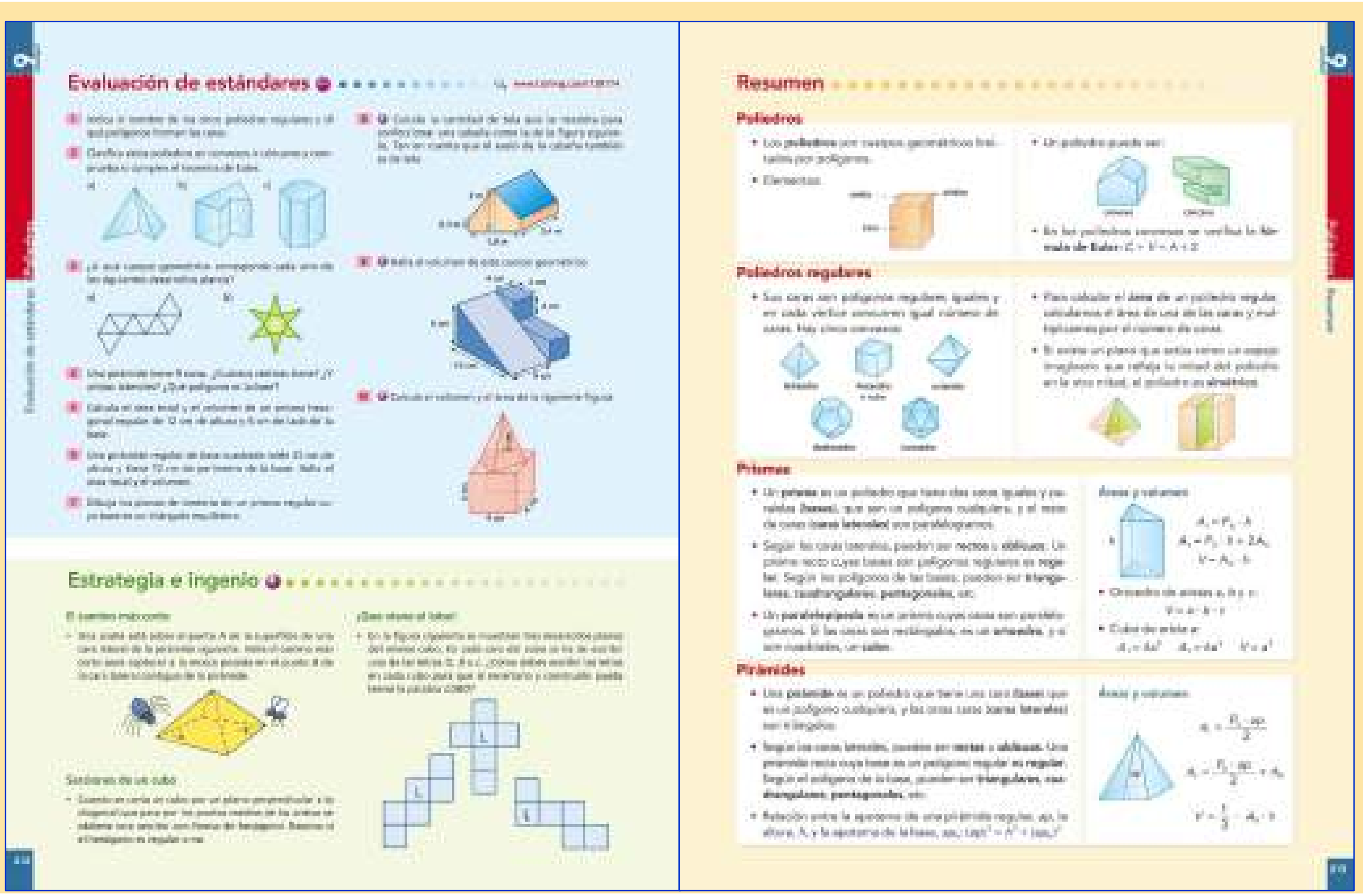
(Continúa en la página 9-30 de la guía)


Actividades





Desarrolla tus competencias
MAQUETAS



Evaluación de estándares
Estrategia e ingenio
Resumen
Poliedros
Poliedros regulares
Prismas
Pirámides

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad, pág. 206*. Expresar e interpretar correctamente los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario adecuado a los contenidos dados.
- *Acts. 29, 33, 39, 48, 49,50, 65, 67, 69, 70, 73, 88, 90, 92, 93 y 94.* Expresar por escrito, de manera clara y concisa, argumentos propios de manera adecuada a la resolución de las actividades.
- *Desarrolla…, pág. 211.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados de la actividad, generando ideas, supuestos e interrogantes.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Act. 43. Desarrolla…, pág. 2011.* Buscar, analizar seleccionar y manejar información en Internet.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad, pág. 204.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.
- *Acts. 29, 33, 39, 48, 49, 50, 65,. 67, 69, 70, 72, 73, 88, 90, 92, 93 y 94.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 81, 85 y 95.* Observar la resolución de un problema, identificar las estrategias utilizadas y buscar una coherencia global a la hora de ejecutar el plan de resolución.
- *Desarrolla…, pág. 211.* Aplicar los conocimientos y las estrategias adquiridos para resolver los problemas.
- *Evaluación…, pág. 212*. Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar, pág.208.* Establecer relaciones entre los datos proporcionados en los problemas y planificar su resolución.
- *Acts. 39, 43, 98, 99, 100 y 101.* Afrontar una situación problemática, aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, con criterio propio.
- *Desarrolla…, pág. 211.* Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, con motivación y autonomía.
- *Evaluación…, pág. 212, acts. 8, 9 y 10.* Estrategia e ingenio, pág. 212. Aplicar los conocimientos sobre ecuaciones, buscar soluciones a los problemas que se plantean y evaluar las acciones realizadas.

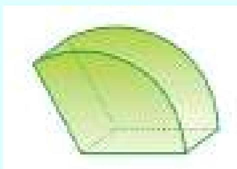
ACTIVIDADES FINALES

- En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista práctico y teórico.
- La sección *Desarrolla…* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.
- Con la sección de *Evaluación…* se pretende que los alumnos y alumnas valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.
- La sección *Estrategia…* propone una serie de acertijos o juegos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.
- La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

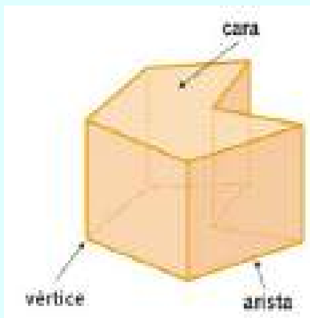
SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 206

C1. Un cuerpo redondo sería, por ejemplo, de la forma:



Los poliedros son los cuerpos geométricos limitados solo por superficies planas, que son polígonos. Los elementos de un poliedro son las caras, las aristas y los vértices.



C2. Un poliedro es convexo si se puede apoyar en un plano sobre cualquiera de las caras. Si tiene al menos una cara sobre la que no se puede apoyar en un plano, entonces el poliedro es cóncavo.

El teorema de Euler se verifica para cualquier polinomio convexo y expresa la relación entre el número de caras (C), aristas (A) y vértices (V) de un poliedro como:

$$C + V = A + 2$$

C3. Se llaman poliedros regulares los que cumplen las siguientes condiciones:

– Todas las caras están formadas por polígonos regulares iguales.

– En todos los vértices del poliedro concurren el mismo número de caras.

Los cinco poliedros regulares que existen son los siguientes:

Tetraedro:

Tiene 4 caras, que son triángulos equiláteros. En cada vértice concurren 3 caras.

Hexaedro o cubo:

Tiene 6 caras, que son cuadrados. En cada vértice concurren 3 caras.

Octaedro:

Tiene 8 caras, que son triángulos equiláteros. En cada vértice concurren 4 caras.

Dodecaedro:

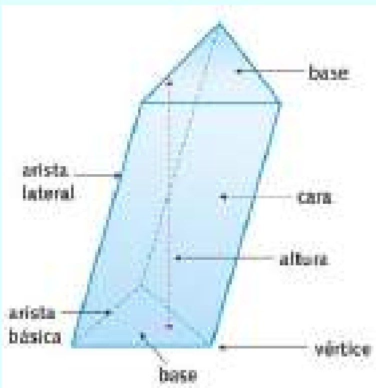
Tiene 12 caras, que son pentágonos regulares. En cada vértice concurren 3 caras.

Icosaedro:

Tiene 20 caras, que son triángulos equiláteros. En cada vértice concurren 5 caras.

Para hallar el área de un poliedro regular, basta con calcular el área de una de las caras y multiplicarla por el número de caras.

C4. Un prisma es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas, llamadas bases, que son un polígono cualquiera, y el resto de las caras, llamadas caras laterales, son paralelogramos. Sus elementos son altura, aristas básicas y aristas laterales.

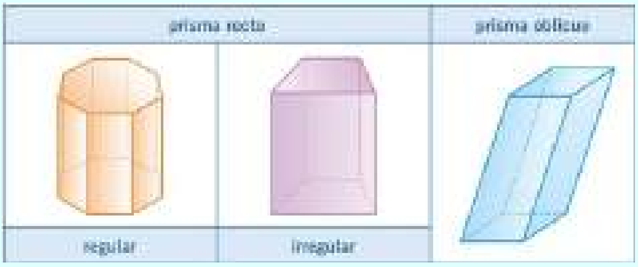


C5. Según sean los polígonos que forman las caras laterales, los prismas se clasifican en:

– **Rectos**: las caras laterales son rectángulos. Las aristas laterales son perpendiculares a las bases.

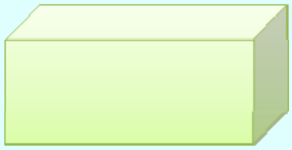
Si las bases son polígonos regulares, se dice que el prisma es regular.

– **Oblicuos**: las caras laterales son romboides. Las aristas laterales no son perpendiculares a las bases.

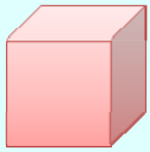


C6. Un paralelepípedo es un prisma cuyas caras son paralelogramos.

– Si todas las caras son rectángulos, el paralelepípedo se denomina ortoedro.



– Si todas las caras son cuadrados, el paralelepípedo se denomina cubo.



Si las dimensiones del paralelepípedo son a, b y c, la diagonal se calcula como:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

C7. El área total de un prisma es la suma de las áreas de todas las caras laterales, llamada área lateral (A_l), más el área de las dos bases (A_b):

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b$$

Cuando se trata de un prisma recto, entonces:

– El área lateral es el producto del perímetro de la base (P_b), por la altura (h): $A_l = P_b \cdot h$

– El área total es la suma del área lateral y las áreas de las dos bases: $A_t = P_b \cdot h + 2 \cdot A_b$

El volumen de un prisma, recto o no, se calcula aplicando la fórmula siguiente: $V = A_b \cdot h$

Puesto que el ortoedro y el cubo son prismas rectos, podemos calcular el área lateral, el área total y el volumen aplicando las fórmulas anteriores:

CUBO	ORTOEDRO
$A_l = 4 \cdot a^2$	$A_l = 2c(a+b)$
$A_t = 6 \cdot a^2$	$A_t = 2ac + 2bc + 2ab$
$V = a^3$	$V = a \cdot b \cdot c$

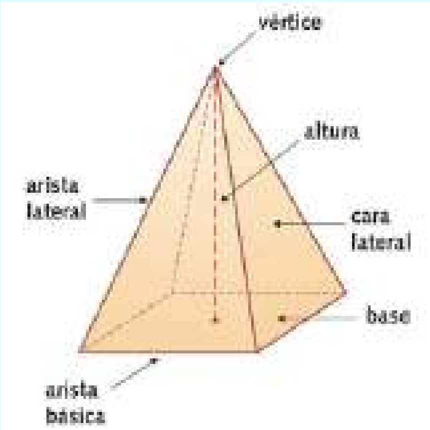
C8. Una pirámide es un poliedro que tiene una cara, llamada base, que es un polígono cualquiera, y el resto de las caras, llamadas caras laterales, son triángulos. Sus elementos son:

– El **vértice o cúspide** es el punto donde concurren todas las caras laterales de la pirámide.

– La **altura** es la distancia del vértice al plano de la base.

– Los lados de la base se llaman **aristas básicas**.

– Los lados de las caras laterales que no lo son de las bases se llaman **aristas laterales**.

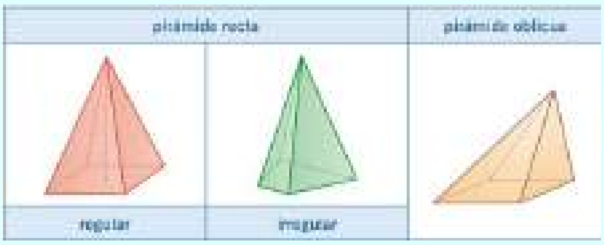


C9. Según sean los polígonos que forman las caras laterales, las pirámides se clasifican en:

– **Rectas**: las caras laterales son triángulos isósceles o equiláteros.

Si la base es un polígono regular, se dice que la pirámide es <u>regular</u>.

– **Oblicuas**: al menos una de las caras laterales es un triángulo escaleno.



C10. Además de los elementos propios de las pirámides, en una pirámide regular podemos definir otros elementos:

– Se llama pie de la altura el punto donde la recta perpendicular al plano de la base trazada desde el vértice de la pirámide corta dicho plano. Ese punto coincide con el centro del polígono de la base.

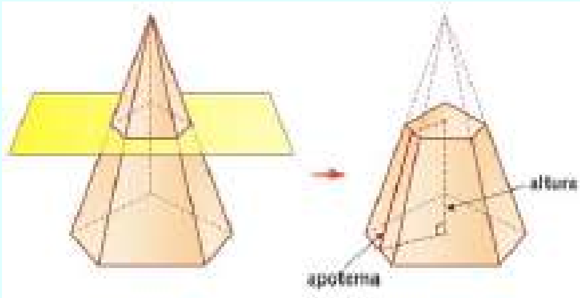
– Se llama apotema a la altura de una cara lateral.

La apotema de la pirámide, *ap*, la apotema de la base, ap_b, y la altura de la pirámide, *h*, forman un triángulo rectángulo. Por tanto, se cumple el Teorema de Pitágoras:

$$ap^2 = ap_b{}^2 + h^2$$

C11. El tronco de pirámide tiene dos bases, que son polígonos iguales, pero de distinto tamaño, es decir, polígonos semejantes. La distancia entre ellas es la **altura del tronco de pirámide**.

Si la pirámide que cortamos es regular, las caras laterales del tronco de pirámide son trapecios isósceles iguales y la altura de estos trapecios es la **apotema del tronco de pirámide**.



C12. El <u>área total</u> de una pirámide es la suma de las áreas de todas las caras laterales, llamada área lateral (A_l), más el área de la base (A_b):

$$A_t = A_l + A_b$$

Si la pirámide es regular, las caras laterales son triángulos cuya base es el lado de la base, *l*, y cuya altura es la apotema de la pirámide, *ap*. Por lo tanto:

– El área lateral es la suma de las áreas de los *n* triángulos que forman las caras laterales:

$$A_l = \frac{P_b \cdot ap}{2};$$

donde P_b es el perímetro de la base.

– El área total es la suma del área lateral y el área de la base:

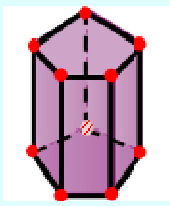
$$A_t = \frac{P_b \cdot ap}{2} + A_b$$

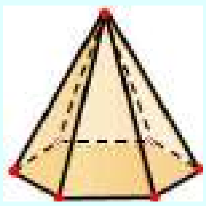
El <u>volumen</u> de una pirámide, recta o no, se calcula aplicando la fórmula siguiente, donde *h* es la altura de la pirámide:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

29. Son poliedros las figuras a) y c), ya que sus caras son polígonos.

30. A continuación se señalan los vértices (●), caras (o) y aristas ( ), para cada uno de los casos:

a) 

b) 

31. Un tetraedro no tiene diagonales; un cubo tiene 4 diagonales; y un prisma pentagonal regular tiene 10 diagonales.

32. Sustituyendo el número de caras y de vértices en el Teorema de Euler:

$$7 + 7 = A + 2 \Leftrightarrow A = 12$$

33. A continuación se justifica cada una de las respuestas:

a) *Verdadero*. Es la definición de poliedro convexo.

b) *Verdadero*. Es como si se apoyase la figura sobre una mesa, que sería el plano sobre el que se prolonga la cara del poliedro.

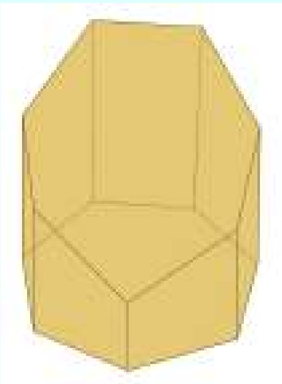
c) *Falso*. Contendrá al menos una cara que no pueda apoyarse sobre una mesa.

34. A continuación se calculan los datos para cada figura:

	V	**A**	**C**	**C + V = A + 2**
a)	12	24	14	14 + 12 = 24 + 2
b)	8	16	10	10 + 8 = 16 + 2

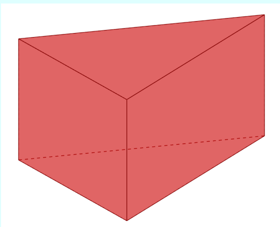
35. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Los poliedros y las comprobaciones serían:

a) 

C + V = A + 2

9 + 14 = 21 + 2

b) 

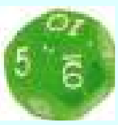
C + V = A + 2

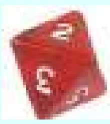
5 + 6 = 9 + 2

36. Actividad personal. A modo de ejemplo:

El desarrollo plano del antiprisma es el siguiente:

37. Además de a su forma, si atendemos al número de caras que tiene y el polígono que lo genera, sería:


Dodecaedro


Octaedro


Tetraedro

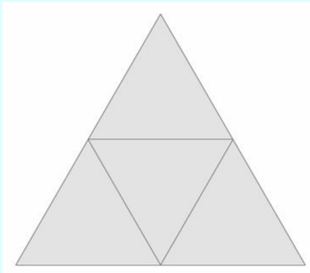

Icosaedro

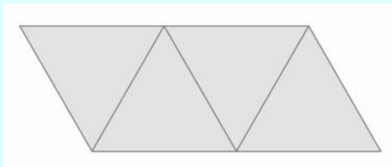

Cubo

38. Los poliedros regulares cuyas caras no son triángulos son tetraedro, octaedro e icosaedro. A continuación se describe el número de caras, aristas y vértices que tiene cada uno:

Poliedro	**C**	**V**	**A**
Hexaedro o Cubo	6	8	12
Dodecaedro	12	20	30

39. Sí, se pueden construir dos desarrollos planos distintos de un tetraedro regular:





40. En el hexaedro o cubo, ya que, tiene 6 caras y 12 aristas. El número de vértices es 8.

41. Para calcular la dimensión de una diagonal del octaedro basta con calcular la diagonal del cuadrado de lado el mismo que los triángulos equiláteros que lo conforman: $d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$ cm = 0,4142... cm

42. A continuación se calculan las áreas solicitadas, multiplicando el área de cada una de las caras por el número de éstas que tenga cada poliedro:

a) La altura de cada triángulo es:

$3^2 = 1{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h = 2{,}6 \text{ cm}$

Por lo tanto, el área de cada cara sería:

$$A_{cara} = \frac{3 \cdot 2{,}6}{2} = 3{,}9 \text{ cm}^2$$

Luego, el área del octaedro, será:

$$A_{octaedro} = 8 \cdot 3{,}9 = 31{,}2 \text{cm}^2$$

b) La altura de cada triángulo es:

$5^2 = 2{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h = 4{,}3 \text{ cm}$

Por lo tanto, el área de cada cara sería:

$$A_{cara} = \frac{5 \cdot 4{,}3}{2} = 10{,}75 \text{ cm}^2$$

Luego, el área del icosaedro, será:

$$A_{icosaedro} = 20 \cdot 10{,}75 = 215\ \text{cm}^2$$

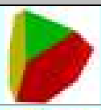
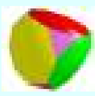
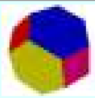
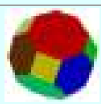
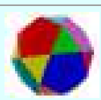
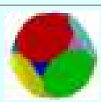
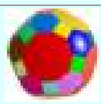
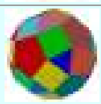
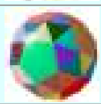
c) La apotema de cada pentágono es 4,13 cm, por lo tanto, el área de cada cara sería:

$$A_{cara} = \frac{30 \cdot 4{,}13}{2} = 61{,}95\ \text{cm}^2$$

Luego, el área del dodecaedro, será:

$$A_{dodecaedro} = 12 \cdot 61{,}95 = 743{,}4\ \text{cm}^2$$

43. Los sólidos arquimedianos son los siguientes:

Nombre	Imagen	C	A	V	Tª Euler
Tetraedro truncado		8	18	12	✓
Cuboctaedro		14	24	12	✓
Cubo truncado		14	36	24	✓
Octaedro truncado		14	36	24	✓
Rombi-cuboctaedro		26	48	24	✓
Cuboctaedro truncado		26	72	48	✓
Cubo romo		38	60	24	✓
Icosidode-caedro		32	60	30	✓
Dodecaedro truncado		32	90	60	✓
Icosaedro truncado		32	90	60	✓
Rombicosido-decaedro		62	120	60	✓
Icosidodecae-dro truncado		62	180	120	✓
Dodecaedro romo		92	150	60	✓

44. A continuación se nombra cada uno de los prismas:

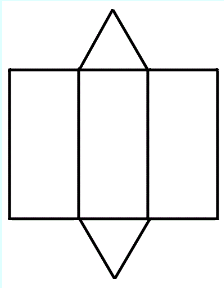
a) Prisma recto cuadrangular irregular.

b) Prisma oblicuo pentagonal.

c) Prisma oblicuo hexagonal.

45. Actividad personal. A modo de ejemplo:

El desarrollo plano de un prisma triangular recto puede ser el siguiente:



46. Se trata de un prisma octogonal; tendrá 8 caras y 2 bases; 16 vértices; y 24 aristas. Cumple con el Teorema de Euler, ya que: 10 + 16 = 24 + 2.

47. El prisma tendrá 3*n* aristas.

48. No puede tener un número impar de vértices, ya que, es el doble del número de vértices que tiene el polígono de la base.

Sin embargo, sí puede tener un número impar de aristas, dado que es el triple del número de lados del polígono de la base.

49. A continuación estudiamos cada afirmación:

a) Verdadero.

b) Falso. El único poliedro regular que es también un prisma es el cubo.

c) Falso. El cubo es un prisma y también un poliedro regular.

d) Falso. La única condición de paralelismo segura en un prisma es la de sus bases.

50. A continuación estudiamos cada afirmación:

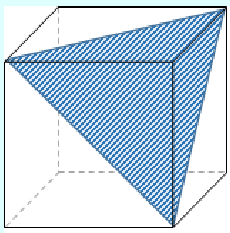
a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

51. Un ortoedro tiene cuatro diagonales, que tienen la misma longitud.

52. El polígono que se forma es un triángulo equilátero, por tanto, un polígono regular, tal y como se muestra en la figura:



53. Las soluciones son las siguientes:

a) El perímetro de la base es:

$$P_b = 9 \cdot 4 = 36\ \text{m}$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 36 \cdot 16 = 576\ \text{m}^2$$

El área de una base es:

$$A_b = 9^2 = 81\ m^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 576 + 2 \cdot 81 = 738\ m^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 81 \cdot 16 = 1296\ m^3$$

b) El perímetro de la base es:

$$P_b = 2 \cdot 30 + 36 = 96\ cm$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 96 \cdot 50 = 4800\ cm^2$$

El área de una base es, teniendo en cuenta que la altura, calculada con el Teorema de Pitágoras es 24 cm:

$$A_b = \frac{36 \cdot 24}{2} = 432\ cm^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 4800 + 2 \cdot 432 = 5664\ cm^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 432 \cdot 50 = 21600\ cm^3$$

c) El perímetro de la base es:

$$P_b = 12 \cdot 3 = 36\ cm$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 36 \cdot 15 = 540\ cm^2$$

El área de una base es, teniendo en cuenta que la altura, calculada con el Teorema de Pitágoras es 10,4 cm:

$$A_b = \frac{12 \cdot 10,4}{2} = 62,35\ cm^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 540 + 2 \cdot 62,35 = 664,7\ cm^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 62,35 \cdot 15 = 935,25\ cm^3$$

d) El perímetro de la base es:

$$P_b = 6 \cdot 10 = 60\ cm$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 60 \cdot 8 = 480\ cm^2$$

El área de una base es, teniendo en cuenta que la apotema, calculada con el Teorema de Pitágoras es 8,66 cm:

$$A_b = \frac{60 \cdot 8,66}{2} = 259,8\ cm^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 480 + 2 \cdot 259,8 = 999,6\ cm^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 259,8 \cdot 8 = 2078,4\ cm^3$$

54. Las soluciones son las siguientes:

a) El perímetro de la base es:

$$P_b = 13 \cdot 4 = 52\ m$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 52 \cdot 26 = 1352\ m^2$$

El área de una base es:

$$A_b = 13^2 = 169\ m^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 1352 + 2 \cdot 169 = 1690\ m^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 169 \cdot 26 = 4394\ m^3$$

b) El perímetro de la base es:

$$P_b = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 14 = 60\ cm$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 60 \cdot 22 = 1320\ cm^2$$

El área de una base es:

$$A_b = 14 \cdot 16 = 224\ cm^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 1320 + 2 \cdot 224 = 1768\ cm^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = 14 \cdot 16 \cdot 22 = 4928\ cm^3$$

c) El área lateral es:

$$A_l = 4 \cdot a^2 = 4 \cdot 9^2 = 324\ cm^2$$

El área total:

$$A_t = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 9^2 = 486\ cm^2$$

Por otro lado, el volumen será:

$$V = a^3 = 9^3 = 729\ cm^3$$

55. Puesto que se trata de un prisma, comenzamos calculando el perímetro de la base:

$$P_b = 2 \cdot 14 + 2 \cdot 12,4 = 52,8\ cm$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 52,8 \cdot 0,4 = 21,12\ cm^2$$

El área de una base es:

$$A_b = 12,4 \cdot 14 = 173,6\ cm^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 21,12 + 2 \cdot 173,6 = 368,32 \text{ cm}^2$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$V = 12,4 \cdot 14 \cdot 0,4 = 69,44 \text{ cm}^3$

56. El área total:

$A_t = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 13^2 = 1014 \text{ cm}^2$

Por otro lado, el volumen será:

$V = a^3 = 13^3 = 2197 \text{ cm}^3$

57. Sustituyendo en la fórmula del área del cuadrado, se despeja el valor de la arista:

$A_{cara} = a^2 = 196 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{196} = 14 \text{ cm}$

Por lo tanto, el volumen será:

$V = a^3 = 14^3 = 2744 \text{ cm}^3$

58. Sustituyendo en la fórmula del área total, se despeja el valor de la arista:

$A_t = 6a^2 = 1350 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

Por lo tanto, el volumen será:

$V = a^3 = 15^3 = 3375 \text{ cm}^3$

59. Sustituyendo en la fórmula del volumen, se despeja el valor de la altura:

$V = a \cdot b \cdot h = 15 \cdot 12 \cdot h = 3960 \text{ cm}^3 \Rightarrow h = 22 \text{ cm}$

60. Sustituyendo en la fórmula del área total, se despeja el valor de la arista:

$A_t = 6a^2 = 294 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$

Por lo tanto, el volumen será:

$V = a^3 = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$

61. Sustituyendo en la fórmula del volumen, se calcula el valor del área de la base:

$V = A_b \cdot h = A_b \cdot 7 = 301 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_b = 43 \text{ cm}^2$

Ahora, el área lateral será:

$A_l = P_b \cdot h = 25 \cdot 7 = 175 \text{ cm}^2$

Por lo tanto, el área total es:

$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 175 + 2 \cdot 43 = 261 \text{ cm}^2$

62. Suponiendo que la arista sea *a*, sustituyendo en el teorema de Pitágoras, se calcula su valor:

$8^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 64 = 2a^2 \Rightarrow a = 5,65 \text{ cm}$

Por lo tanto, el área total es:

$A_t = 6a^2 = 6 \cdot 5,65^2 = 192 \text{ cm}^2$

63. Suponiendo que la altura del ortoedro sea *h*, sustituyendo en la fórmula de la diagonal, se calcula:

$24 = \sqrt{8^2 + 6^2 + h^2} \Rightarrow 476 = h^2 \Rightarrow h = 21,87 \text{ cm}$

El perímetro de la base sería:

$P_b = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 = 28 \text{ cm}$

Por tanto, el área lateral es:

$A_l = 28 \cdot 21,87 = 612,36 \text{ cm}^2$

El área de una base es:

$A_b = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 612,36 + 2 \cdot 48 = 708,36 \text{ cm}^2$

Por otro lado, el volumen del ortoedro sería:

$V = 8 \cdot 6 \cdot 21,87 = 1049,76 \text{ cm}^3$

64. A continuación se nombra cada una de las pirámides:

a) Pirámide recta heptagonal.

b) Pirámide recta triangular.

c) Pirámide oblicua cuadrangular.

65. A continuación estudiamos cada afirmación:

a) Falso. El tetraedro es una pirámide y, además, es un poliedro regular.

b) Falso. Los lados tienen que ser todos iguales para que sea un poliedro regular y, sin embargo, una pirámide puede ser regular siendo su base un polígono distinto de los triángulos de sus caras.

c) Verdadero.

d) Verdadero. El tetraedro.

66. El número de aristas coincide con el número de lados de la base. Como mínimo, concurren tres aristas, ya que, el polígono más pequeño es el triángulo.

67. No, porque incluso teniendo todas las aristas laterales iguales, la base puede ser irregular, y por lo tanto la pirámide no sería regular tampoco.

68. Sí, se trataría de un tetraedro.

69. Falso, ya que, si la base es por ejemplo un trapecio, sería una pirámide recta, pero no regular, puesto que la base no es un polígono regular.

70. Sí puede tener un número par de vértices cuando la base tiene un número impar de lados. Sin embargo, no puede tener un número impar de aristas, ya que, el total de aristas de una pirámide es el doble de lados que tiene el polígono de la base.

71. Son paralelas y son, además, polígonos semejantes, ya que, tendrían la misma forma y sus lados serían proporcionales.

72. Siempre es mayor la apotema de la pirámide, ya que, es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por la altura de la pirámide y la apotema de la base.

73. No, ya que, la altura de una de las caras es la apotema de la pirámide y, sabemos que es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por la altura de la pirámide y la apotema de la base. Tampoco ocurriría en el caso en que la pirámide no fuese regular, ya que, se sigue tratando de una pirámide recta.

74. El perímetro de la base sería:

$$P_b = 4 \cdot 6 \Rightarrow P_b = 24 \text{ m}$$

El área lateral es:

$$A_l = \frac{24 \cdot 9}{2} \Rightarrow A_l = 108 \text{ m}^2$$

El área de la base es:

$$A_b = 6^2 = 36 \text{ m}^2$$

Luego, el área total es:

$$A_t = 36 + 108 = 144 \Rightarrow A_t = 144 \text{ m}^2$$

Calculamos la altura de la pirámide:

$$9^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = 8,48 \text{ m}$$

Y, el volumen de la pirámide, es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8,48 \Rightarrow V = 101,8 \text{ m}^3$$

75. El perímetro de la base sería:

$$P_b = 3 \cdot h \Rightarrow P_b = 18 \text{ cm}$$

Calculando la apotema de la pirámide con el Teorema de Pitágoras (6,5 cm), el área lateral es:

$$A_l = \frac{18 \cdot 6,5}{2} \Rightarrow A_l = 58,5 \text{ m}^2$$

Teniendo en cuenta que la base es un hexágono regular y el valor del perímetro obtenido, el lado medirá 3 cm. Por tanto, calculando la apotema de la base con el Teorema de Pitágoras (2,6 cm), el área de la base es:

$$A_b = \frac{18 \cdot 2,6}{2} = 23,4 \text{ cm}^2$$

Luego, el área total es:

$$A_t = 58,5 + 23,4 = 81,9 \text{ cm}^2$$

Y, el volumen de la pirámide, es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 23,4 \cdot 6 \Rightarrow V = 46,8 \text{ cm}^3$$

76. La relación que existe entre el volumen de una pirámide y el de un prisma es:

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{V_{\text{prisma}}}{3}$$

77. El perímetro de la base sería:

$$P_b = 12 \cdot 4 \Rightarrow P_b = 48 \text{ m}$$

El área lateral es:

$$A_l = 48 \cdot 20,7 = 993,6 \text{ m}^2$$

El área de la base es:

$$A_b = \frac{48 \cdot 7,5}{2} = 180 \text{ m}^2$$

Y, el volumen de la torre, es:

$$V = 180 \cdot 20,7 \Rightarrow V = 3726 \text{ m}^3$$

78. Ya que se trata de un prisma, comenzamos calculando el perímetro de la base:

$$P_b = 6 \cdot 60 = 360 \text{ cm}$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 360 \cdot 300 = 108\,000 \text{ cm}^2 = 10,8 \text{ m}^2$$

Calculando la apotema de la base con el Teorema de Pitágoras (51,9 cm), el área de la base sería:

$$A_b = \frac{360 \cdot 51,9}{2} = 9342 \text{ cm}^2$$

Por tanto, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = 9342 \cdot 300 = 2\,802\,600 \text{ cm}^3 = 2,8 \text{ m}^3$$

79. Sustituyendo los datos conocidos en la fórmula del volumen y siendo *l* el lado de la base, se tiene:

$$V = A_b \cdot h = l^2 \cdot 16 = 0,36 \text{ m}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l^2 = 0,0225 \Rightarrow l = 0,15 \text{ m}$$

80. Calculando la apotema de la base con el Teorema de Pitágoras (1,73 mm), el volumen del brillante sería:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\frac{12 \cdot 1,73}{2}}_{A_b} \cdot \underbrace{4}_{h} \Rightarrow V = 13,84 \text{ mm}^3$$

81. Ejercicio resuelto en el libro.

82. En primer lugar, calculamos la altura de la base (h_b), utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$6^2 = 3^2 + {h_b}^2 \Rightarrow h_b = 5,19 \text{ cm}$$

Luego, el área de la base, será:

$$A_b = \frac{6 \cdot 5,19}{2} \Rightarrow A_b = 15,57 \text{ cm}^2$$

Puesto que conocemos la altura de la base, se puede calcular la altura de la pirámide:

$$6^2 = \underbrace{3,46}_{\frac{2}{3}h_b}{}^2 + {h_p}^2 \Rightarrow h_p = 4,9 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el volumen será:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 15,57 \cdot 4,9 \Rightarrow V = 25,43 \text{ cm}^3$$

83. Teniendo en cuenta que el área de cada cara es:

$$A_{\text{cara}} = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

El área lateral será:

$$A_l = 20 \cdot 16 = 320 \text{ cm}^2$$

El área total:

$$A_t = 30 \cdot 16 = 480 \text{ cm}^2$$

Y, el volumen:

$$V = 7 \cdot 4^3 = 448 \text{ cm}^3$$

84. El volumen del tetrabrik equivalente sería 1000 cm^3. Luego, como se trata de un ortoedro, sustituyendo los datos conocidos en la fórmula del volumen, se tendría que, la altura (h) es:

$$V = 1000 = 8 \cdot 6,25 \cdot h \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

85. Ejercicio resuelto en el libro.

86. En primer lugar, para calcular el volumen total, se observa que serían 6 ortoedros apilados, de dimensiones 12 cm, 4 cm y 4 cm. Por lo tanto, se calculará el volumen de uno de ellos ($V_{escalón}$) para, posteriormente, calcular el volumen total (V_t):

$$V_{\text{escalón}} = 12 \cdot 4 \cdot 4 = 192 \text{ cm}^3$$

Luego, el volumen total será:

$$V_{\text{escalón}} = 192 \cdot 6 = 1152 \text{ cm}^3$$

Procediendo de manera análoga, observamos que la alfombra deberá cubrir 6 rectángulos iguales, de dimensiones 12cm y 4 cm. Por lo tanto, la superficie que ha de tener será:

$$A = 6 \cdot (12 \cdot 4) = 288 \text{ cm}^2$$

87. Calculamos primero el volumen del prisma hexagonal (V_{hex}), teniendo en cuenta que la apotema de la base es 12,12 cm (Tª Pitágoras):

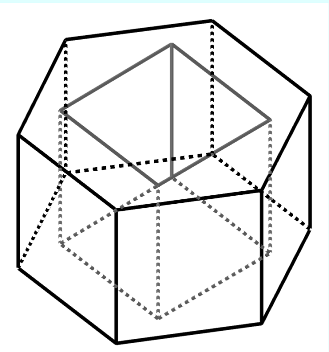
$$V_{\text{hex}} = \frac{84 \cdot 12,12}{2} \cdot 20 = 10184,46 \text{ cm}^3$$

A continuación, se calcula el volumen del prisma cuadrangular (V_{cuad}):

$$V_{\text{cuad}} = 14^2 \cdot 20 = 3920 \text{ cm}^3$$

Luego, el volumen total se obtendrá de restar el volumen del prisma cuadrangular al del hexagonal:

$$V = V_{\text{hex}} - V_{\text{cuad}} = 6264,46 \text{ cm}^3$$



88. Las soluciones son las siguientes:

a) El volumen de cada dado sería:

$$V = 1,2^3 = 1,728 \text{ cm}^3$$

b) Las cajas con 18 cm de altura, tienen un volumen de:

$$V_{18} = 18 \cdot 10^2 = 1800 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, se podrán empaquetar 1041 dados en cada una. Sin embargo, si las cajas son de 17 cm de altura, el volumen es:

$$V_{17} = 17 \cdot 10^2 = 1700 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, se podrán empaquetar 983 dados en cada una.

89. El volumen del bloque sería:

$$V = 3^3 = 27 \text{ m}^3 = 27\,000 \text{ dm}^3$$

Teniendo en cuenta el peso de cada dm^3, el peso total del bloque será:

$$P = 27\,000 \cdot 7 = 189\,000 \text{ kg} = 189 \text{ T}$$

90. El volumen de la caja de galletas sería:

$$V_{\text{caja}} = 20^3 = 8000 \text{ cm}^3 = 8 \text{ dm}^3$$

El volumen del contenedor es:

$$V_{\text{contenedor}} = 3 \cdot 3 \cdot 8 = 72 \text{ m}^3 = 72000 \text{ dm}^3$$

Luego, el número de cajas que puede transportar cada contenedor es de 9000 unidades.

91. El perímetro de la base sería:

$$P_b = 6 \cdot 8 \Rightarrow P_b = 48 \text{ cm}$$

El área lateral es:

$$A_l = \frac{48 \cdot 12}{2} \Rightarrow A_l = 288 \text{ cm}^2$$

Calculando la apotema de la base con el Teorema de Pitágoras (6,92 cm), el área de la base es:

$$A_b = \frac{48 \cdot 6,92}{2} \Rightarrow A_b = 166,08 \text{ cm}^2$$

Luego, el área total es:

$$A_t = 288 + 166,08 = 454,08 \text{ cm}^2$$

Ésa será la cantidad de cartón necesario para fabricar cada caja.

92. Porque, al unir cuatro cuadrados por un vértice, se forma un plano.

93. Para formar un ángulo sólido, son necesarios al menos 3 polígonos concurrentes, pero la suma de los ángulos debe ser menor que 360º, para que no lleguen a formar un plano. Por lo tanto, sólo pueden ser esos polígonos el triángulo, el cuadrado y el pentágono, puesto que, para el hexágono ya es imposible, porque los ángulos interiores miden 120º y tres hexágonos sumarían 360º.

94. No, ya que, no concurrirían en el vértice de la pirámide.

95. Ejercicio resuelto en el libro.

96. Calcularemos el volumen de cada una de las piezas por separado para, después, sumarlas y obtener el volumen total (V_t).

En primer lugar, calculamos el volumen de los cubos de arista 6 cm que sería:

$$V_{\text{cubo}} = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$$

A continuación, calculamos el volumen de la cuesta. Si nos fijamos bien, se observa que corresponde a medio cubo de arista 6 cm. Por lo tanto, calcularemos el volumen (V_{cuesta}) como la mitad del volumen del cubo:

$$V_{\text{cuesta}} = \frac{1}{2} \cdot 216 = 108 \text{ cm}^3$$

Ahora, calculamos el volumen de la pirámide:

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 9 = 108 \text{ cm}^3$$

Por último, calculamos el volumen de la pirámide truncada ($V_{truncada}$), teniendo en cuenta que sería la resta entre la pirámide calculada anteriormente y una pirámide de base cuadrada de lado 3 cm y de altura 5 cm:

$$V_{\text{truncada}} = 108 - \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 5 = 93 \text{ cm}^3$$

Así, el volumen total sería:

$$V_t = V_{\text{cuesta}} + V_{\text{truncada}} + V_{\text{pirámide}} + 2 \cdot V_{\text{cubo}} = 741 \text{ cm}^3$$

97. El volumen de la pirámide mayor (V_M) sería:

$$V_M = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 12 = 256 \text{ cm}^3$$

Teniendo en cuenta que son semejantes y la constante de proporcionalidad dada en el enunciado, se tiene que la altura de la pirámide menor es 9 cm y, la arista de la base mide 6 cm. Por tanto, el volumen (V_m) sería:

$$V_m = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 9 = 108 \text{ cm}^3$$

La diferencia entre los volúmenes es de 148 cm^3.

98. En primer lugar, calculamos el volumen de la piscina:

$$V = 50 \cdot 18 \cdot 3 = 2700 \text{ m}^3 = 2\,700\,000 \left(\text{dm}^3\right)$$

El caudal de cada grifo, expresado en *l/h*, es de 216 000 *l/h*. Como hay dos grifos, la cantidad de litros que llenan por hora sería 432 000. Por tanto, en llenar la piscina (2 700 000 *l*), se tardaría 6,25 horas.

99. Calculamos, en primer lugar, el área lateral de toda la cocina:

$$A_l = 2 \cdot (2,5 \cdot 2,25) + 2 \cdot (2,5 \cdot 3,75) = 30 \text{ m}^2$$

A continuación, calculamos el área de la puerta (A_{puerta}) y el área de la ventana ($A_{ventana}$):

$$A_{\text{puerta}} = 2,1 \cdot 0,85 = 1,785 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{ventana}} = 1,35^2 = 1,8225 \text{ m}^2$$

Luego, el área disponible para situar azulejos sería de:

$$A_t = A_l - A_{\text{puerta}} - A_{\text{ventana}} = 26,4 \text{m}^2 = 2640 \text{ dm}^2$$

Como el área de cada azulejo es de:

$$A_{\text{azulejo}} = 1,5^2 = 2,25 \text{ dm}^2$$

El número de azulejos necesarios, como mínimo, sería de 1174.

100. Calculamos previamente el volumen de cada uno de los prismas, de fuera hacia dentro, V_1 es el cubo rojo de arista 4 cm, V_2 es el prisma azul cuya base tiene una arista de 2,83 cm y V_3 es el prisma rojo cuya base tiene una arista de 2 cm:

$$V_1 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 2,83^2 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = 2^2 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, ahora calculamos el volumen de cada color que es necesario para construir un cubo:

$$V_{\text{rojo}} = V_1 - V_2 + V_3 = 48 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{azul}} = V_2 - V_3 = 16 \text{ cm}^3$$

A continuación se responden a cada una de las preguntas:

a) Para construir 24 cubos, se necesitarán 1152 cm^3 de polietileno rojo y 384 cm^3 de polietileno azul.

b) El precio por cada cm^3, después de aplicar el descuento, sería de 17 €/cm^3 para el polietileno azul y 19,20 €/cm^3 para el rojo. Por lo tanto, los 24 cubos costarían 28 646,4 €.

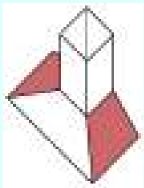
101. Comenzaremos calculando la superficie de cada una de las partes de la campana extractora:

Primero calculamos el área del plano posterior que estaría adosado a la pared, y que está formado por un rectángulo y un trapecio:

$$A_{\text{trapecio posterior}} = \frac{60+25}{2} \cdot 25 = 1062,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{rectángulo posterior}} = 25 \cdot 50 = 1250 \text{ cm}^2$$

Continuamos calculando el área de los trapecios la terales:

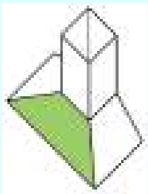


Para ello hallamos primero su altura:

$$h = \sqrt{25^2 + 17,5^2} = \sqrt{625 + 306,25} = 30,52 \text{ cm}$$

$$A_{\text{trapecio lateral}} = \frac{50+15}{2} \cdot 31,52 = 1024,4 \text{ cm}^2$$

Calculamos ahora el área del trapecio frontal:

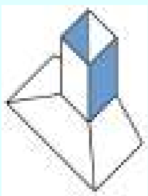


Para ello hallamos primero su altura:

$$h = \sqrt{25^2 + 35^2} = \sqrt{625 + 1225} = 43,01 \text{ cm}$$

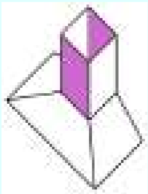
$$A_{\text{trapecio frontal}} = \frac{60+25}{2} \cdot 43,01 = 1827,93 \text{ cm}^2$$

El área de cada rectángulo lateral es:



$$A_{\text{rectángulo lateral}} = 15 \cdot 50 = 750 \text{ cm}^2$$

Por último, el área del rectángulo frontal es igual al área del rectángulo posterior que calculamos al principio:



$$A_{\text{rectángulo frontal}} = A_{\text{rectángulo posterior}} = 25 \cdot 50 = 1250 \text{ cm}^2$$

a) Para calcular la medida de la superficie de la plancha, sumamos todos los valores de las áreas calculados hasta ahora:

$$A_{\text{total}} = 1062,5 + 2 \cdot 1250 + 2 \cdot 1024,4 + 1827,93 +$$
$$+2 \cdot 750 = 8939,23 \text{ cm}^2$$

b) Calculamos el volumen de la plancha:

$$V_{\text{total}} = 8939,23 \cdot 0,3 = 2681,77 \text{ cm}^3 =$$
$$= 0,00268177 \text{ m}^3$$

Calculamos el peso de esta cantidad de acero:

$$0,00268177 \cdot 7850 = 21,05 \text{ kg}$$

c) El acero utilizado para la campana costaría:

$$21,05 \cdot 2,3 = 48,42 \text{ €}$$

Desarrolla tus competencias

1. Actividad de investigación personal:

La Pirámide Solar se ideó como medio para resguardar a los vehículos que componen la flota de vehículos eléctricos del ayuntamiento de Madrid, y a su vez para proporcionar la energía necesaria para su funcionamiento.

De 38 metros de arista en la base y de 18 metros de altura en su cúspide, la pirámide está forrrada en sus caras por un muro cortina de paneles fotovoltáicos. La energía solar captada durante el día se transforma en energía eléctrica por medio de unas inversores en corriente continua.

Al final de la jornada de trabajo los vehículos recargan sus baterías utilizando la energía almacenada.

2. En primer lugar, calculamos el área total de la pirámide real como:

$$A_l = A_b + A_l = 1444 + \frac{152 \cdot 26,17}{2} = 3432,92 \text{ m}^2$$

Disponemos de 4 láminas, que suponen una superficie de 3600 cm^2. Si convertimos ambas medidas a la misma unidad (dm^2), quedaría una escala, entre sus áreas, de 9:85823 que, haciendo su raíz cuadrada y aproximando por defecto, quedaría una escala de 1 : 97.

3. Cada uno de los apartados se resuelve como:

a) Para calcular la medida de la arista, se forma el triángulo entre la altura, la base de la torre (menos 5 m, que son lo que se solapan) y la arista que se pide calcular:

$$a^2 = 30^2 + 115^2 \Rightarrow a = 118,8 \text{ m}$$

b) La superficie total de cada torre se obtiene como:

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = 2 \cdot 35^2 + (4 \cdot 35) \cdot 115 = 1735 \text{ m}^2$$

4. Resolvemos:

a) La razón entre las dos áreas sería de 1:490000 m^2. Por lo tanto, la maqueta tendrá una superficie de 0,035357 m^2.

b) El área total entre las dos maquetas será de 0,070714 m^2. Luego, para pintarlas, se necesitará 0,01179 *l* de pintura.

c) La cantidad de pintura necesaria sería de 11,79 *ml*, por lo que, deberían de comprar 1 bote de pintura y, costaría 4 €.

5. Cada uno de los apartados se resuelve como:

a) Las aristas básicas medirán 0,05 m; la altura será de 0,164 m; y, las aristas laterales medirán 0,1697 m.

b) La superficie total, utilizando las medidas obtenidas, será de:

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = 2 \cdot 0,05^2 + (4 \cdot 0,05) \cdot 0,164 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A_t = 0,0378 \text{m}^2$$

6. Ambas situaciones representan dos triángulos rectángulos semejantes: uno formado por la Giralda y su sombra y, el otro, por la persona y su sombra. Llamando *h* a la altura de la Giralda y teniendo en cuenta que las razones de semejanza entre altura y longitud de la sombra han de ser iguales, se plantea (todo expresado en m):

$$\frac{1,80}{0,8} = \frac{h}{45} \Rightarrow h = 101,25 \text{ m}$$

7. Calculando la altura de la maqueta según la escala dada, se obtiene $h_{maqueta}$ = 10125/260 = 38,9 cm.

Ninguna de las dos opciones nos serviría, puesto que la altura de la maqueta es mayor que cualquier de los lados de las cajas propuestas. La respuesta correcta es, por tanto, la D.

Evaluación de estándares

1. En la siguiente tabla se muestran los nombres y los polígonos que forman las caras:

Poliedro	Caras
Tetraedro	Triángulos
Cubo	Cuadrados
Octaedro	Triángulos
Dodecaedro	Pentágonos
Icosaedro	Triángulos

2. A continuación se resuelve cada apartado:

a) Cóncavo. El teorema de Euler sería: 6 + 6 = 10 + 2.

b) Cóncavo. El teorema de Euler sería:
7 + 10 = 15 + 2.

c) Convexo. El teorema de Euler sería:
8 + 12 = 18 + 2.

3. Los desarrollos corresponden, en cada caso, a las figuras:

a) Octaedro.

b) Pirámide recta regular hexagonal.

4. El número de vértices es 9; el número de aristas laterales, 8; y la base es un octógono.

5. El perímetro de la base es:

$$P_b = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}$$

Por tanto, el área lateral es:

$$A_l = 36 \cdot 12 = 432 \text{ cm}^2$$

El área de una base es:

$$A_b = \frac{36 \cdot \sqrt{27}}{2} = 18\sqrt{27} \text{ cm}^2 = 93,53 \text{ cm}^2$$

Sumando el área lateral con el doble del área de la base, obtenemos el área total:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 432 + 2 \cdot 93,53 = 619,06 \text{ cm}^2$$

Por otro lado, multiplicando el área de la base por la altura del prisma, hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 93,53 \cdot 12 = 1122,36 \text{ cm}^3$$

6. Calculamos la apotema de la pirámide:

$$ap^2 = 25^2 + 9^2 \Rightarrow ap = 26,57 \text{ cm}$$

El área lateral es:

$$A_l = \frac{72 \cdot 26,57}{2} \Rightarrow A_l = 956,52 \text{ cm}^2$$

El área de la base es:

$$A_b = 18^2 \Rightarrow A_b = 324 \text{ cm}^2$$

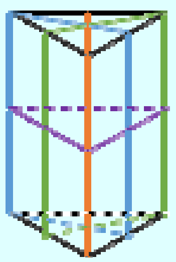
Luego, el área total es:

$$A_t = 956,52 + 324 = 1280,52 \text{ cm}^2$$

Y el volumen de la pirámide es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 324 \cdot 25 \Rightarrow V = 2700 \text{ cm}^3$$

7. Los planos de simetría serían 4:



8. Dividimos la cabaña en un prisma triangular (tejado) y un ortoedro, de forma que podemos calcular cada área por separado.

En primer lugar, calculamos la del ortoedro (A_o). Comenzando por el área lateral:

$$A_l = (2 \cdot 1,8 + 2 \cdot 3,4) \cdot 0,3 = 3,12 \text{ m}^2$$

El área de la base (suelo), sería:

$$A_b = 1,8 \cdot 3,4 = 6,12 \text{ m}^2$$

Por lo tanto, el área del ortoedro será:

$$A_o = 3,12 + 6,12 = 9,24 \text{ m}^2$$

Continuando con la superficie del prisma (A_p), el área de las bases sería:

$$A_b = 2 \cdot \frac{1,8 \cdot 1,7}{2} = 3,06 \text{ m}^2$$

El área lateral, contando sólo con que sería de dos de las caras y que sus dimensiones son 3,4 y 1,92 (Teorema de Pitágoras):

$$A_l = 2 \cdot 1,92 \cdot 3,4 = 13,06 \text{ m}^2$$

Por lo tanto, el área del prisma será:

$$A_p = 3,06 + 13,06 = 16,12 \text{ m}^2$$

Y, la cantidad de tela necesaria, será:

$$A_t = 9,24 + 16,12 = 25,36 \text{ m}^2$$

9. Dividimos la figura en 3 cuerpos distintos: (V_1) un cubo de arista 4 cm; (V_2) un ortoedro de dimensiones 4 cm, 15 cm y 4 cm; y (V_3) medio ortoedro de dimensiones 9 cm, 15 cm y 8 cm. A continuación calculamos, por separado, cada uno de los volúmenes:

$$V_1 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 4^2 \cdot 15 = 240 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = \frac{9 \cdot 15 \cdot 8}{2} = 540 \text{ cm}^3$$

Luego, el volumen total (V_t) de la figura será:

$$V_t = 64 + 240 + 540 = 844 \text{ cm}^3$$

10. Dividimos la figura en una pirámide y un cubo. Calcularemos su área y volumen por separado para, después, obtener los totales. Comenzamos con la pirámide. En primer lugar, calculamos lo que mide la arista básica:

$$x^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow x = 2,83 \text{ cm}$$

El perímetro de la base sería:

$$P_b = 4 \cdot 2,83 \Rightarrow P_b = 11,32 \text{ cm}$$

Calculamos su apotema:

$$ap^2 = 5^2 + 1,415^2 \Rightarrow ap = 5,20 \text{ cm}$$

El área lateral es:

$$A_l = \frac{11,32 \cdot 5,2}{2} \Rightarrow A_l = 29,43 \text{ cm}^2$$

El área de la base la necesitaremos más adelante para restarla al área del cubo y es:

$$A_b = 2,83^2 = 8 \text{ cm}^2$$

Luego, el área total de la pirámide (A_p) es:

$$A_p = A_l = 29,43 \text{ cm}^2$$

Y, el volumen de la pirámide (V_p), es:

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 5 \Rightarrow V_p = 13,33 \text{ cm}^3$$

Con respecto al cubo, su área total (A_c) será:

$$A_c = 6 \cdot 4^2 - 8 = 88 \text{ cm}^2$$

Y, su volumen (V_c):

$$V_c = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, el volumen y área total, serán:

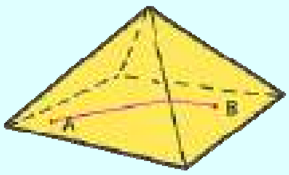
$$A_t = 29,43 + 88 = 117,43 \text{ cm}^2$$

$$V_t = 13,33 + 64 = 77,33 \text{ cm}^3$$

Estrategia e ingenio

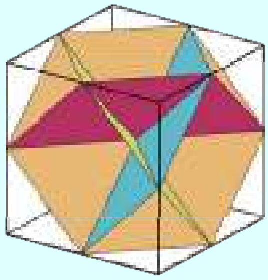
El camino más corto

Actividad personal. A modo de ejemplo, dibujaremos un recorrido que estaría contenido en un plano perpendicular a la arista lateral que se encuentra entre los dos puntos y que contenga también a los propios puntos.



Secciones de un cubo

El hexágono será regular, ya que todos sus lados son iguales al coincidir con la distancia entre los puntos medios de dos lados contiguos de los cuadrados (también iguales) de un cubo.



¡Que viene el lobo!

Los desarrollos serían los siguientes:

	O	
O	L	O
	O	
	B	

		O
	L	O
O	O	
B		

O			
L	O	B	
		O	O

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 9-3 de la guía)

5. Utilizando el Teorema de Pitágoras, la hipotenusa sería:

$$h^2 = 14^2 + 23^2 \Rightarrow h^2 = 725 \Rightarrow h = 26,9 \text{ cm}$$

6. En el caso del primer cuerpo, el número de cubos pequeños que tiene es 60, ya que, tiene 3 de alto, 5 de ancho y 4 de profundidad. Por lo tanto, el volumen sería 60 cm^3. El segundo cuerpo, tiene 6 cubos pequeños en cada una de sus dimensiones, por lo que, lo componen un total de 216 cubos y, su volumen sería 216 cm^3.

(Viene de la página 9-11 de la guía)

18. Sustituyendo los datos en la fórmula del volumen de un prisma, se tiene:

$$324 = 6^2 \cdot h$$

Por lo tanto, despejando, se obtiene que la altura vale:

$$h = 9 \text{ cm}$$

19. En primer lugar, se calcula el área total (A_t) a pintar, que sería la suma entre el área de las paredes (A_1) y el área del techo (A_2)

$$A_1 = 2 \cdot (14 \cdot 8) + 2 \cdot (20 \cdot 8) = 544 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 14 \cdot 20 = 280 \text{ m}^2$$

$$A_t = A_1 + A_2 = 544 + 280 = 824 \text{ m}^2$$

Por lo tanto, la superficie a pintar es, en total, 824 m^2. Teniendo en cuenta que, con un bote de pintura, se cubren 32 m^2, se necesitarán, **26 botes de pintura** que, a 9€ cada uno, supone que **costará pintar la nave 234€**.

(Viene de la página 9-15 de la guía)

La apotema de la pirámide es:

$$ap^2 = 5^2 + 2^2 \Rightarrow ap = 5,38 \text{ cm}$$

Por tanto, el área lateral de la pirámide es:

$$A_l = \frac{16 \cdot 5,38}{2} = 43,04 \text{ cm}^2$$

Y, el área total, se obtendrá como:

$$A_t = 16 + 112 + 43,04 = 171,04 \text{ cm}^2$$

A continuación, se calcula el **volumen** como suma de los volúmenes del ortoedro y la pirámide:

$$V_t = V_{ortoedro} + V_{pirámide} = (4\cdot 4\cdot 7) + \frac{1}{3}\cdot 4^2\cdot 5 =$$

$$= 112 + 26,6 = 138,6 \text{ cm}^3$$

b) Comenzamos calculando el **área total**, que se obtendrá multiplicando el área de cada cuadrado por el número total de ellos, que es 36:

$$A_t = 36\cdot 2^2 = 144 \text{ cm}^2$$

A continuación, calculamos el **volumen**, que se obtendrá multiplicando el volumen de cada cubito por el número total de ellos, que es 10:

$$V = 10\cdot 2^3 = 80 \text{ cm}^3$$

28. Comenzamos calculando el **área total** de la figura. Puesto que todas las caras son triángulos equiláteros iguales, de 8 cm de lado, calcularemos el área total multiplicando el área de una cara por el número total de ellas, que es 10. Para ello, en primer lugar se calcula la apotema de la pirámide, que coincide con la altura del triángulo que forma cada cara:

$$8^2 = ap^2 + 4^2 \Rightarrow ap = 6,9 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el área de cada cara es:

$$A_{cara} = \frac{8\cdot 6,9}{2} = 27,6 \text{ cm}^2$$

Luego, el área total de la figura será:

$$A_t = 10\cdot 27,6 = 276 \text{ cm}^2$$

A continuación, calculamos el **volumen total**. Para ello, primero calcularemos el volumen del tetraedro. El área de la base la conocemos (27,6 cm^2), luego el volumen será:

$$V_{tetraedro} = \frac{1}{3}\cdot 27,6\cdot 6,5 = 59,8 \text{ cm}^3$$

Para calcular el volumen del octaedro, lo dividiremos en dos pirámides de base cuadrangular, cuya altura sería de 5,62 cm (Teorema de Pitágoras) y su volumen sería:

$$V_{octaedro} = 2\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot 8^2\cdot 5,62\right) = 239,79 \text{ cm}^3$$

Luego, el volumen total de la figura, será:

$$V_t = 59,8 + 239,79 = 299,59 \text{ cm}^3$$

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/747432	https://www.youtube.com/watch?v=VkFTCrMfDa8
http://www.tiching.com/747433	http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/
http://www.tiching.com/747434	https://www.geogebra.org/m/ws3mSZGG
http://www.tiching.com/747435	https://www.youtube.com/watch?v=3gWNfO1lgvs
http://www.tiching.com/747436	http://www.vitutor.com/geo/esp/f_3e.html
http://www.tiching.com/747437	https://www.geogebra.org/m/URkxftjt
http://www.tiching.com/747438	https://www.youtube.com/watch?v=Z9HUSDwyuVQ